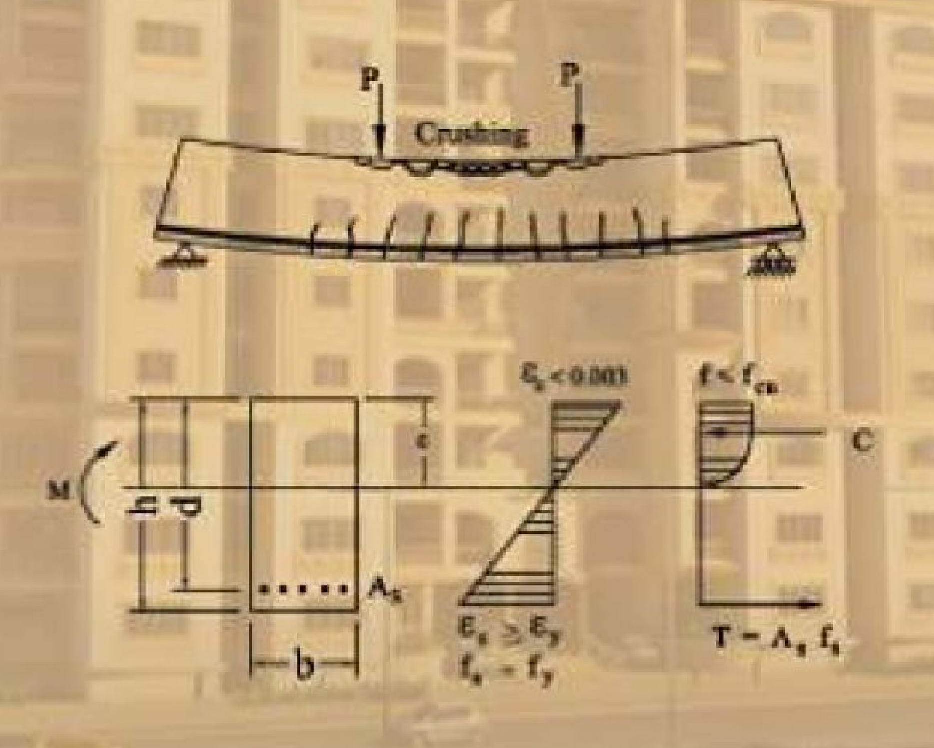
تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

DESIGN OF RENFORCED CONCRETE STRUCTURES

الجزء الأول

دكتور
مجدى عبد الحميد طايل
أستاذ تصميم المنشآت الخرسانية



تصميم المنشآت الخرسانية المسلحة

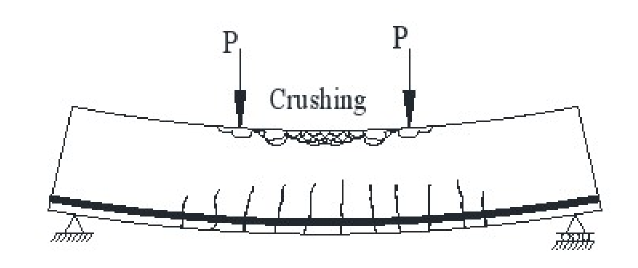
DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

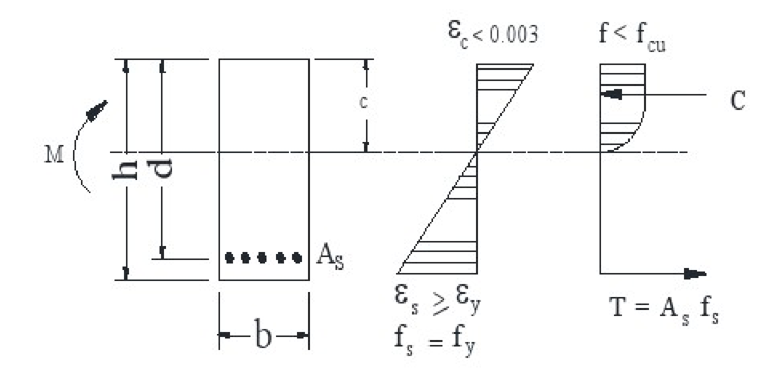
الجزء الأول

دكتور

مجدى عبد الحميد طـايل

أستاذ تصميم المنشـآت الخرسانية





مقدمة الطبعه الثانيه

بسم الله الرحمن الرحيم ، علم الإنسان ما لم يعلم ، والحمد لله رب العالمين ، والصلاة والسلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم خير الخلق كلهم.

أما بعد

فهذا جهد متواضع أضعه بين يدى أبناءنا الطلاب وزملائنا المهندسين عسى أن يجدوا فيه نفعا إن شاء الله. ولقد أردنا أن يكون شرح المواضيع باللغة العربية كي يسهل فهمها ، أما المعادلات والأمثلة والأشكال فكانت جميعها باللغة الإنجليزية وهى لغة تدريس هذه المادة فى جامعتنا العربية على الأغلب.

ولقد تقيدت بالكود المصرى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية فى الشرح والتحليل ، وكذلك الأمثلة الواردة فى هذا الكتاب . وتسهيلا لتصميم المقاطع الخرسانية تم حساب جداول خاصة تم إدراجها فى نهاية الفصل الخاص بهذا الموضوع. وكذلك فى باب البلاطات ذات الاتجاهين تم حساب جداول خاصة لحساب عزوم الانحناء فى اتجاهى البلاطة حسب ارتكاز وأبعاد البلاطة. أما فى الأعمدة فقد تم استنباط منحنيات لحساب عزوم الانحناء والحمل المركزى .

وهذه الإضافات ربما تساعد الطلاب والمهندسين فى أعمال التحليل والتصميم بالإضافة ما هو متوافر بين أيديهم من إصدارات فى هذا الشأن.

ونود أن نؤكد أن المرجع الأساسى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية فى بلدنا الغالية مصر هو الكود المشار إليه والمعد بواسطة نخبة من أساتذة الخرسانة. وهذا الكتاب هو وسيلة مساعدة للشرح والتبسيط لتصميم المنشآت الخرسانية المسلحة ؛ لمسنا الحاجة إليها من خلال تدريسنا لهذه المادة وتلبية لرغبة زملائنا المهندسين .

أسأل الله العلى القدير أن ينفع به وأن يجعله خالصا لوجهه الكريم ، وعلى الله قصد السبيل .

القاهرة 1-12-2011

magdy_tayel@hotmail.com

المحتوى

الباب الاول : الخرسانة المسلحة – مكوناتها وخواصها

الباب الثاني : طرق ومتطلبات تصميم المنشآت الخرسانية

الباب الثالث : سلوك الكمرات الخرسانية تحت تأثير الأحمال

الباب الرابع : تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء بطريقة اجهاد التشغيل

الباب الخامس : تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزم انحناء بطريقة المقاومة القصوي

الباب السادس: تصميم الكمرات الخرسانية علي شكل حرف T و L

الباب السابع : مقاومة القص في الكمرات الخرسانية المسلحة

الباب الثامن: تصميم الكمرات الخرسانية

الباب التاسع : البلاطات الخرسانية

الباب العاشر : الأعمدة الخرسانية المسلحة

الباب الحادى عشر : الأساسات

الباب الثاني عشر: طول التماسك لحديد التسليح مع الخرسانة

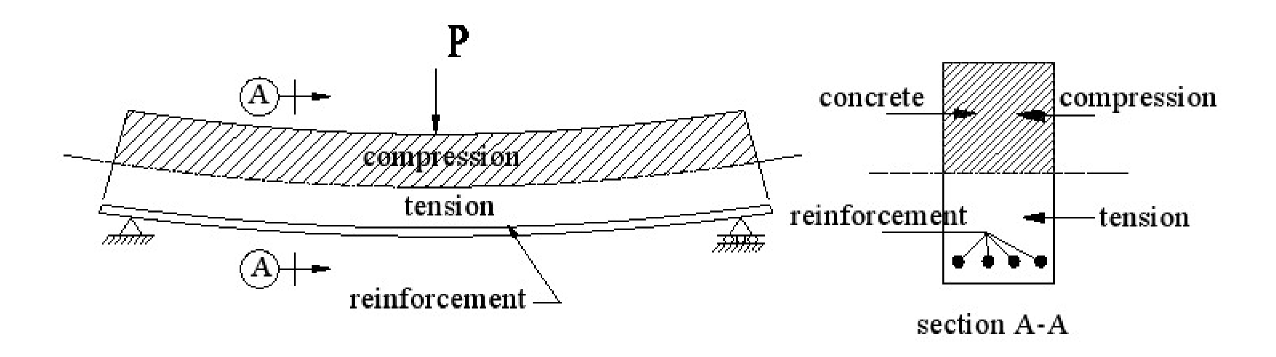
الباب الاول

الخرسانة المسلحة – مكوناتها وخواصها

Reinforced Concrete, Properties and Contents

1-1- الخرسانة المسلحة: Reinforced Concrete

تتكون الخرسانة من جزئين أساسيين هما الخرسانة وحديد التسليح وعند تعرض أي عنصر من المنشأ مثل الكمرات أو البلاطات إلى انحناء (Bending) نتيجة للأحمال الرأسية المؤثرة عليها فإن جزء من قطاع هذا العنصر يكون معرضاً لضغط (الجزء العلوي كما بالشكل) ويكون الجزء الأخر معرض للشد (الجزء السفلي بالشكل) . نظرا لأن الخرسانة لها مقاومه كبيرة للضغط ومقاومه ضعيفة للشد، لذلك كان لابد من تسليح الأعضاء الخرسانية المعرضة لانحناء فى جهة الشد حيث أن الحديد له مقاومة كبيرة لكل من إجهادي الشد والضغط . وبذلك فى القطاع الخرساني المعرض لانحناء تكون الخرسانة مهمتها مقاومة الضغط أما حديد التسليح فيكون مسئولا عن مقاومة الشد . ويلاحظ أنه فى أحيان أخري مثل الأعمدة يمكن لحديد التسليح مقاومة الضغط أو الشد الناتج عن الانحناء.



شكل (١-١) كمرة خرسانية معرضة لعزوم انحناء

ويلاحظ أن الخرسانة وحديد التسليح يعملان معا كجسم واحد لمقاومة الأحمال للأسباب التالية :

١- التماسك (Bond) بين حديد التسليح والخرسانة يمنع انزلاق قضبان حديد التسليح .

٢- الغطاء الخرساني لمنع تسرب الرطوبة إلى حديد التسليح ويحميه من الصدأ .

٣- معامل التمدد الحراري لكل من الخرسانة وحديد التسليح له تقريبا نفس القيمة .

1-2- مكونات الخرسانة: Contents of Concrete

تتكون الخرسانة المسلحة من العناصر التالية بعد تماسكها جيدا بعجيبة الأسمنت والماء والتي تتصلب بمضي الوقت لتعطي للخرسانة قوامها ومقاومتها :

١- الأسمنت Cement

٢- الركام الناعم Fine Aggregate

٣- الركام الخشن Coarse Aggregate

٤- الإضافات Admixtures

٥- صلب التسليح Reinforcing Steel

وتتم صناعة الخرسانة فى الخطوات التالية :

١- إضافة الأسمنت إلى الركام الناعم والركام الخشن وخلطهم جيدا ثم إضافة الماء والإضافات عند الضرورة ويتم الخليط جيدا لضمان تجانسه .

٢- يتم تفاعل الماء والأسمنت فيما يعرف بإماهة الاسمنت (Hydration) وتتكون عجينة أسمنتية تلتصق بسطح الركام ليصير الخليط كتلة واحدة .

٣- تتكون الخرسانة الطازجة (Fresh Concrete) وتكون فى حالة لدنه وبذلك يمكن نقلها وصبها فى المكان الدائم الموجود به حديد التسليح والذي يكون العنصر الإنشائي من الخرسانة المسلحة .

٤- بمضي الوقت وبعد حوالي ٢٨ يوم يتم تصلب الخرسانة تماما وتأخذ الشكل الثابت المطلوب ويمكنها مقاومة الأحمال بما فيها وزنها الذاتي .

وتنقسم الخرسانة من حيث الوزن إلى ثلاثة أنواع :

١- خرسانة خفيفة الوزن وهي التي يقل وزنها عن ٢٠ ك. نيوتن / م^{٣} .

٢- خرسانة عادية ويتراوح وزنها بين ٢٠ ، ٢٨ ك. نيوتن / م^{٣} .

٣- خرسانة ثقيلة الوزن ويكون وزنها أكبر من ٢٨ ك. نيوتن / م^{٣} .

1-2-1- الأسمنت : Cement

الأسمنت هو المادة الفعالة فى الخرسانة وهو ماده ناعمة لونه رمادي داكن ويتكون أساسا من الكالسيوم وسيليكات الألمونيوم ويطلق عليه الأسمنت الهيدروليكي " Hydraulic Cement " والنوع الشائع الاستخدام

هو الأسمنت البورتلاندي العادي وتوجد أنواع أخري مثل الأسمنت سريع التصلد والأسمنت منخفض الحرارة والأسمنت المقاوم للكبريتات .

1-2-2- الركام :Aggregate

وهو ينقسم إلى نوعين :

أ- **الركام الناعم : Fine Aggregate**

وهو ذو حبيبات أقل من ٤,٧٦ مم ويكون تقريبا ثلث الركام الكلي فى الخرسانة الشائعة الاستخدام .

ب- **الركام الخشن : Coarse Aggregate**

وهو ذو حبيبات أكبر من ٤,٧٦ مم ولكن يجب أن يحوي مقاسات مختلفة ومتدرجة لضمان كثافة الخرسانة وتقليل الفراغات وبالتالي تقليل كمية الأسمنت .

الركام له مصدران هما الركام الطبيعي والركام الناتج عن طحن وتكسير الأحجار الأكبر حجما .

وينقسم الركام من حيث الوزن إلى ثلاثة أنواع أولها هو الركام الخفيف الذى يقل وزنه عن ٢٠ ك. نيوتن / م^{٣} والركام العادي ويتراوح وزنة بين ٢٠ و ٣٠ ك. نيوتن/ م^{٣} والركام الثقيل وهو الركام الذى يزيد وزنه عن ٣٠ ك. نيوتن / م^{٣}.

1-2-3- الماء : Water

والماء مهم بالنسبة للخرسانة المسلحة لسببين:

أولا: إماهة الأسمنت: Hydration أى التفاعل معه كيميائيا لتكوين عجينة الأسمنت اللاصقة للركام .

ثانيا: تشغيلية الخرسانة Workability : ويحتاج أسمنت الخرسانة إلى حوالي ثلث كمية الماء المستخدم لتمام التفاعل الكيميائي أما الجزء الباقي فيبقي داخل الخرسانة مكونا مسام وفجوات ، مما ينتج عنه منفذية الخرسانة (Porosity) ، والماء ذو فائده للخرسانة حيث أنه يمنع حدوث الشروخ الناتجة عن الانكماش ويزيد تشغيلية الخرسانة ، ولكنه فى نفس الوقت ذو آثار ضاره حيث تتسبب زيادته فى زيادة منفذيه الخرسانة وتقليل مقومة الخرسانة المتصلدة وكذلك مقاومتها مع الزمن.

1-2-3-1- نوعية الماء :

الماء الصالح للشرب يكون صالح لصناعة الخرسانة وليس العكس وتتحدد نوعية الماء الصالح للاستخدام فى الخلطة الخرسانية فيما يلي :-

١- نسبة المواد العالقة من حبيبات التربة الناعمة (Silt or Clay) لاتزيد عن ٢٠٠٠ جزء فى المليون

٢- الماء الحمضي يمكن استخدامه حتى قيمة Ph لا تزيد عن ٣,٠- .

١- مياه البحر تقلل مقاومة الخرسانة فى حدود ١٠-٢٠ % لكنها تتسبب فى تأكل حديد التسليح وتسبب مشاكل التزهير .Efflorescence .

وعند تصميم الخلطة الخرسانية يراعي تقليل كمية الأسمنت لتقليل التكلفة وفى نفس الوقت تخفيض نسبة الماء إلى الأسمنت لزيادة المقاومة وعدم زيادة نسبة الركام الناعم لتقليل المساحة السطحية الكلية للركام وبالتالي تقليل العجينة الأسمنتية اللازم لتغليف هذه المساحة .

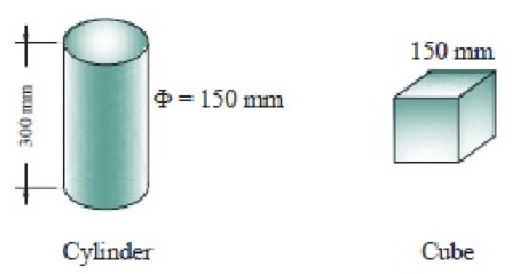
وعادة تجري تجربة مخروط الهبوط (Slump Test) لقياس تشغيلية الخرسانة Workability وفى نفس الوقت يستخدم هذا الاختبار كمؤشر على محتوي الماء فى الخلطة الخرسانية .

1-3- الخواص الميكانيكية للخرسانة : Mechanical Properties of Concrete

عند تصميم المنشآت الخرسانية فإن الخواص الميكانيكية للخرسانة هي العامل الأساسي فى تحديد المقطع الخرساني وكذلك فى تحديد ترخيم (Deflection) هذه العناصر. وأهم هذه الخواص يمكن تلخيصها فيما يلي :

1-3-1- مقاومة الضغط (f_{cu}) :Characteristic strength

ويعبر عنها في الكود المصري بإجهاد الكسر للمكعب الخرساني القياسي (كما بالشكل) بعد ٢٨ يوما من تاريخ الصب تحت تأثير الضغط . وبعض المواصفات الأخرى تستخدم الأسطوانة بدلا من المكعب ويكون إجهاد كسر المكعب القياسي بعد ٢٨ هو مقياس مقاومة الضغط ويرمز له بالرمز (f_{cu}).



شكل (١-٢) أشكال عينات تحديد مقاومة الضغط للخرسانة

ويتراوح اجهاد الخرسانة المستخدمة فى المنشآت العادية بين ٢٠ ، ٣٥ نيوتن / مم^{٢}.

أما الخرسانة عالية المقاومة فيتراوح إجهادها بين ٣٥- ٧٠ نيوتن / مم^{٢} .

١-٣-١-١- العوامل المؤثرة على مقاومة الضغط للخرسانة :

١- نسبة الماء إلى الأسمنت (W/C) وهي العامل الأهم حيث تزيد المقاومة مع نقص نسبة الماء .

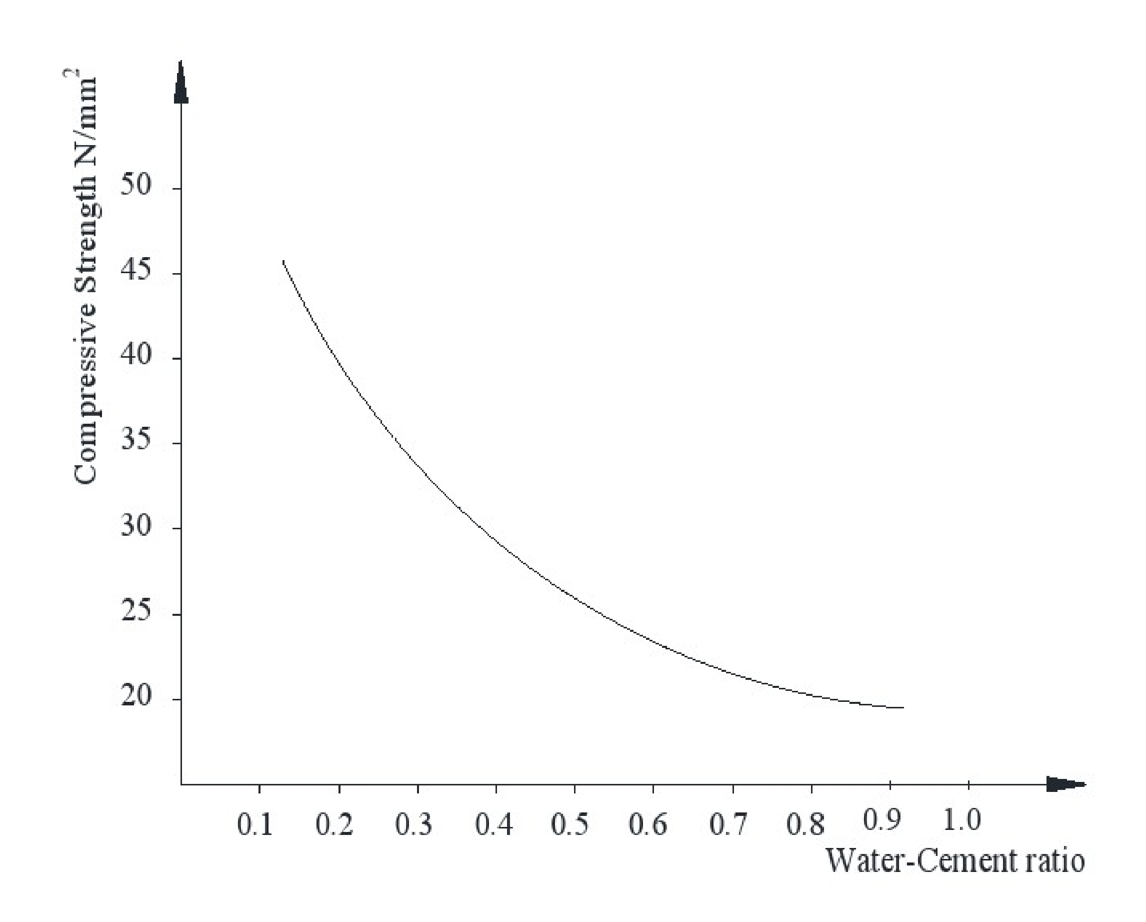
٢- عمر الخرسانة حيث تزداد مقاومة الخرسانة مع الزمن ولكن بمعدل بسيط .

٣- ظروف المعالجة حيث تزداد مقاومة الخرسانة إذا تم معالجة الخرسانة جيدا بعد صبها .

٤- معدل التحميل حيث تعطي عينة الخرسانة مقاومة كبيرة ظاهريا عند تحميلها بمعدل أكبر .

٥- شكل العينة حيث يعطي المكعب القياسي مقاومة أكبر من مقاومة الأسطوانة القياسية .

وهناك بعض العوامل الأخرى مثل نوع الأسمنت حيث أن أفضلها هو الأسمنت البورتلاندى العادي وكذلك محتوي الأسمنت ونوع الركام المستخدم .



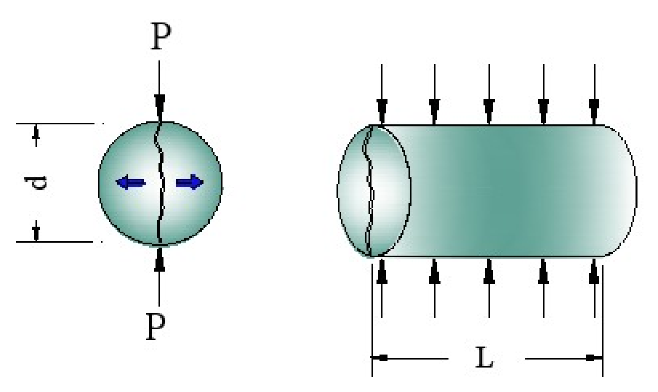
شكل (١- ٣) تأثير محتوى الماء فى الخرسانة على مقاومتها

١-٣-٢- مقاومة الشد للخرسانة (f_{ct}) :

تمثل مقاومة الشد للخرسانة حوالي(١٠ – ١٥) % من مقاومة الضغط ومعظم الشروخ التي تحدث بالعناصر الخرسانية تكون بسبب ضعف الخرسانة فى مقاومة الشد .ويتم تحديد مقاومة الشد بأحدي الطريقتين التاليتين حيث أن طريقة الشد المباشر غير مؤكدة النتائج بسبب حدوث الكسر عند مكان التثبيت .

أ- اختبار الشد الانشطاري (Brazilian) Splitting Tensile Test :

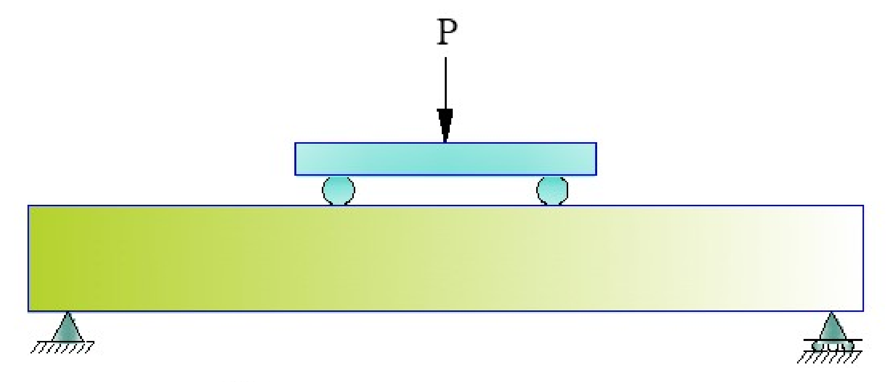
وفية يتم تعريض الاسطوانة القياسية إلى قوة ضغط كما بالشكل ويتم حساب إجهاد الشد كما يلي :



$$f_{ct} = \frac{2P}{\pi . L . d}$$

$$f_{ct} = 0.5 - 0.59\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

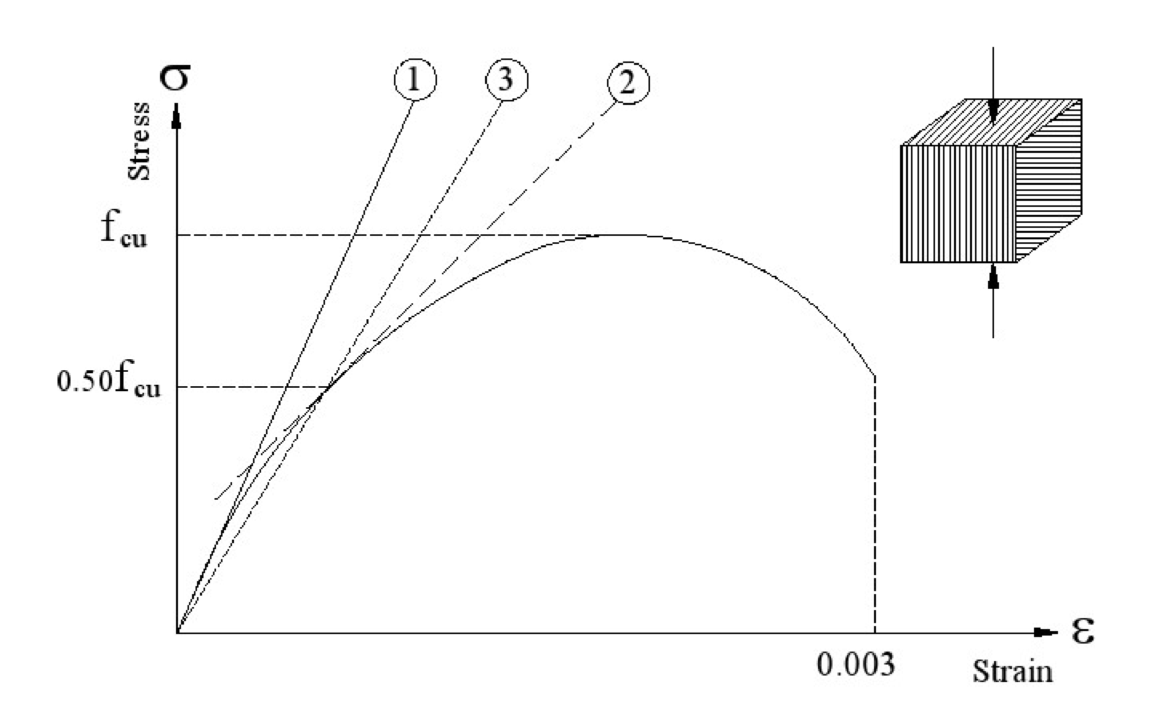
ب- اختبار شد الانحناء Tensile Strength in Flexure :



Modulus of rupture $f_{ctr} = \dfrac{M.\ c}{I}$

$$f_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

١-٣-٣- منحني الإجهاد والانفعال للخرسانة Stress – Strain Curve :



شـ

كل (١-٤) منحنى الإجهاد – الإنفعال للخرسانة

ويتم تحديد معاير المرونة للخرسانة E_c بإحدى الطرق التالية :

١- ميل المماس الابتدائي Initial Modulus .

٢- ميل المماس عند نصف قيمة أقصي إجهاد Tangential Modulus .

٣- ميل القاطع عند نصف قيمة أقصي إجهاد Secant Modulus .

والطريقة الأخيرة هي الأكثر شيوعا لتحديد معاير المرونة للخرسانة .

٤- معاير المرونة للخرسانة E_c

يتم حساب معاير المرونة للخرسانة من المعادلة التالية:

$$E_C = 4400\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

حيث f_{cu} مقاومة المكعب القياسية بعد ٢٨ يوم .

٥- معاير المرونة لصلب التسليح .

من المعروف أن حديد التسليح المستخدم فى الخرسانة المسلحة له القيمة التالية لمعاير المرونة

$$E_S = 2.04x10^5 \quad N/mm^2$$

١-٤- حديد التسليح : Reinforcing Steel

هناك نوعان من حديد التسليح يستخدمان لتسليح الخرسانة المسلحة :

١- الحديد الأملس ويطلق علية أحيانا الحديد العادي أو الحديد المطاوع (Mild Steel) وإجهاد الخضوع والمقاومة القصوي لهذا النوع من الحديد كما يلي :

$f_y = 240\ N/mm^2$ 　　　 $f_u = 350\ N/mm^2$

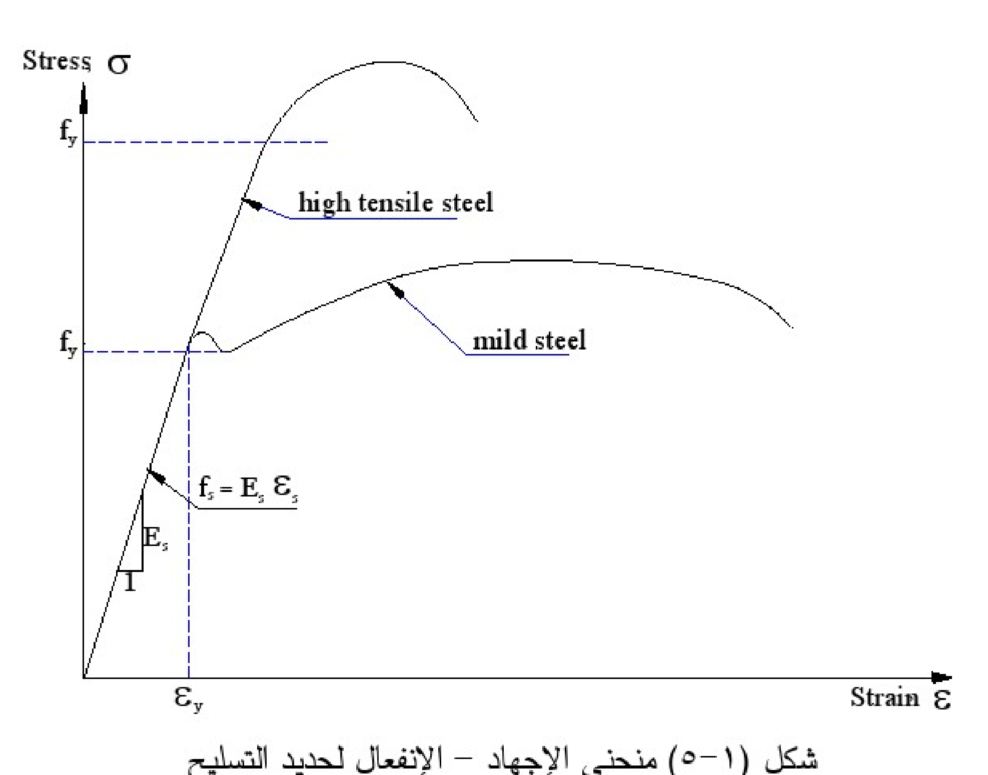
٢- الحديد المشرشر أو الحديد عالى المقاومة (High Tensile Steel) ويوجد منة ثلاث أنواع كما يلي

1- $f_y = 280\ N/mm^2$ 　　　 $f_u = 450\ N/mm^2$

2- $f_y = 360\ N/mm^2$ 　　　 $f_u = 520\ N/mm^2$

3- $f_y = 400\ N/mm^2$ 　　　 $f_u = 600\ N/mm^2$

ويوضح الشكل التالى منحنى الإجهاد والانفعال لحديد التسليح ، وهذا المنحنى يختلف فى حالة الحديد عالى المقاومة عنه فى حالة الحديد المطاوع (Mild Steel) حيث أنه فى الحديد عالى المقاومة لا توجد منطقة خضوع (yield) واضحة كما فى الحديد المطاوع ، والشكل التالى يوضح منحنى الاجهاد والانفعال للحديد المطاوع والحديد عالى المقاومة حيث يختلفان فى شكل المنحنى ، وفى إجهاد الخضوع ولكن يشتركان فى معاير المرونة.



شكل (١-٥) منحنى الإجهاد - الإنفعال لحديد التسليح

والجدول التالي يبين أقطار ومساحات قضبان التسليح المستخدمة فى الخرسانة :

القطر	الوزن	المحيط	مساحة القطاع لمجموعة الأسياخ (mm^2)									
mm	N/m	mm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	2.22	18.9	28	57	85	113	141	170	198	226	255	283
8	3.95	25.1	50	101	151	201	251	302	352	402	453	503
10	6.17	31.4	79	157	236	314	393	471	550	629	707	786
12	8.88	37.7	113	226	339	453	566	679	792	905	1018	1131
14	12.10	44.0	154	308	462	616	770	924	1078	1232	1386	1540
16	15.80	50.3	201	402	603	805	1006	1207	1408	1609	1810	2011
18	20.00	56.6	255	509	764	1018	1273	1527	1782	2037	2291	2546
20	24.70	62.9	314	629	943	1257	1571	1886	2200	2514	2829	3143
22	29.80	69.1	380	761	1141	1521	1901	2282	2662	3042	34.23	3803
25	38.50	78.6	491	982	1473	1964	2455	2946	3438	3929	4420	4911

Chapter (1) - Problems

1- What are the main materials in reinforced concrete structures ?

2- What kinds of stresses the concrete is weak in ?

3- What reasons make concrete a good material for structures ?

4- In reinforced concrete structures, why concrete and steel act as one unit ?

5- What are the main contents of concrete ?

6- What is the main role of cement in concrete mix ?

7- What are the main kinds of concrete according to weight, and according to strength?

8- How can you differentiate between coarse and fine aggregate ?

9- Is the water suitable for concrete suitable for drinking ?

10- Is the sea water suitable for mixing concrete ?

11- Define f_{cu}, f_y, f_s, f_c, and f_{ctr}.

12- What are the factors that affect the strength of concrete?

13- What is the ratio of concrete compressive strength to its tensile strength?

14- What is the test used for determination of concrete tensile strength ?

15- In Brazilian Test, the specimen diameter is 150 mm, and its length is 300 mm. The applied load was 200 Kn. Calculate the tensile strength of concrete.

16- Define the modulus of rupture .

17- For same concrete, what is bigger; modulus of rupture, or tensile strength ?

18- If f_{cu}=25 N/mm^2, Calculate the tensile strength, modulus of rupture, and the modulus of elasticity.

19- What are the methods usually used for determination of modulus of elasticity for concrete? Which method gives higher value?

20- What are the main kinds of reinforcing steel ?

21- What is creep and what factors influence the creep of concrete?

22- What is shrinkage and what factors influence the shrinkage of concrete?

23- Define characteristic strength f_{cu} of concrete.

24- How and when the characteristic compressive strength f_{cu} is determined?

25- Express the relation between flexural strength (f_{ctr}) and characteristic compressive strength of concrete.

26- Draw stress-strain curve of concrete and show the following :

(a) Initial tangent modulus Ec.

(b) Secant modulus Es at any point A on the stress-strain curve.

(c) Tangent modulus Et at A .

(d) Elastic and inelastic strain components of the total strain at A.

27- Express the short term static modulus E_c in terms of the characteristic compressive strength f_{cu} of concrete.

28- State the approximate value of total shrinkage strain of concrete to be taken for the design purpose.

29- Define workability of concrete.

30- Name the types of steel and their strength to be used as reinforcement in concrete.

31- Draw stress-strain curve of steel bars with or without definite yield point and indicate the yield stress f_y of them.

32- What should be the expected strength of concrete structure at the time of removal of formwork ?

33- Mention the specific acceptance criteria of the sample tests of cubes and beams.

34- Name the acceptable non-destructive tests to be performed on structures.

35- A plain concrete beam of 1500 mm length and 120 x 200 mm in section is subjected to two concentrated loads at third points, the characteristic strength of the concrete the beam made of is 30 N/mm^2. Calculate the maximum load that the beam can resist before it cracks.

الباب الثاني

طرق ومتطلبات تصميم المنشآت الخرسانية
Design Methods and Requirements

2-1- خطوات التصميم الإنشائي : Structural Design

لتصميم أي منشأ من الناحية الإنشائية لتحقيق وظيفته يمر المنشأ عموما بالخطوات التالية :

أ - التصميم المعماري لتحقيق الخطة والوظيفة والغرض المنشأ من أجله .

ب- اختيار النظام الإنشائي والطريقة المناسبة لمقاومة أحمال المنشأ وتوصيل أحماله بأمان إلى الأساسات ثم التربة المقام عليها المنشأ .

جـ- التحليل الإنشائي للعناصر الإنشائية وحساب القوى الداخلية من قوى وعزوم والناتجة عن الأحمال المؤثرة على المنشأ .

د- تصميم العناصر الإنشائية وتحديد أبعادها وتسليحها . وإذا تمت هذه الخطوة بنجاح يتم استكمال التصميم وإلا يتم تعديل النظام الإنشائي باختيار نظام أخر أو تعديل مواضع وعدد الأعمدة لتحقيق تصميم متوازن من ناحية الأمان مع الأخذ فى الاعتبار الناحية الاقتصادية .

هـ- تصميم التفاصيل والعناصر المعمارية الغير مؤثرة إنشائيا.

و- التصميم النهائي مع الأخذ فى الاعتبار كافة متطلبات التصميم للمنشأ .

2-2- كود البناء Building Codes :

توجد كودات أو قوانين للإنشاءات تحدد المتطلبات الدنيا للمنشات من الناحية الإنشائية لمقاومة الأحمال المؤثرة عليها وضمان الأمان لهذه المنشآت ولمستخدميها . وتنقسم هذه الكودات إلى نوعين.

- **كودات حكومية** : تصدرها الجهات الحكومية المعنية بأعمال البناء مثل وزارة الأشغال ووزارة الإسكان ويكون لها قوة القانون وهى ملزمة لكل من يمارس أى عمل يختص بالإنشاءات .
- **كودات استرشادية** : ويقوم عليها معاهد أو جمعيات بحثية متخصصة مثل معهد الخرسانة الأمريكية (ACI) وجمعية الأسمنت البورتلاندي (PCA) والجمعية الأمريكية لمواصفات واختبار المواد (ASTM) وغيرها وهذه الكودات لها قوة القانون أحيانا إذا تم النص عليها ويتم الرجوع إليها من معظم الجهات المعنية

بالإنشاءات لشمولها ودقتها وسابق تطبيقها والتأكد من صحتها على مدي أعوام عديدة كذلك مواكبتها لما يستحدث من نتائج محققة للأبحاث والدراسات المتعلقة بالتصميم الإنشائي.

2-3- طرق التصميم الإنشائي للعناصر الخرسانية : Methods of Design

توجد طريقتان لتصميم العناصر الإنشائية الخرسانية كما يلي :

2-3-1- طريقة إجهاد التشغيل أو (طريقة المرونة) (WSM) Working Stress Method :

وهذه الطريقة تعتمد على تصميم العناصر الخرسانية تحت تأثير أحمال التشغيل (**Service Loads**) وتطبيق معامل أمان على مقاومة المواد المستخدمة (الخرسانة وحديد التسليح) للحصول على الإجهاد المسموح به f_a وبتطبيق المعادلة التالية يمكن تصميم هذه العناصر :

الإجهاد الناتج عن أحمال التشغيل ≤ الإجهاد المسموح به (f_a) .

ويكون عامل الأمان بتخفيض الاجهاد الذي يمكن أن تتحمله الخرسانة أو حديد التسليح بنسبة معينة وهو ما يطلق عليه اجهاد التشغيل Working Stress أو الاجهاد المسموح به Allowable Stress .

حيث بالنسبة للخرسانة $f_a = 0.45\ f_{cu}$

بالنسبة لحديد التسليح $f_a = 0.50\ f_y$

حيث :

f_a : الإجهاد المسموح به .

f_{cu} : إجهاد الكسر للمكعب القياسي بعد 28 يوم .

f_y : أجهاد الخضوع لحديد التسليح .

ومن عيوب هذه الطريقة أن الأحمال التي يتم على أساسها تصميم العناصر الإنشائية لا يمكن الوثوق بها خاصة أنه يتم التعامل مع الحمل الثابت والحمل الحي (**Dead and Live Load**) بنفس الوزن . كما أن الزحف (**Creep**) والانكماش (**Shrinkage**) لا يتم أخذهما فى الاعتبار عند التصميم وعند الإجهاد الأقصى الذي يتحمله المنشأ أو إجهاد الانهيار فأن الإجهاد (**Stress**) لا يتناسب مع الانفعال (**Strain**) بعكس الفرض الأساسي لهذه الطريقة وبذلك يكون معامل الأمان الذي تم تحديده مسبقا غير معلوم .

2-3-2- طريقة المقاومة القصوي (USDM) Ultimate Strength Design Method :

وأساس هذه الطريقة هي أن المقاومة التصميمية لابد أن تكون أكبر أو مساوية للمقاومة المطلوبة الناتجة عن الأحمال بعد زيادة هذه الأحمال بنسب معينة . ويتحقق الامان في هذه الطريقة كالاتي:

أولا: تخفيض المقاومة القصوى لكل من الخرسانة وحديد التسليح بقسمة كل منهما علي عامل محدد يسمي عامل خفض المقاومة Strength Reduction Factor .

ثانيا: زيادة الحمل الفعلي المؤثر علي المنشأ بضربه في معامل اكبر من الواحد . ولما كان احتمال التخفيض في قيمة ومكان الحمل الحي اكبر من الحمل الميت فلذلك يكون معامل الحمل الحي دائما اكبر من معامل الحمل الميت.

ويتم تخفيض مقاومة كل من الخرسانة وحديد التسليح وزيادة الاحمال في طريقة المقاومة القصوى للاسباب التالية:

1. اختلاف مقاومة المواد واختلاف أبعاد العناصر الإنشائية عن المقاومة والأبعاد التصميمية .
2. عدم دقة المعادلات التصميمية .
3. درجة الممطولية والثقة المطلوب تحقيقها فى العنصر الإنشائي .
4. أهمية العنصر الإنشائي بالنسبة للمنشأ ككل .

وكمثال لتخفيض المقاومة فمثلا في الكمرات المعرضة للانحناء يتم قسمة المقاومة للخرسانة علي (1.50) كما يتم قسمة مقاومة الخضوع لحديد التسليح علي (1.15) .

كما يتم زيادة الحمل الميت بمقدار (40%) وزيادة الحمل الحي بمقدار (60%) .

حيث :

$$U = 1.4\,D + 1.6\,L$$

U : الحمل الاقصى

D : الحمل الميت

L : الحمل الحي

2-4- الأحمال Loads:

تتقسم الأحمال المؤثرة علي المنشآت عموما إلى قسمين:

2-4-1- الأحمال الثابتة أو الأحمال الميتة Dead Loads:

وهي الأحمال التي تكون قيمتها وموضع تأثيرها ثابت طول فترة حياة أو استخدام المنشأ. ولحساب هذه الأحمال يلزم معرفة الوزن الذاتي لبعض المواد المستخدمة في الانشاء والتخزين كما هو موضح بالجدول التالي:

الاوزان الفعلية للمواد المختلفة

المادة	الوزن (ك. نيوتن/ م^3)
خرسانة عادية	22
خرسانة مسلحة	25
الاسمنت	11.5
الزلط	17
الرمل	15
الماء	10
الجرانيت	28
البازلت	30
الحجر الجيري	27
الجحر الرملي	27
الرخام	28
طوب احمر طفلي مصمت	18 - 16
طوب طفلي مثقب	15 – 12
طوب اسمنتي مصمت	20
طوب اسمنتي مفرغ	18 – 14
طوب جيري رملي مصمت	18.5
بلوكات خرسانية	19 – 14
مونة الاسمنت	21

الخشب مجفف بالهواء(15% رطوبة)	6.8
المادة	**الوزن (كز نيوتن / م^3)**
تربة جافة	17
فيبر جلاس	1.80 – 1.60
صوف زجاجي	1.10 – 1
صلب	78.5
حديد مطاوع	78.5
حديد زهر	72.5
الومنيوم	27
رصاص	120 - 114

2-4-2- الأحمال الحية (المتغيرة) Live Loads:

وهي الأحمال التي تتغير قيمتها أو موضع تأثيرها وتشمل ما يلي :

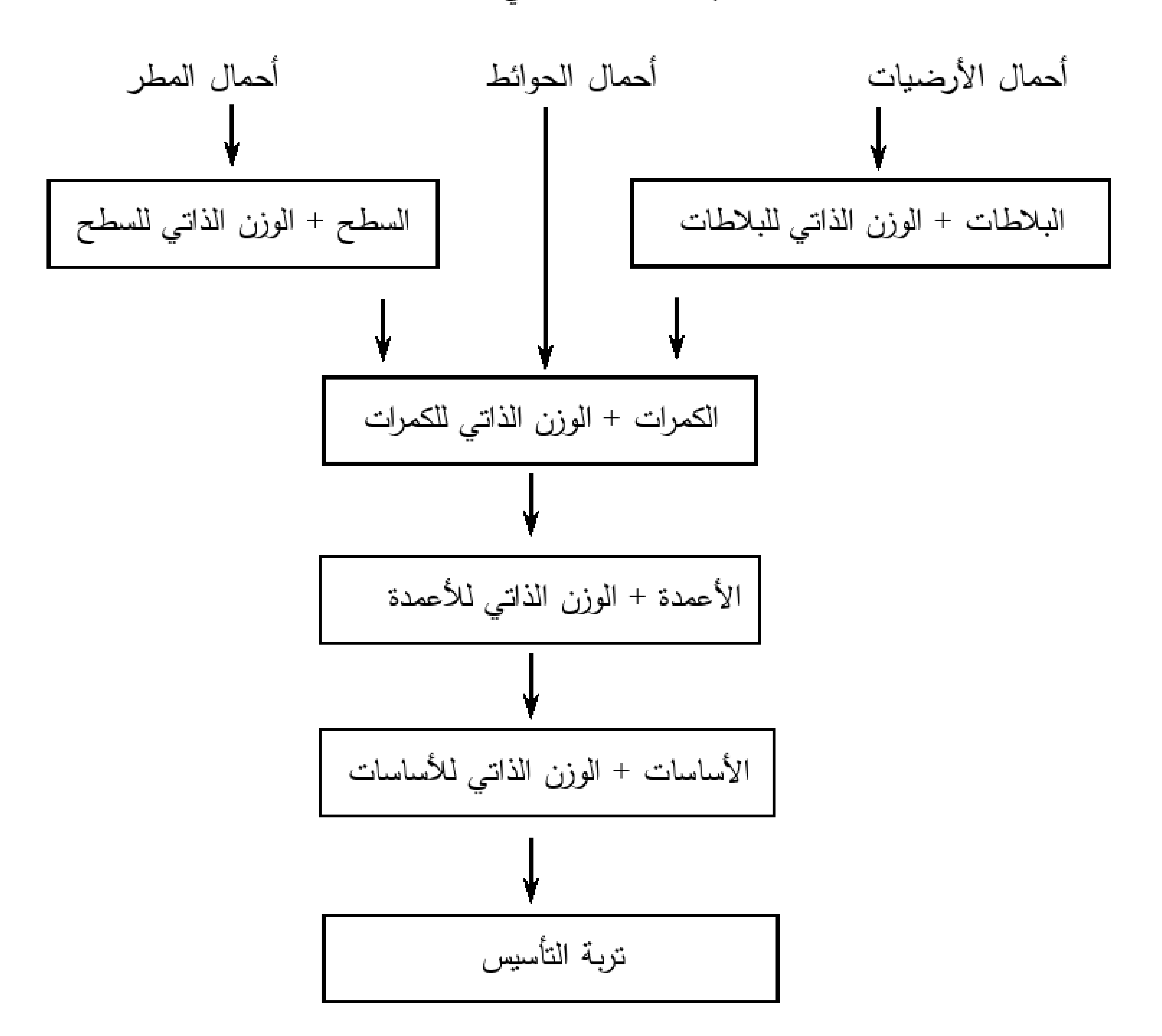
1. الأحمال على الأرضيات (Floor loads) مثل الأثاث ومستخدمي المنشأ والبضائع والرفوف وغيرها.
2. أحمال المرور خاصة على الكباري مثل السيارات والقطارات .
3. أحمال الصدم والأحمال الاهتزازية .
4. الأحمال العرضية مثل أحمال الرياح وأحمال الزلازل .

الاحمال الحية للمباني المختلفة {1}

عنصر المبني	الوزن (ك. نيوتن / م^2)
اسطح جاسئة Rigid Surfaces	1.0
المباني السكنية :	
- غرف سكنية	2.0
- سلالم , مطابخ , حمامات	3.0
- بلكونات	2.0
المباني الادارية :	
- غرف مكاتب	2.50
- غرف حفظ الملفات في المكاتب	2.0 / م ارتفاع
- ارشيف	10 – 5.0
- سلالم	4.0
- بلكونات	4.0
المستشفيات :	
- غرف علاج المرضي	2.50
- غرف الجراحة	4.0 فأكثر
- غرف الاشعة	4.0 فأكثر
- سلالم وطرقات	4.0
- بلكونات	4.0
عنصر المبني	**الوزن (ك. نيوتن / م^2)**
القاعات والصالات ودور العبادة :	
- ذات مقاعد ثابتة	4.0
- ذات مقاعد غير ثابتة وبدون مقاعد	5.0

المحلات :	
- محلات البيع العادية	5.0
- محلات البيع بالجملة والمخازن (تبعا لنوع المواد المخزنة والآلات)	10 فأكثر
الفنادق :	
- غرف النزلاء	2.0
- غرف الخدمة العامة	4.0
- غرف الطعام والمطاعم	4.0
- السلالم والطرقات	4.0
المكتبات :	
- غرف حفظ الكتب ذات أرفف وممرات	10
- غرف تخزين الكتب	4.0 / م ارتفاع
- غرف الاطلاع	3.0
المسارح ودور السينما:	
- غرف خلع الملابس	3.0
- الشرفات	5.0
- القاعات الرئيسية والبلكونات ذات المقاعد الثابتة	4.0
- القاعات الرئيسية والبلكونات ذات المقاعد غير الثابتة	5.0
- سلالم وطرقات	6.0
الجراجات	5.0
الاستادات الرياضية :	
- المدرجات ذات المقاعد الثابتة	5.0
- المدرجات غير المحتوية علي مقاعد	7.50

أسلوب انتقال الأحمال في المنشآت



Chapter (2) - Problems

1 - Show two reasons why concrete is superior to stone, timber and steel ?

2 - Define integrated structure.

3 - State four objectives of the design of reinforced concrete structure.

4 - How to fulfill the four objectives of the design of reinforced concrete structures?

5 - What are the methods of design of reinforced concrete structural elements?

6 - Which of the methods is the best?

7 - What is the basis of the analysis of structures to be designed?

8 - How to estimate the design loads in (i) limit state method, and (ii) working ?

9 - Define characteristic load.

10- What are the main

(i) Loads .

(ii) Forces .

(iii) Effects to be considered while designing the structures?

11 - What are the basis of combining different loads for the design?

12 - Choose the correct answer :

(i) Properly designed concrete structures should

(a) sustain all loads likely to come during next 50 years

(b) sustain all loads and deformations without collapse or any damage

(c) sustain all loads with limited deformations during construction and use

(d) sustain characteristic loads and deformations during the next 50 years

(ii) In the limit state method, the design load is

(a) the characteristic load

(b) the ultimate load

(c) the characteristic load divided by the partial safety factor for loads

(d) the characteristic load multiplied by the partial safety for loads .

(iii) In the limit state method, the basis of the analysis of structure is

(a) linear elastic theory

(b) non-linear theory

(c) plastic method of analysis

(d) involving fracture mechanics

(iv) The characteristic load is

(a) the load at first crack

(b) that load which has a probability of ninety-five per cent of not being exceeded during the life of the structure .

(c) the ultimate collapse load .

(d) the ultimate collapse load multiplied by the partial safety factor for loads .

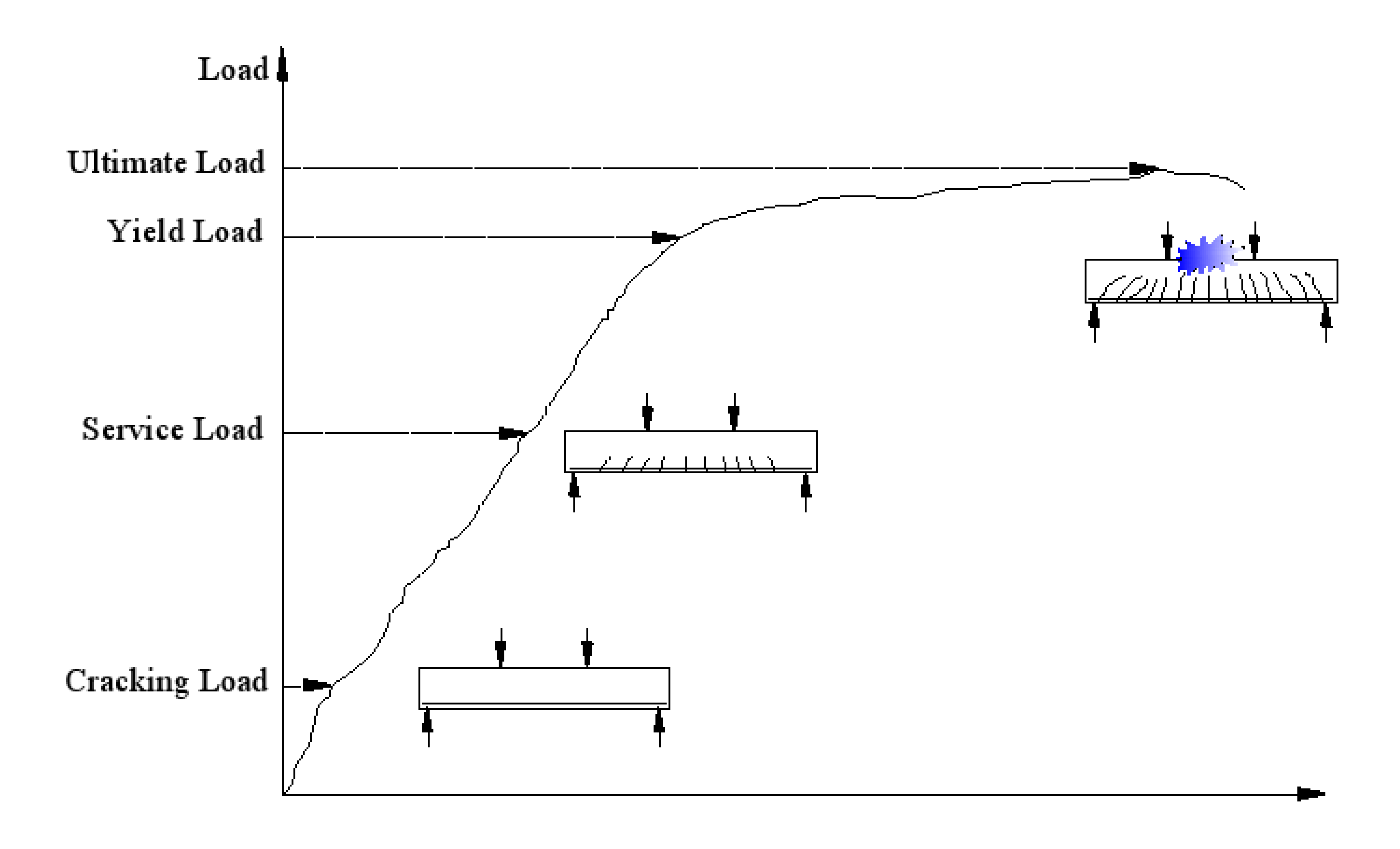
13 - List the common steps of design of structures by any method of design.

14 - Define partial safety factors of load and material. Write the expressions to determine the design load and design strength of the material from their respective characteristic values employing the corresponding partial safety factors.

الباب الثالث

سلوك الكمرات الخرسانية المسلحة تحت تأثير الأحمال
Behavior of Reinforced Concrete Beams under increasing Loads

عند تعرض كمرة خرسانية مسلحة لأحمال تزداد تدريجيا فأنها تمر بثلاث مراحل حتى الانهيار كما يلي :



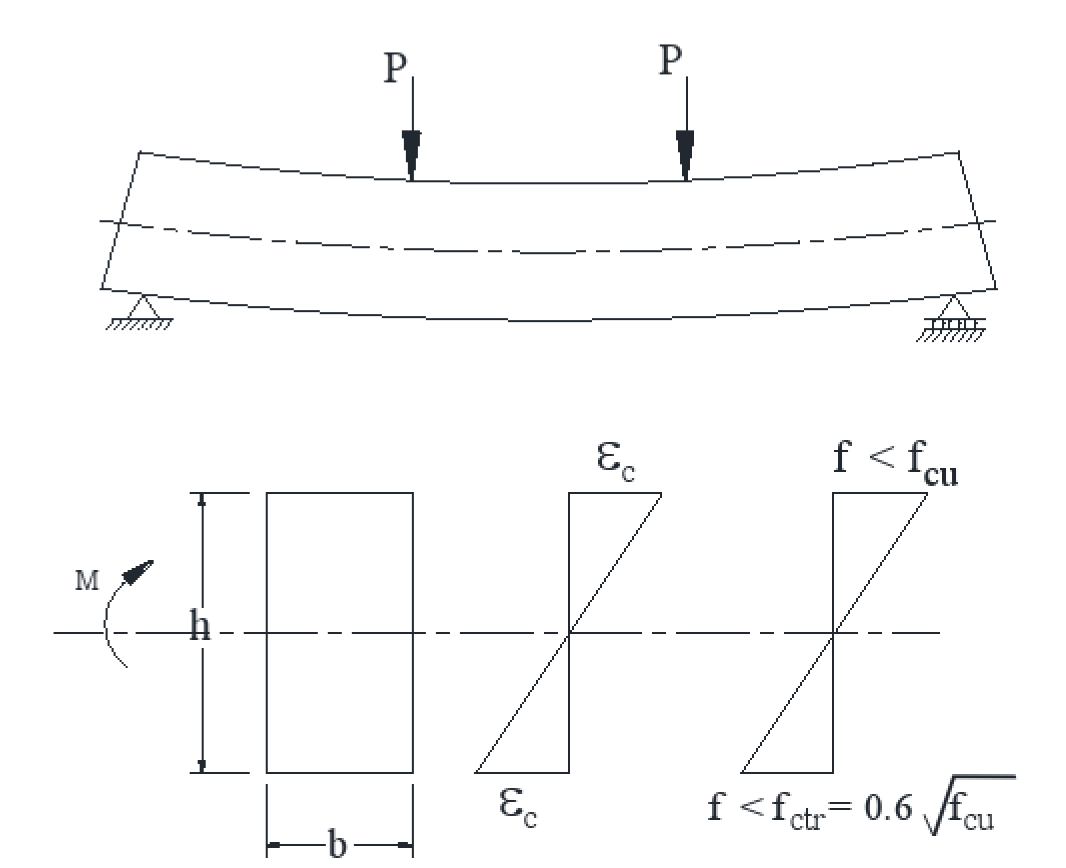
شكل (3−1) سلوك الكمرات الخرسانية المسلحة تحت تأثير حمل يزداد تدريجيا

3-1− المرحلة الأولي: مرحلة ما قبل التشرخ (Uncracked) :

فى هذه المرحلة يكون كامل القطاع الخرساني فعالا ويقاوم كافة إجهادات الشد ويسبب الحمل الخارجي إجهاد ضغط فى السطح العلوي للكمرة أقل بكثير من إجهاد انهيار المكعب القياسي . أما في السطح السفلي للمقطع الخرساني المعرض لأقصي عزم انحناء فيكون معرضا لإجهادات شد أقل من الإجهاد الذي يتسبب في تشرخ الخرسانة ويطلق عليه معاير الكسر **(Modulus of Rupture)** وقيمته تساوى :

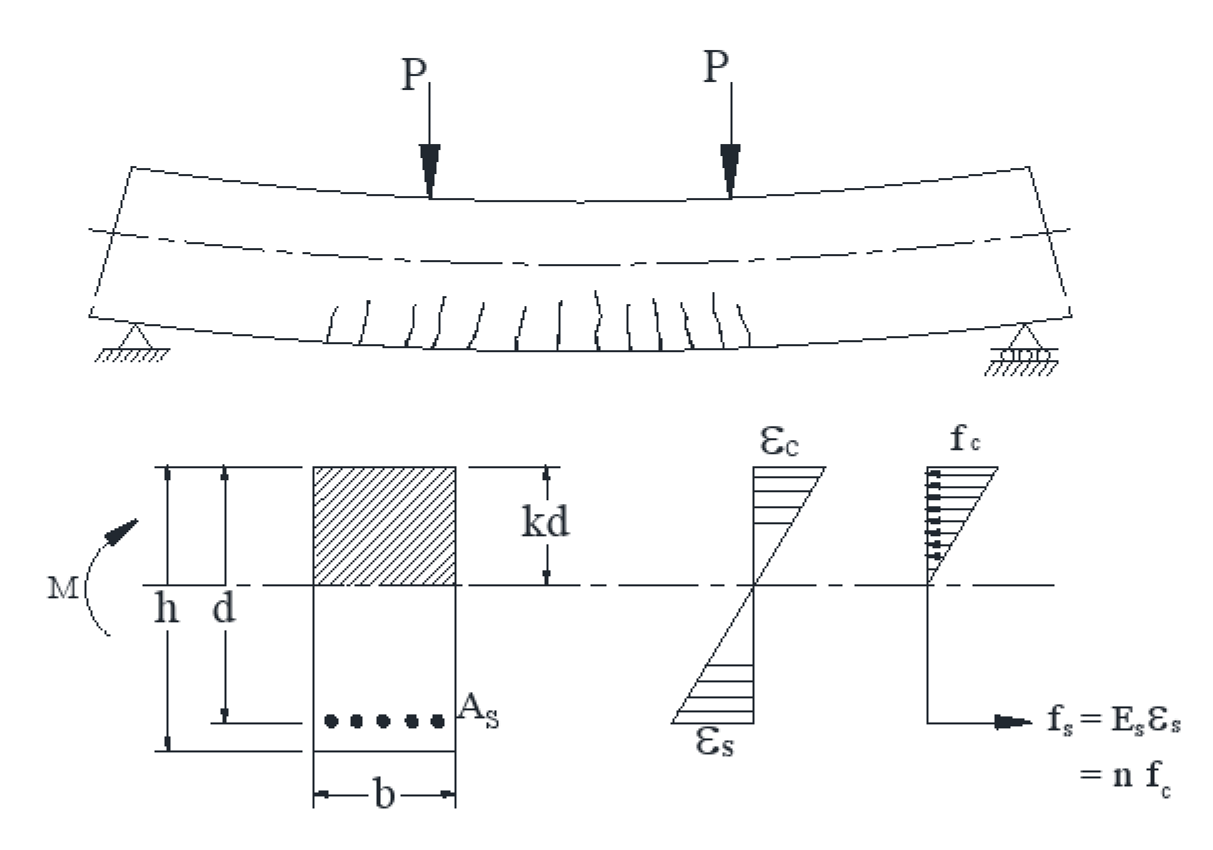
$$f_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}}\ \text{N/mm}^2 \qquad (3\text{-}1)$$

وتسلك الكمرة عند هذه الأحمال سلوكا مرنا حيث يتناسب الإجهاد مع الانفعال.



3-2- المرحلة الثانية: (إجهادات التشغيل) Working Stresses:

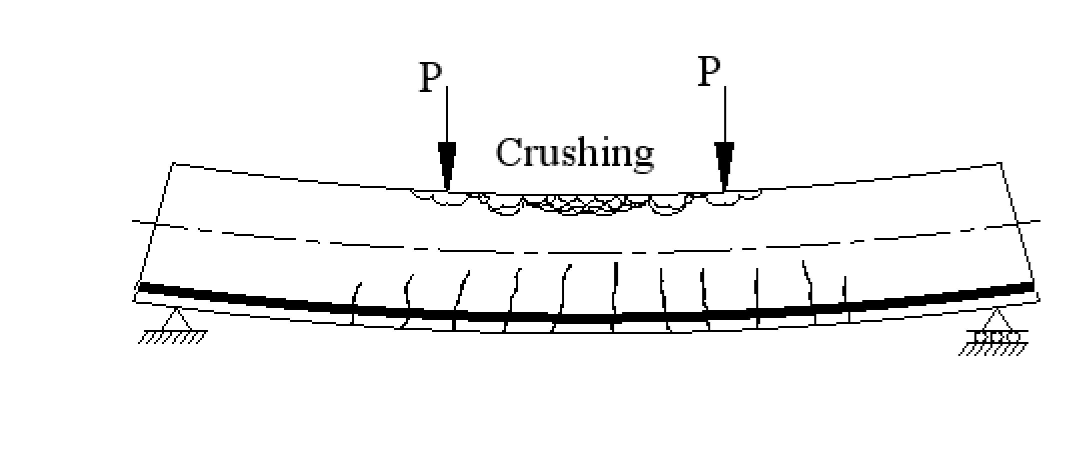
في هذه المرحلة تزيد اجهادات الشد في السطح السفلي للكمرة عن معاير الكسر f_{ctr} وتحدث شروخ في السطح السفلي المعرض للشد. وفي هذه الحالة يتحرك محور التعادل أو محور الخمول (Neutral Axis) لأعلي وتمتد الشروخ الي محور التعادل. وتفقد الخرسانة مقاومة الشد ويبدأ حديد التسليح في مقاومة اجهادات الشد بالكامل.

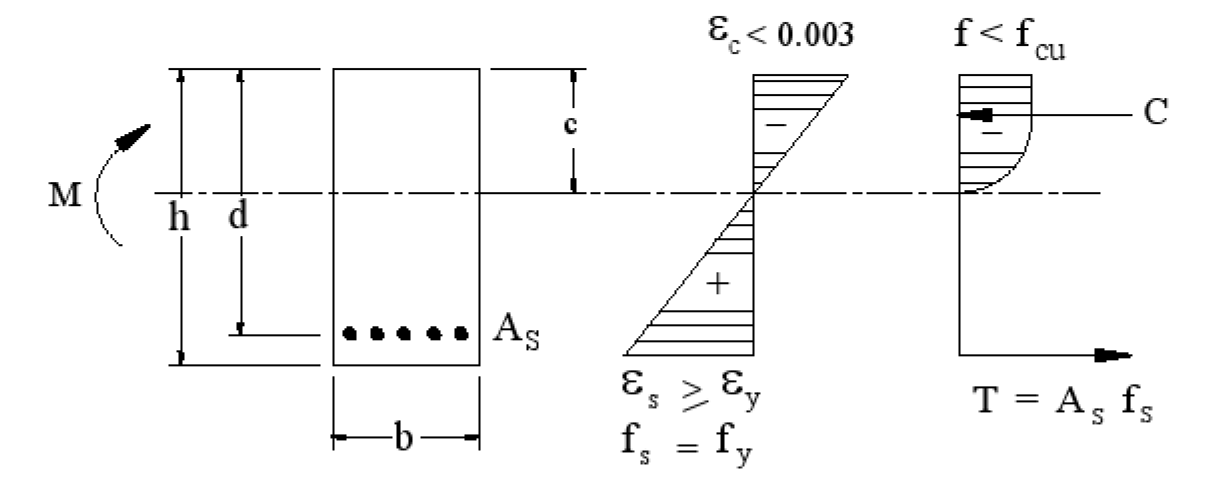


وهذه الحالة هي حالة المقطع الخرساني أثناء اجهادات التشغيل ويمكن تحليل المقطع الخرساني (حساب الإجهادات) نتيجة لعزم انحناء بإتباع الطريقة العادية للمقاطع المرنة لكن بعد استخدام المقطع المتحول (Transformed Section) أي تحويل حديد التسليح إلى مساحة مكافئة من الخرسانة وذلك بزيادة مساحته من A_s إلى nA_s .

3-3- المرحلة الثالثة: (الاجهادات القصوى):Ultimate Strength

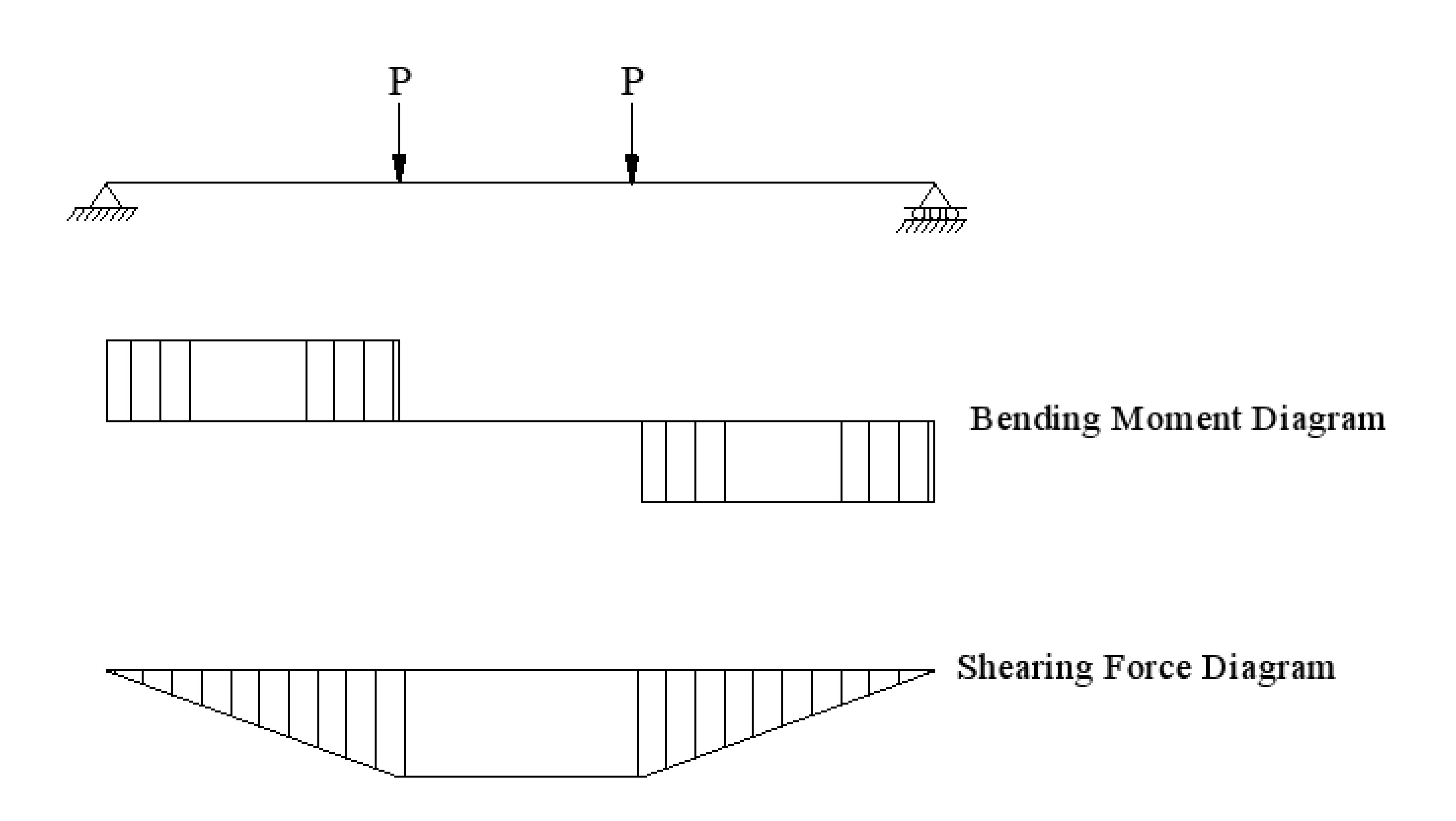
وهي مرحلة ما قبل الانهيار مباشرة وفي هذه الحالة مع زيادة الحمل يحدث الانهيار في الخرسانة اولا اذا كانت نسبة التسليح اكبر من نسبة التسليح المتوازن (Balanced Reinforcement Ratio) وهو ما يطلق عليه الانهيار القصف (Brittle Failure). أما اذا كانت نسبة التسليح أقل من نسبة التسليح المتوازن فيحدث الانهيار في حديد التسليح أولا وهو ما يطلق عليه الانهيار المرن (Ductile Failure). حيث يكون هناك وقتا كافيا لملاحظة بوادر الانهيار من التشرخات والهبوط (Deflection) وخلافه. وهذا النوع من الانهيار هو الذي يتم تصميم للمنشآت الخرسانية علي أساسه ولذلك يوصي الكود دائما بأن تكون نسبة التسليح في الكمرات والبلاطات الخرسانية أقل من نسبة التسليح المتوازن.





3-4- تحليل الكمرات الخرسانية قبل مرحلة التشرخ Analysis of Concrete Beams before Cracking

تمر الكمرات الخرسانية عند تحميلها بحمل يزداد تدريجيا بثلاثة مراحل أولها مرحلة ما قبل التشرخ وفي هذه الحالة يكون الاجهاد الأقصى للشد أقل من اجهاد التشرخ والذي يعرف باجهاد الشد الناتج عن عزم انحناء خالص أي عزم انحناء غير مصحوب بقوي قص كما هو موضح بالشكل التالي:



وفي هذه المرحلة تسلك الكمرات الخرسانية سلوكا مرنا ويتم تطبيق قانون الاجهادات العمودية الناتجة عن عزم الانحناء (Normal Stress due to Bending) :

$$f = \frac{M.y}{I}$$

حيث:

f : الاجهاد العمودي ويكون شد في جزء من الكمرة وضغط في الجزء الاخر حسب اتجاه العزم.

M : عزم الانحناء المؤثر علي الكمرة.

y : بعد النقطة المحسوبة عندها الاجهادات من محور التعادل.

I : العزم الثاني للمساحة حول محور التعادل.

1-4-3 فرضيات حساب الاجهادات في الكمرات الخرسانية: Assumptions in Calculation of Stresses

1- مستوي المقطع الخرساني قبل الاجهاد يكون مستويا ويظل مستويا بعد الإجهاد.

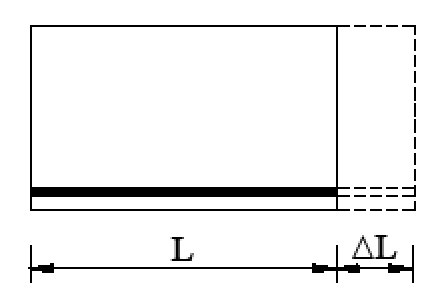
2- الاجهاد المؤثر علي المقطع الخرساني يتناسب طرديا مع الانفعال.

3- يوجد تماسك تام دون انزلاق بين الخرسانة وحديد التسليح.

4- النسبة المعيارية (n) (نسبة معايرى المرونة لحديد التسليح و الخرسانة) ثابتة وتساوي 10.

2-4-3- النسبة المعيارية Modular Ratio (n) :

بناء على الفرض الثالث من الفرضيات السابقة فأنه لا يوجد أى انزلاق بين الخرسانة وحديد التسليح أى أن الانفعال فى الخرسانة يساوى الانفعال فى حديد التسليح الملاصق لها



$$(\Delta L)_c = (\Delta L)_s$$

$$\left(\frac{\Delta L}{L}\right)_c = \left(\frac{\Delta L}{L}\right)_s$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s$$

$$\frac{f_c}{E_c} = \frac{f_s}{E_s}$$

$$f_c = \frac{E_s}{E_c} . f_c$$

$$f_s = n . f_c$$

حيث : $\varepsilon_s, \varepsilon_c$: الانفعال فى الخرسانة وفى حديد التسليح .

f_s , f_c : الإجهاد فى الخرسانة وفى حديد التسليح .

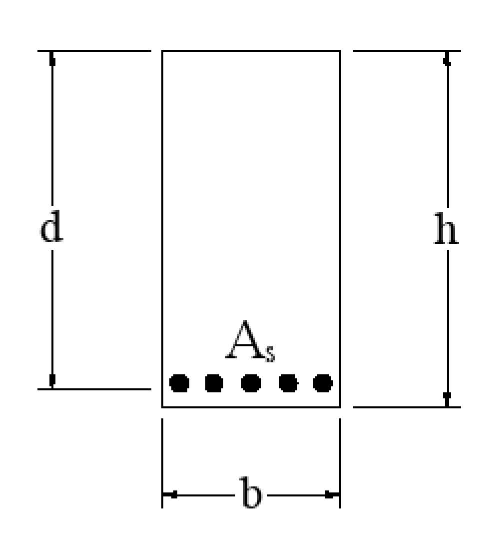
E_s , E_c : معاير المرونة لكل من الخرسانة وحديد التسليح .

n : النسبة المعيارية . $n = \frac{E_S}{E_C}$

وحسب الكود المصري تؤخذ قيمة (n) تساوي 10 للمرحلة الاولي وهي مرحلة ما قبل التشرخ وتؤخذ مساويه 15 عند حساب اجهادات التشغيل أي في المرحلة الثانية.

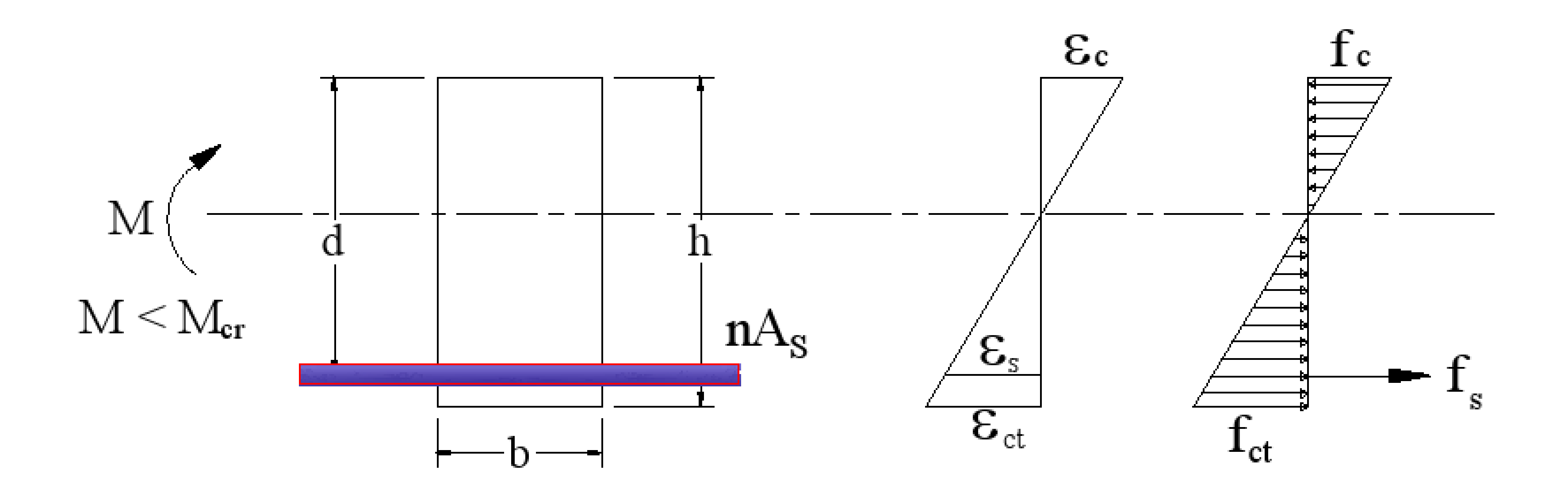
وأهمية دراسة الكمرات الخرسانية المعرضة لأحمال لا تسبب أي شروخ بها نابع من أن ذلك مطلوب في بعض المنشآت مثل خزانات السوائل وحمامات السباحة وغيرها.

3-4-3- العمق الفعال للمقطع الخرساني (d) Effective Depth :

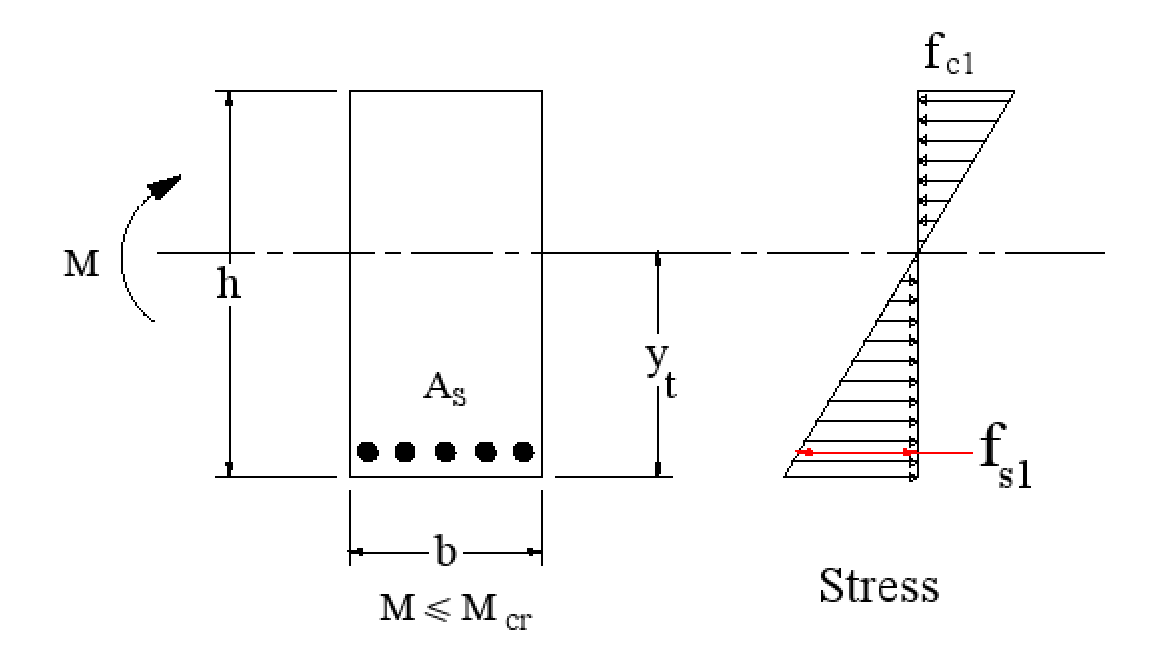


المسافة بين سطح المقطع المعرض لأقصى إجهاد ضغط ومركز حديد التسليح بينما العمق الكلي للمقطع الخرساني هى **(h)** وغالبا يؤخذ العمق الكلي للكمرات الخرسانية مضاعفات الرقم (5) بالسم والفرق بين العمق الكلي والعمق الفعال هو الغطاء الخرساني ويكون بالنسبة للكمرات فى حدود 3 – 5 سم أما فى البلاطات فيكون فى حدود 2 – 4 سم .

وفي مرحلة ما قبل التشرخ تسلك الكمرة سلوكا مرنا ويكون كامل القطاع الخرساني فعالا بالإضافة إلى أن حديد التسليح يكون مساهما في القطاع الخرسانية بمساحة تساوي المساحة الفعلية مضروبة في n حيث أن n هي النسبة المعيارية. كما أن الإجهاد في حديد التسليح يكون مساويا لإجهاد الخرسانة عند نفس المستوى مضروبا في n .



3-5- عزم التشرخ Cracking Moment:



يلاحظ أنه في المرحلة الأولى مرحلة ما قبل التشرخ لا يصل إجهاد الشد في الخرسانة إلى إجهاد التشرخ(f_{ctr}) (Modulus of Rupture) . وعند وصول الخرسانة (عند أقصى إجهاد شد) إلى قيمة إجهاد التشرخ يكون العزم المؤثر على القطاع هو عزم التشرخ .

$$f = \frac{M.y}{I_g}$$

$$f_{ctr} = \frac{M_{cr} y_t}{I_g}$$

$$M_{cr} = \frac{I_g f_{ctr}}{y_t}$$

where $f_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$

حيث f_{ctr} هو اجهاد الشد في الخرسانة الناتج من الانحناء الخالص .

وفي هذه الحالة يتم تحليل المقطع لحساب الاجهادات كما يتبع في المقاطع المرنة إلا أن مساحة حديد التسليح تضاعفت n مرة ويتم حساب محور التعادل أومحور الخمول على أساس المقطع المتحول (Transformed Section) وعند حساب الإجهادات يتم حسابها من المعادلة الخاصة بإجهادات العزوم .

$$f = \frac{M.y}{I}$$

إلا أن الإجهادات في حديد التسليح يتم حسابها عند مستوى حديد التسليح بعد ضربها في n .

Example (3-1):

Calculate the cracking moments for the shown sections subjected to positive bending moments.

f_{cu} = 25 N/mm^2 f_y = 240 N/mm^2

M_1 400 250 (1)
M_2 4Φ16 400 250 (2)
M_3 4Φ16 400 250 (3)

Section (1)

$$f_{ctr} = 0.60\sqrt{f_{cu}} = 0.60\ \sqrt{25} = 3.0\ N/mm^2$$

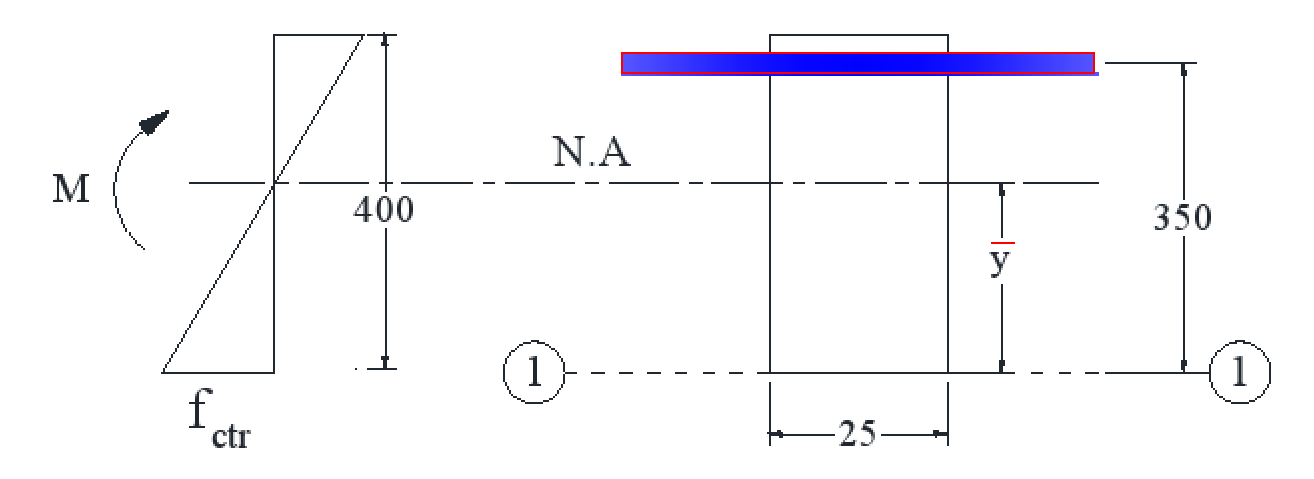
$$M_{cr} = \frac{f_{ctr}\ .\ I}{y} = \frac{3.0xI}{y}$$

$$I = \frac{250\left(400\right)^3}{12} = 1333333333\,mm^4$$

y = 200 mm

$$M_{cr1} = \frac{3.0 \times 1333333333}{200} = 20000000\ N.mm = 20.0\,m.kn$$

Section (2)



A_s = 4 φ 16 = 805 mm^2

n = 10

(n – 1) A_s = 9 A_s = 7245 mm^2

$A_v = A_c + (n\text{-}1)\,A_s = 250 \times 400 + 9 \times 805 = 107245$ mm^2 حيث A_v هي المساحة الافتراضية

$S_{1\text{-}1} = 250 \times 400 \times 200 + 7245\,(400 - 50) = 22535750\ mm^3$

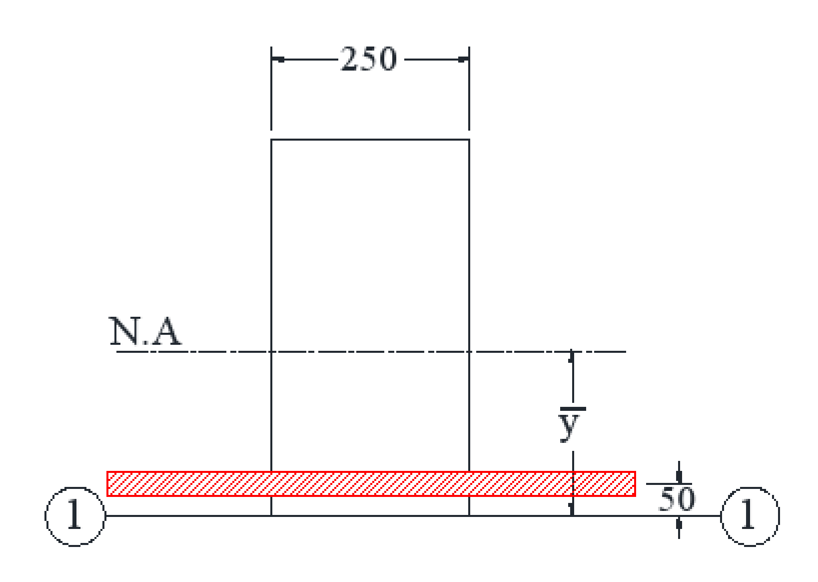
$$\bar{y} = \frac{S_{1-1}}{A_v} = \frac{22535750}{107245} = 210.13\ \text{mm}$$

العزم الثاني للمساحة الافتراضية حول محور التعادل

$$I_{nv} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \times 400\,(210 - 200)^2 + 7245\,(350 - 210)^2 = 1485335333\ mm^4$$

$$M_{cr2} = \frac{f_{ctr}\,.I_y}{\bar{y}} \rightarrow M_{cr2} = \frac{3.0 \times 1485335333}{210.13} = 21.20\ m.kn$$

<u>Section (3)</u>



$A_{gross} = 107245\ mm^2$

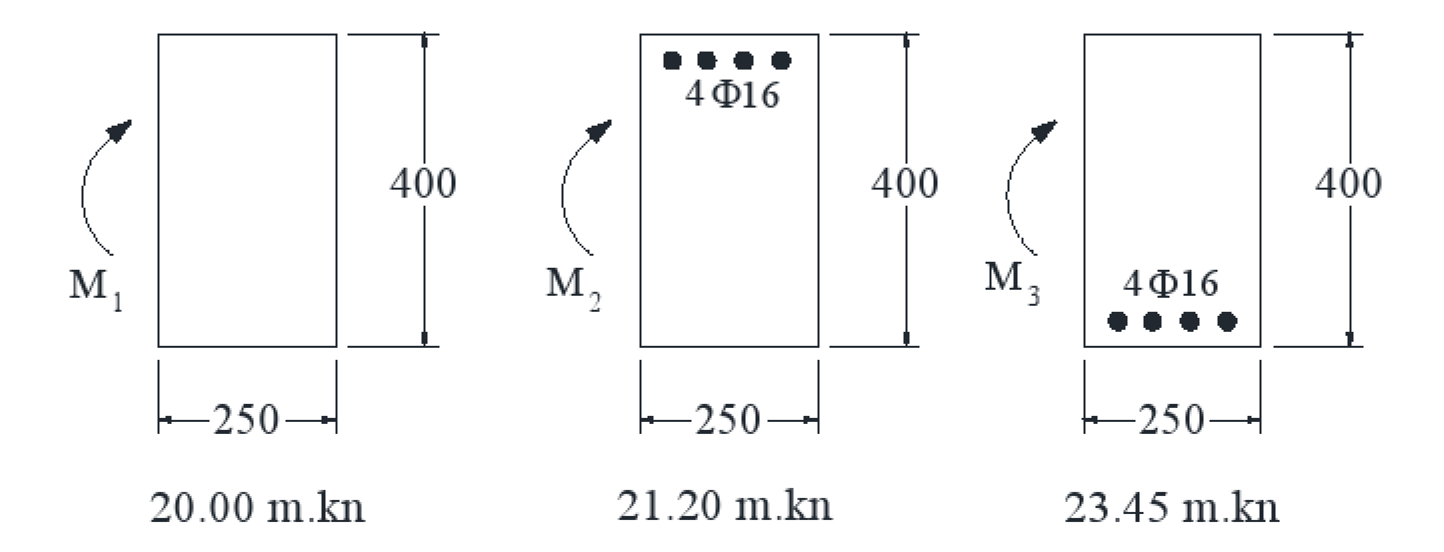
$S_{1\text{-}1} = 400 \times 250 \times 200 + 7245 \times 50 = 20007295\ mm^3$

$$\bar{y} = \frac{20007295}{107200} = 186.56\ mm$$

$$I_{gross} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \times 400\,(10)^2 + 7245\,(190 - 50)^2 = 1485335333\ mm^4$$

$$M_{cr3} = \frac{f_{ctr}\,.I_y}{\bar{y}} = \frac{3.0 \times 1485335333}{190} = 23.45\ m.kn$$

The cracking moments for the shown sections are :



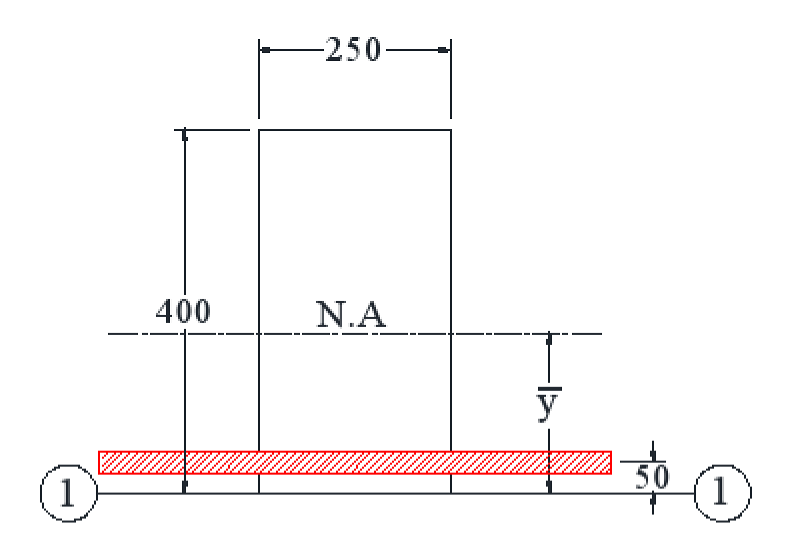
يلاحظ في هذا المثال الاتي:

1- أن حديد التسليح ليس له تأثير كبير علي قيمة عزم التشرخ برغم أن مقاومة التشرخ يزيد عن حالة الخرسانة العادية.

2- أن وضع حديد التسليح ناحية الشد يكون له تأثير أكبر في زيادة عزم التشرخ عنه في حالة وضعه ناحية الضغط.

Example (3-2):

Calculate the cracking moment for section (3) in the previous problem if the area of reinforcement is doubled.



Solution:

(n-1) A_s = (10 – 1) 1609 = 14481 mm^2

A_v = 400 x 250 + (10 – 1) 1609 = 114481 mm^2

S_{1-1} = 400 x 250 x 200 + 14481 x 50 = 20724050 mm^3

$$\bar{y} = \frac{S_{1-1}}{A_v} = \frac{20724050}{114481} = 181.03 \text{ mm}$$

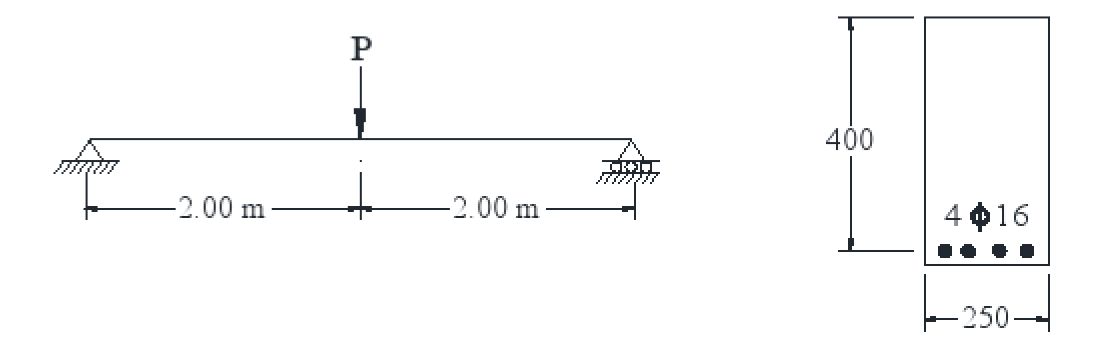
$$I_{nv} = \frac{250(400)^3}{12} + 250 \text{ x } 400 \ (181.03 - 200)^2 + 14481 \ (181.03 - 50)^2$$

$$= 1617941698 \text{ mm}^4$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctr} . I_{nv}}{\bar{y}} = \frac{3.0x1617941698}{181.03} = 26.81 \text{ m.kn}$$

Example (3-3):

Calculate the maximum value of the load P that the shown beam can carry without cracking.



Solution:

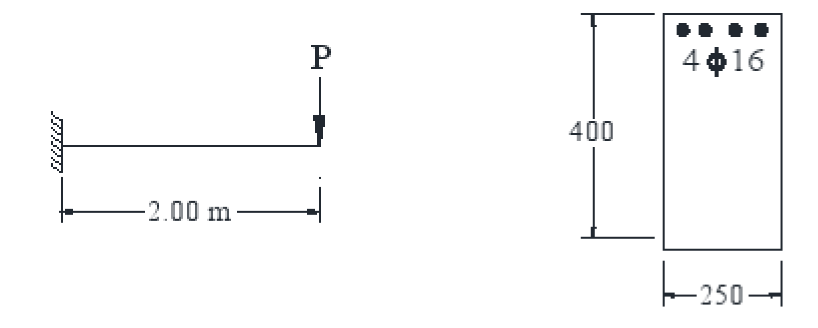
From example (3-1) section (3) M_{cr} = 23.45 m.kn

$$M = M_{cr} = \frac{P.L}{4}$$

$$23.45 = \frac{Px4}{4} \rightarrow P = 23.4 \text{ kn}$$

Example (3-4):

Find the maximum value of the load P that the cantilever beam shown in figure can carry without cracking.



Solution:

From example (3-1) section (3) M_{cr} = 23.45 m.kn

$M = M_{cr} = P.L$

$23.45 = P \times 2$

P = 11.725 kn

Chapter (3) - Problems

1- What are the main stages that a reinforced concrete beam passes through when it is subjected to an increasing load?

2- Why the reinforced concrete beam can resist cracking moment bigger than plain concrete beam having the same section?

3- What is the maximum tensile stress that un cracked beam subjected to bending can resist ?

4- When un cracked stage is used in design of reinforced concrete structures ?

5- In design of reinforced concrete structures, when the whole beam section can be considered effective ?

6- In working stress stage, is the whole section of concrete beam effective ? why ?

7- Which part of concrete section subjected to bending is neglected in working stress stage ?

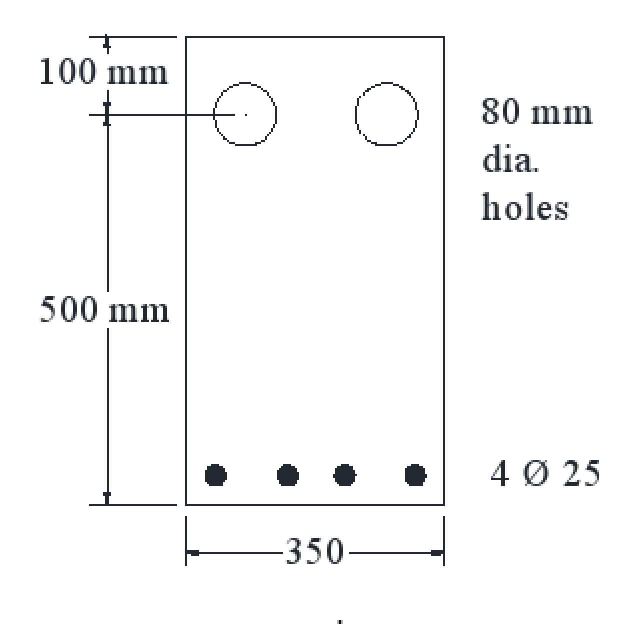
8- In working stress stage, how the tensile stresses are resisted in reinforced concrete section subjected to bending ?

9- Define the modular ratio.

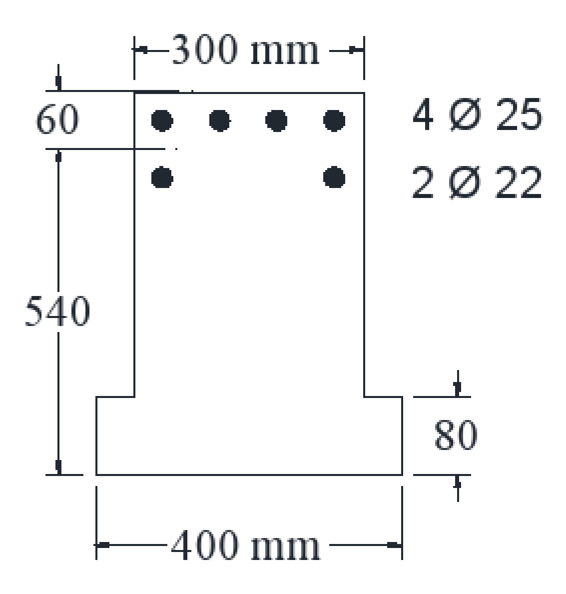
10- Is the modular ratio constant for concrete at different stages of loading ?

11- Why concrete cover is used in concrete beams ?

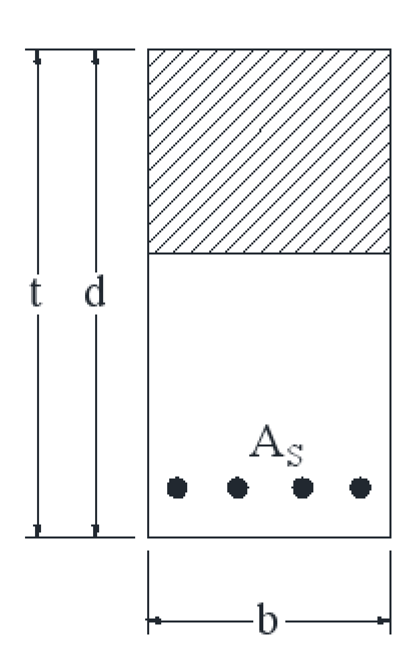
12- For the shown reinforced concrete beam section shown in figure : Find the neutral axis and the moment of inertia for the un cracked section.



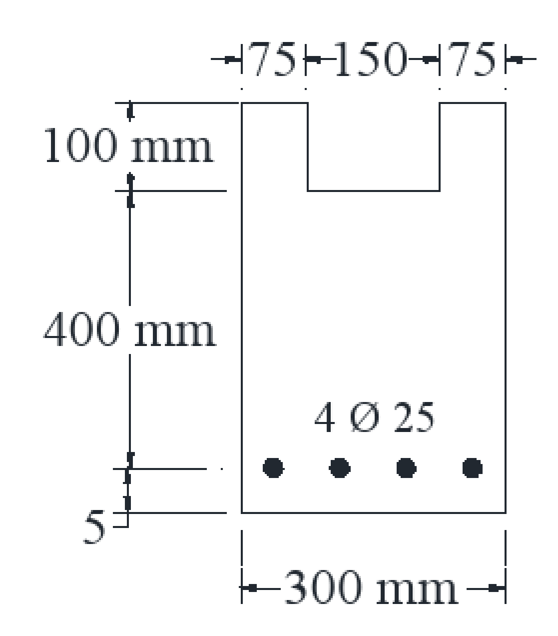
13- Given a concrete beam, which is t = 600 mm, d = 540 mm with 4 Φ 25 and 2 Φ 22 reinforcement bars and f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Assume that the beam is ideal (no crack), determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{zz} for an ideal beam (no cracks).



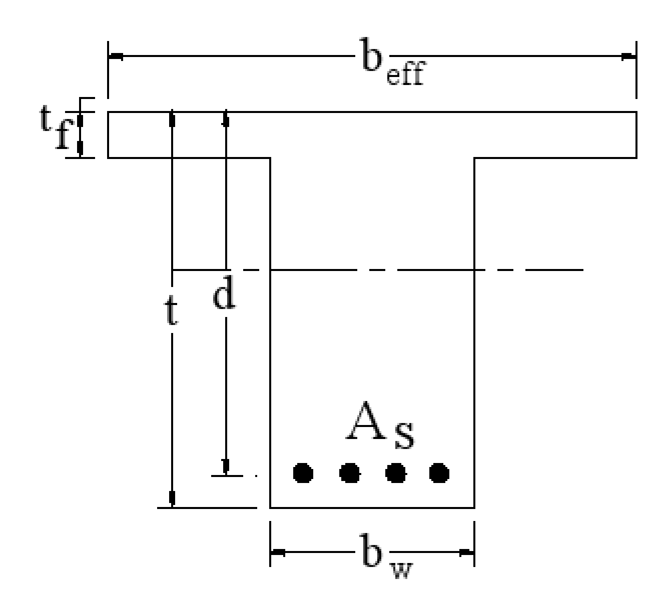
14- Consider a simple rectangular beam (b x t) reinforced with steel reinforcement of A_s. Assume b = 200 mm, d = 350 mm., t = 400 mm , A_s = 800.0 mm^2 and f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2. Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).



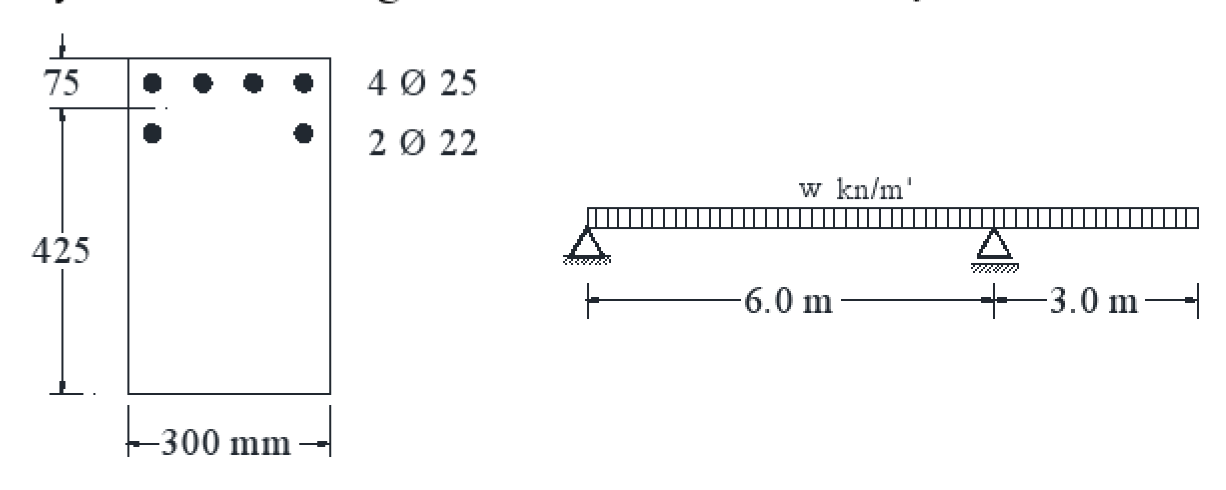
15- For the given beam with f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).



16- Given: f_{cu} =30 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2. The dimensions are b_{eff} = 900 mm , b_w = 250 mm , d = 440 mm, t_f = 80 mm , t =500 mm. and A_s 9 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the centroid (Neutral Axis, NA) and moment of inertia, I_{xx} for an ideal beam (no cracks).

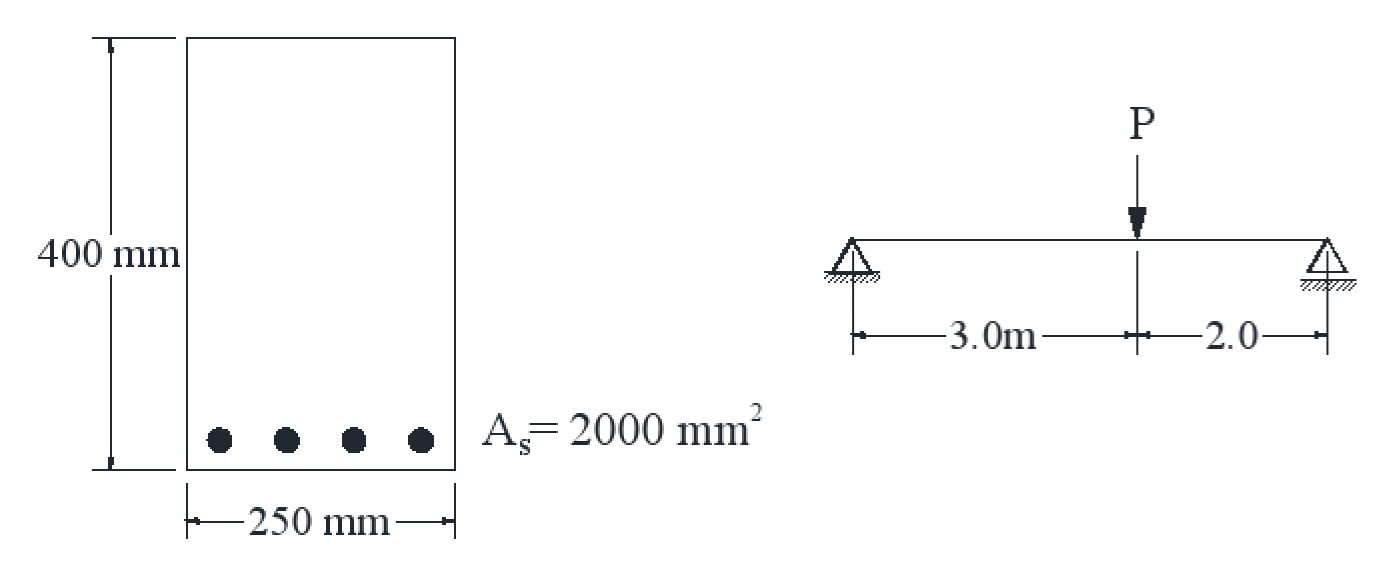


17- For the beam section shown in figure, calculate the maximum load that the beam can carry without cracking. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



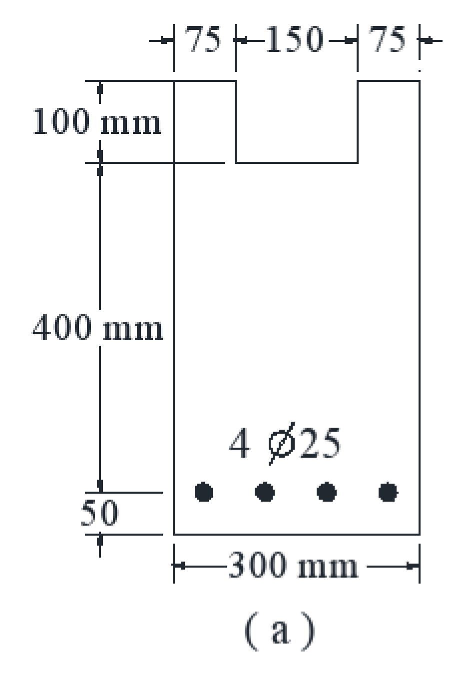
18- For the beam section shown in figure, determine the centroid (Neutral Axis) and the moment of inertia I_{x-x} for an ideal beam (no cracks).

Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist without cracking. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.

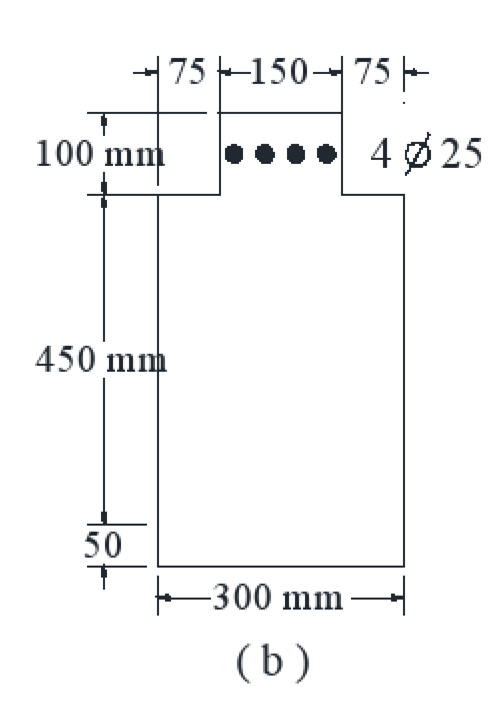


19- Calculate the cracking moment of the shown sections.

Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



(a)



(b)

الباب الرابع

تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزوم انحناء بطريقة اجهاد التشغيل
Design of R.C Sections Subjected to Bending by Working Stress Method

توجد طريقتان لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء حسب ما تم الإشارة إليه مسبقا . أولهما طريقة إجهاد التشغيل أو طريقة المرونة (Working Stress Design Method) وثانيهما هي طريقة المقاومة القصوى (Ultimate Strength Design) وسيتم شرح طريقة إجهاد التشغيل باختصار حيث أن طريقة المقاومة القصوى هي الأكثر شيوعا .

تعتمد طريقة اجهاد التشغيل (Working Stress Design Method) على حساب الإجهادات فى المقاطع الخرسانية فى حدود المرونة حيث يؤخذ في الاعتبار الجزء الابتدائي من منحني الإجهاد و الانفعال للخرسانة واعتباره خطا مستقيما وكذلك اعتبار الجزء المستقيم من منحني الإجهاد والانفعال لحديد التسليح وبذلك تكون لاجهادات فى كل من الخرسانة وحديد التسليح فى حدود المرونة وهذه هي الإجهادات التي يتعرض لها كل من الخرسانة وحديد التسليح أثناء تعرض المقطع الخرساني للأحمال المؤثرة عليه ولذلك أطلق على هذه الطريقة طريقة أحمال التشغيل أو طريقة المرونة (Elastic Method).

4-1- فرضيات طريقة إجهاد التشغيل : Assumptions of Elastic Method

يتم افتراض الفرضيات التالية عند تحليل مقاطع الكمرات الخرسانية تحت تأثير اجهادات التشغيل :

1- المقطع المستوي يظل مستويا بعد تأثير الإجهادات . أي أن الإجهاد يتناسب خطيا مع الانفعال .

2- الخرسانة تعتبر مادة مرنة تتبع قانون هوك $f = E \cdot \varepsilon$.

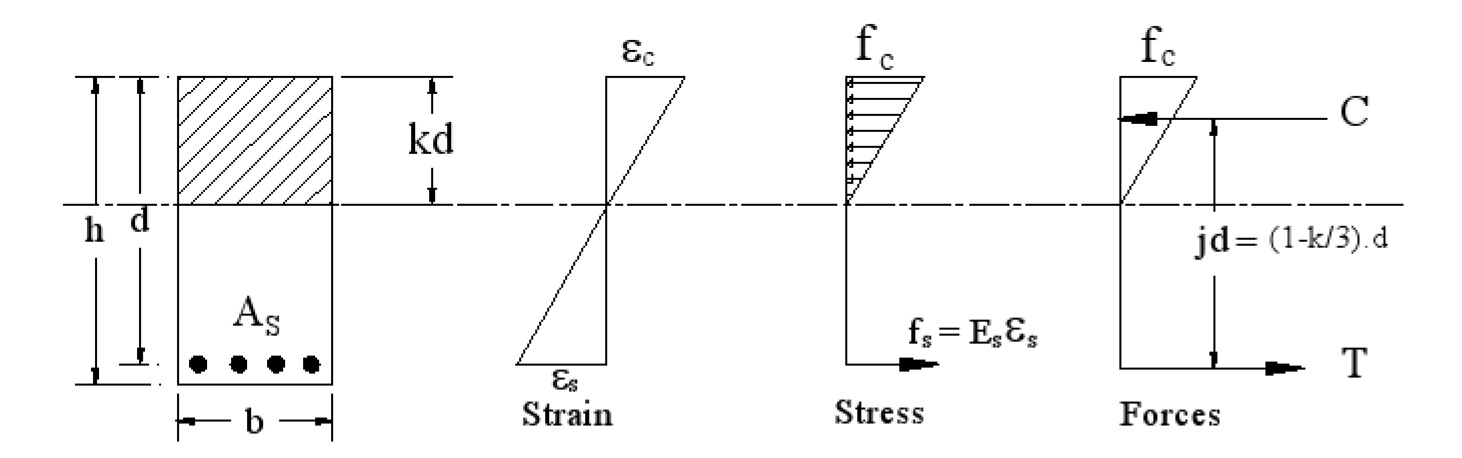
3- الخرسانة المعرضة للشد تتشرخ تماما ولا تقاوم أي اجهادات ويقوم حديد التسليح بمقاومة كافة اجهادات الشد . ولذلك يهمل هذا الجزء من المقطع عند حساب العزم الثاني للمساحة للمقطع الخرساني.

4- يوجد تماسك تام بين الخرسانة وحديد التسليح . أي أن الانفعال في حديد التسليح يساوي انفعال الخرسانة الملاصقة له.

5- مساحة حديد التسليح تعتبر مركزة في مركز مساحة حديد التسليح المقطع الخرساني.

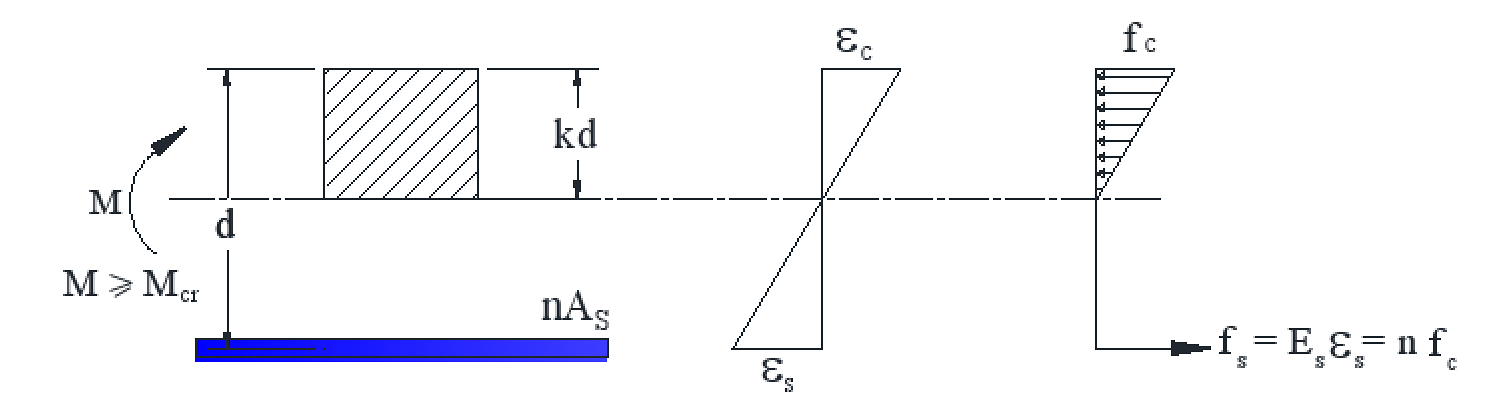
6- النسبة المعيارية (n) تساوي 15.

وفي مرحلة اجهاد التشغيل يتشرخ الجزء السفلي من المقطع الخرساني (المعرض للشد) ويظل حديد التسليح بمفردة يقاوم الشد. وهذه الحالة هي حالة المقطع الخرساني أثناء اجهاد التشغيل ويمكن تحليل المقطع



شكل (4−1) الإجهاد والانفعال فى مقطع خرسانى معرض لعزم إنحناء

الخرساني (حساب الاجهادات) نتيجة لعزم انحناء باتباع الطريقة العادية للمقاطع المرنة لكن بعد استخدام المقطع المتحول (Transformed Section) أي تحويل حديد التسليح الي مساحة مكافئة من الخرسانة المسلحة وذلك بزيادة مساحته من A_s الي $n.A_s$



شكل (4−2) المقَطع المكافئ والإجهادات فى مقطع كمرة خرسانية

4-2- الاجهاد المسموح به في الخرسانة وحديد التسليح في طريقة اجهاد التشغيل:

Allowable Stresses in Working Stress design Method:

وقبل حساب الاجهادات في المقاطع الخرسانية المسلحة أو تصميمها يجب تحديد الاجهاد المسموح به في الخرسانة عند تعرضها لعزم انحناء وكذلك اجهاد الشد المسموح به في حديد التسليح وذلك عند الحساب بطريقة اجهاد التشغيل ويعطي الكود المصري القيمة التالية للاجهاد المسموح به في المقاطع الخرسانية للكمرات والبلاطات التي يزيد عمقها عن 20 سم.

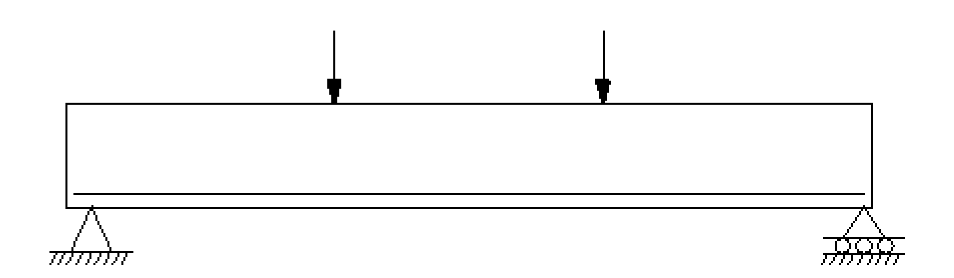
جدول (1) اجهاد الخرسانة المسلحة المسموح به للمقاطع المعرضة لعزوم انحناء بطريقة اجهاد التشغيل

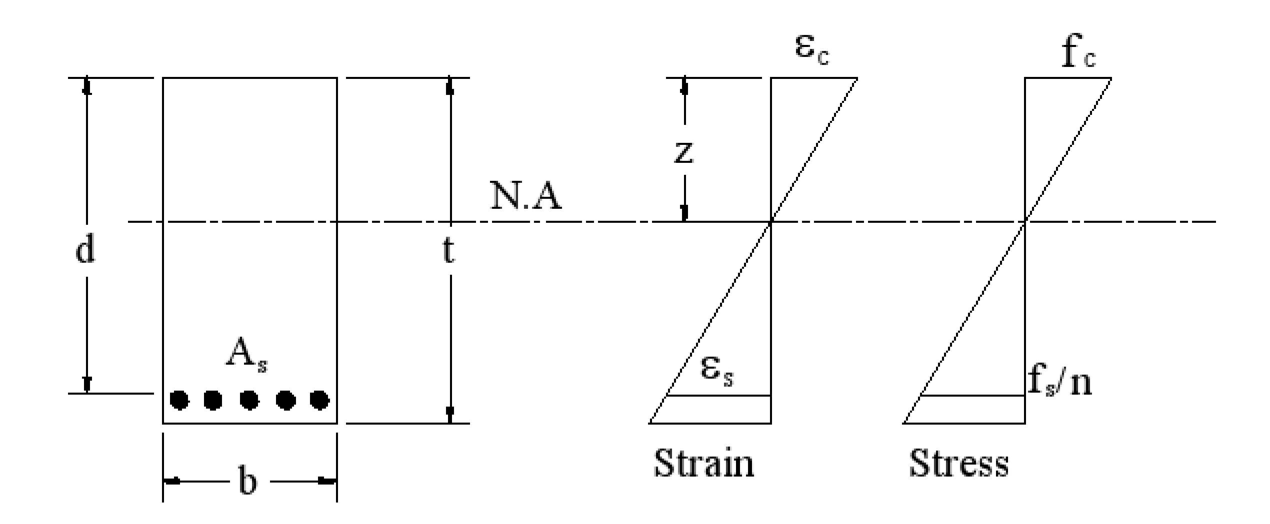
f_{cu} (N/mm^2)	20	22.5	25	27.5	30
f_c (N/mm^2)	8	9	9.5	10	10.5

جدول (2) قيم الاجهاد المسموح به فى حديد التسليح عند استخدام طريقة اجهاد التشغيل

Type	f_s (N/mm^2)
Steel 24 / 35	140
Steel 28 / 44	160
Steel 36 / 52	200
Steel 40 / 60	220

وعند التعامل مع المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزم انحناء توجد حالتان هما تحليل المقطع لحساب الاجهادات أو العزم الذي يمكن لمقطع خرساني معلوم أن يقاومه, والحالة الاخري هي تصميم مقطع خرساني معرض لعزم انحناء محدد لتحديد أبعاد المقطع وحديد التسليح اللازم لمقاومة عزم الإنحناء .





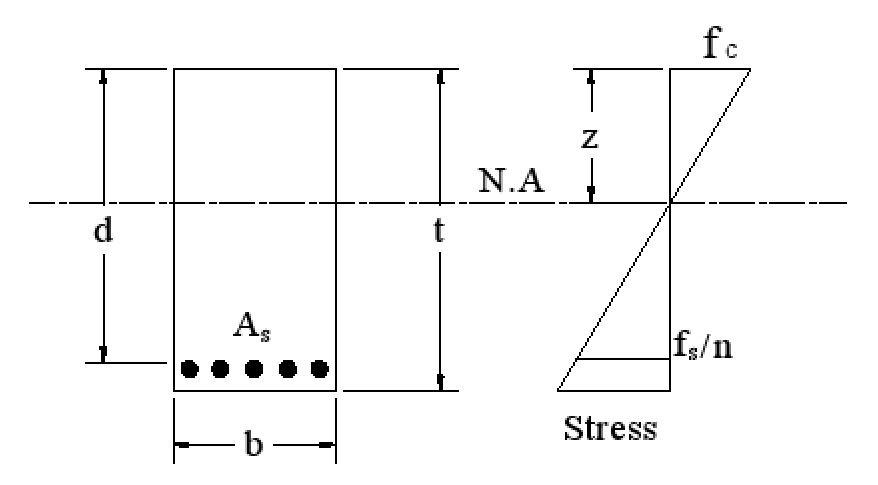
شكل (4-3)

4-3- التحليل بطريقة اجهاد التشغيل Analysis in Working Stress Method:

وفي هذه الحالة يكون المقطع معلوما بالكامل ومطلوب حساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح بمعلومية عزم الانحناء المؤثر علي المقطع أو حساب عزم الانحناء الذي الذي يمكن للمقطع الخرسانى تحمله اذا كان اجهاد الخرسانة وحديد التسليح معلوما.

ويلاحظ أنه في حالة تحليل مقطع خرساني لحساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح نتيجة تأثير عزم معين فان الاجهاد في الخرسانة أو حديد التسليح ليس ضروريا أن يصل الي القيمة المسموح بها (f_c , f_s) ولكن غالبا ما يكون أحدهما أقل من المسموح به أو أكبر اذا كان عزم الانحناء اكبر من مقاومة المقطع.

وفي حالة حساب عزم الانحناء الذي يمكن للمقطع مقاومتة يجب حساب الاجهاد في الخرسانة وحديد التسليح ثم حساب عزمي انحناء مرة عن طريق الاجهاد المسموح به في الخرسانة ومرة اخري عن طريق الاجهاد المسموح به في حديد التسليح ثم اختيار العزم الاقل وهو ما يمكن للمقطع مقاومتة دون زيادة الاجهادات عن المسموح به. وفي حالة التحليل يتم حساب محور التعادل كما يلي:



بأخذ العزوم للمساحة حول محور التعادل

$$b.z.\frac{z}{2} - n.A_S(d - z) = 0.0$$

Get z

ومن هذه المعادلة يمكن تحديد موضع محور التعادل للمقطع الخرساني المسلح ويلاحظ أنه بزيادة مساحة التسليح تزداد قيمة z أي تزداد مساحة الضغط في المقطع الخرساني ، وبتحديد نسبة التسليح بحيث يحدث الانفعال الأكبر في حديد التسليح (ε_y) قبل حدوث الانفعال الأقصى في الخرسانة ($\varepsilon_c = 0.003$) يمكن التأكد من أن الكمرة الخرسانية سوف تسلك سلوكا ممطوليا (Ductile) أي يحدث تمدد كبير لحديد التسليح بالتالي ترخيم كبير (Deflection) في الكمرة قبل ان تنهار . وبالعكس إذا كانت نسبة التسليح كبيرة فإن الإجهاد

الأقصى يحدث في الخرسانة أولا وتنهار الخرسانة انهيارا قصفا (Brittle) وهو انهيار فجائي لا يعطي أي تنبيه أو تحذير قبل انهيار الكمرة .

وبعد تحديد عمق محور التعادل z يمكن حساب العزم الثاني للمساحة الافتراضية I_{nv} حول محور التعادل.

$$I_{nv} = b\frac{z^3}{3} + n.A_S.(d-z)^2$$

وباستخدام معادلة الاجهادات نتيجة لعزم الانحناء يمكن حساب الاجهاد فى كل من الخرسانة وحديد التسليح كما يلي:

$$f_c = \frac{M.z}{I_{nv}}$$

$$f_s = n.\frac{M.(d-z)}{I_{nv}}$$

أو بطريقة اخري يمكن حساب الضغط الكلي في القطاع (C) وهو يساوي الشد الكلي في القطاع (T) ومن كلا منهما يمكن حساب الاجهادات في الخرسانة وحديد التسليح.

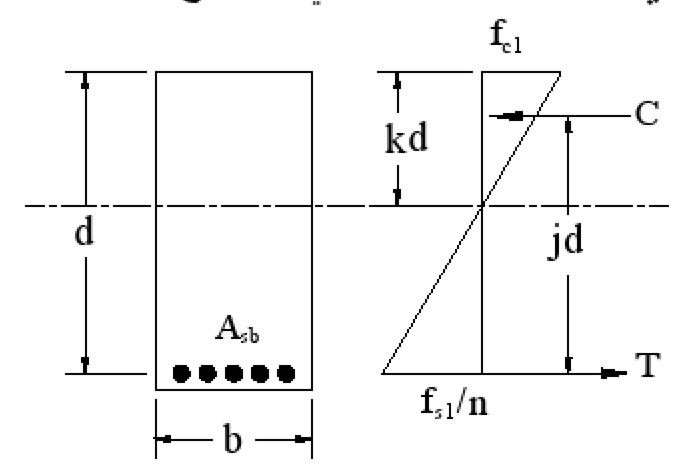
$$T = C = \frac{M}{y_{ct}} = \frac{M}{(d - z/3)}$$

$$C = 0.5 f_c.b.z \quad \rightarrow \text{ get } \quad f_c$$

$$T = A_s.f_s \quad \rightarrow \text{ get } \quad f_s$$

طريقة اخري لحساب الاجهادات في المقاطع الخرسانية المسلحة المعرضة لعزوم انحناء

To find The Stresses in R.C Section:



1- Find the position of the N.A

$$k = -\mu n + \sqrt{2\mu.n + (\mu.n)^2}$$

2- Find $j = 1 - \frac{k}{3}$

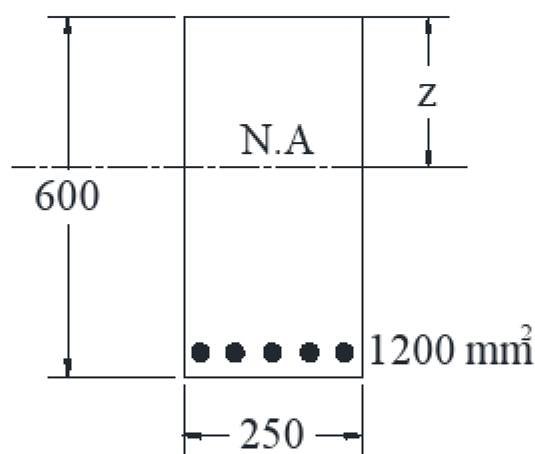
$$M = f_{S1}.A_{Sb}.j.d \quad \Rightarrow \quad \text{Get } f_{S1}$$

3- $f_{c1} = \frac{f_{S1}}{n(1-k)d}.k.d$

$$f_{c1} = \frac{k.f_{S1}}{n(1-k)}$$

Example (4-1):

Calculate the stresses in concrete and steel of the shown R.C. section subjected to bending moment of 120.0 m.kn.



$b = 250$ mm , $d = 560$ mm , $A_s = 1200$ mm^2

$S_{n.a} = 0$

$$bz \cdot \frac{z}{2} - n\,A_s\,(d - z) = 0$$

$$\frac{b}{2}z^2 + n\,A_s\,z - n\,A_s\,d = 0$$

$$z = \frac{-nA_s + \sqrt{(n\,A_s)^2 + 2\,b\,nA_s\,d}}{b}$$

$$= \frac{-15\times1200 + \sqrt{(15\times1200)^2 + 2\times250x15\times1200\times560}}{250} = 220.1 \text{ mm}$$

250

339

$nA_S = 15 \text{ x } 1200 = 18000$ mm^2

$$I_{nv} = \frac{250(220.1)^3}{3} + 18000(339)^2 = 2957121883 \text{ mm}^4$$

$$f_c = \frac{M.z}{I_{nv}} = \frac{120\times 10^6 \times 220}{2957121883} = 892.7\ N/m^2$$

$$f_s = n\ \frac{M(d-z)}{I_{nv}} = 15\ \frac{120\times 10^6 \times 339}{2957121883} = 206.35 \text{ N/mm}^2$$

Another Solution:

$$T = C = \frac{M}{y_{ct}}$$

$$y_{ct} = d - \frac{z}{3} = 560 - \frac{220}{3} = 486.66 \text{ mm}$$

$$C = T = \frac{120\times 10^6}{486.66} = 246578.72\ N$$

$$C = \frac{1}{2} f_c\, b.z$$

$$246578.72 = \frac{1}{2} f_c \times 250 \times 220$$

$f_c = 8.966$ N/mm^2

$T = f_s\ A_s$

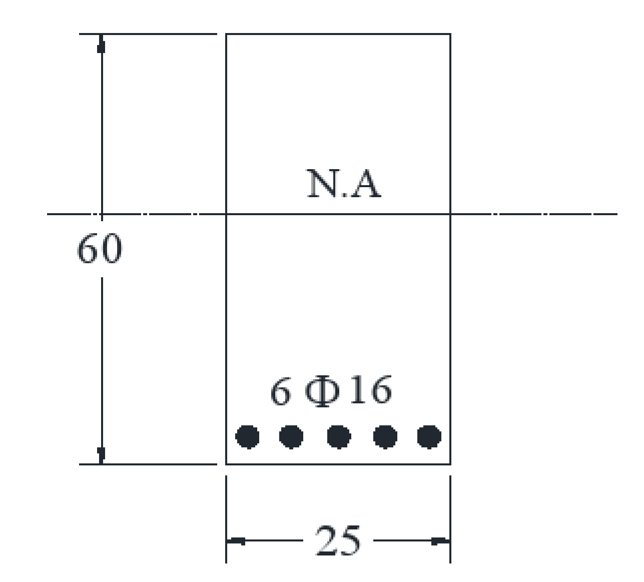
$246578.72 = f_s \times 1200$

$f_s = 205.48$ N/mm^2

Example (4-2):

For the shown R.C. section find the maximum bending moment that the section can resist.

$f_{cu} = 25\ N/mm^2$ $f_y = 360\ N/mm^2$



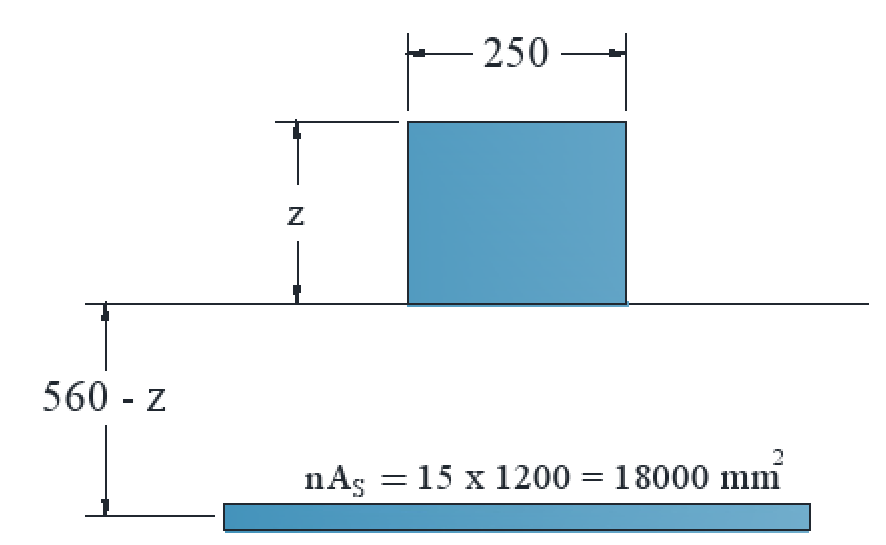
Solution:

$A_s = 201 \times 6 = 1206\ mm^2$

$f_c = 9.5\ N/mm^2$

$f_s = 200\ N/mm^2$

Assume cover = 40.0 mm



$S_{n\text{-}a} = 250\ .\ z\ .\ \frac{z}{2} - 18000\,(560 - z) = 0$

$125\ z^2 + 18000\ z - 10080000 = 0$

$z^2 + 144z - 80640 = 0$

$$z = \frac{-144 + \sqrt{(144)^2 + 4 \times 80640}}{2} = 220.1\ mm$$

$$C = \frac{1}{2}\ f_c\, b\, z = \frac{1}{2} \times 9.5 \times 250 \times 220.1 = 261.37\ kn.$$

$M_1 = C\ .\ y_{ct} = C\ (d - z/3)$

$$= 261.37\left(560 - \frac{220.1}{3}\right) = 127.2\ m.kn$$

$T = As.\, f_s = 200 \times 1200 = 240$ kn

$M_2 = T\,.\, y_{ct} = T\,(d - z/3)$

$$= 240\left(560 - \frac{220.1}{3}\right) = 116.79 \text{ m.kn}$$

$M_{max} = 116.79$ m.kn

يلاحظ في هذا المثال انه تم حساب عزم الانحناء الذي يمكن ان يقاومة المقطع مرتين , مرة من اجهاد الخرسانة ومرة من اجهاد الحديد المسموح بهما لكن نظرا لان مساحة حديد التسليح أقل قليلا من المفروض فكان الشد في المقطع أقل من الضغط و هذا غير صحيح لكن الاجهاد الحقيقي في الخرسانة أقل من المسموح بـه بحيث يصير الضغط في الخرسانة مساويا للشد في الحديد وفي هذا المثال يكون اجهاد الخرسانة:

$f_c = (2.T) / (b.z) = (2 * 240) / (250 * 220.1) = 8.72 \quad N/mm^2$

و هو ما يعطي عزم انحناء مساوي للذي تم حسابه من اجهاد الحديد.

Another Solution:

$$I_{nv} = \frac{250\,(220.1)^3}{3} + 1200 \times 15\,(560 - 220.1)^2$$

$$= 888543883.4 + 2079576180 = 2968120063 \text{ mm}^4$$

$$f = \frac{M.y}{I}$$

$$f_c = \frac{M_1\,.z}{I_{nv}}$$

$$M_1 = \frac{f_c\,.\,I_{nv}}{z} = \frac{9.5 \times 2968120063}{220.1} = 128.11\, m.kn$$

$$f_s / n = \frac{M_2\,(d - z)}{I_{nv}}$$

$$M_2 = \frac{f_s\,.I_{nv}}{n\,(d - z)}$$

$$M_2 = \frac{200 \times 2968120063}{15\,(560 - 220.1)} = 116.43\, m.kn$$

$\therefore$ Max all moment = 116.43 m.kn

Example (4-3):

Find the resistance Moment for the following Sections:

a) $A_S = 800 \text{ mm}^2$

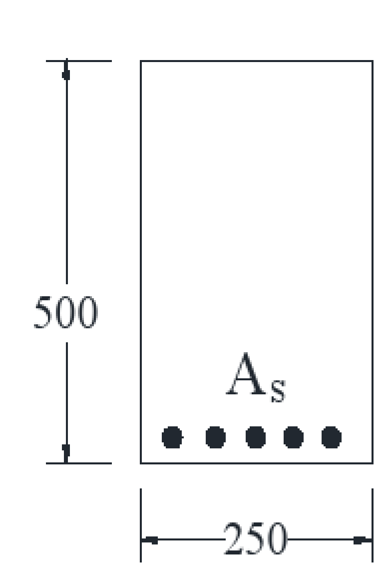
b) $A_S = 1000 \text{ mm}^2$

c) $A_S = 1200 \text{ mm}^2$

Known That:

$f_{cu} = 25 \; N/mm^2$, $f_s = 220 \; N/mm^2$

Solution:



سوف يتم حل هذه المسألة باستخدام الجدول المشروح فى البند 4-4

$f_{cu} = 25 \; N/mm^2 \Rightarrow f_c = 9.5 \; N/mm^2$

$d = t - 30 \text{ mm} = 500 - 30 = 470 \text{ mm}$

From Tables $\Rightarrow K_1 = 0.785$, $K_2 = 191.2$

a) $A_s = 800 \text{ mm}^2$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M_1}{b}} \quad \Rightarrow M_1 = \frac{bd^2}{K_1^2} = \frac{250x(470)^2}{0.785^2}$$

$\therefore M_1 = 90.00$ m.kn

$$A_S = \frac{M_2}{K_2 d} \quad \Rightarrow M_2 = A_S.K_2.d = 800 \text{ x } 191.2 \text{ x } 470$$

$\therefore M_2 = 71.89$ m.kn

$\therefore$ Under – reinforced Section $M = 71.89$ m.kn

b) $A_s = 1000 \text{ mm}^2$

$$A_S = \frac{M_2}{K_2 d} \quad \Rightarrow M_2 = A_S.K_2.d = 1000 \text{ x } 191.2 \text{ x } 470$$

$\therefore M_2 = 90.90$ m.kn

$\therefore$ Balanced – reinforced section M = 90.00 m.kn

c) $A_S = 1200\ mm^2$

$$A_S = \frac{M_2}{K_2 d} \qquad \Rightarrow M_2 = A_S.K_2.d = 1200\ x\ 191.2\ x\ 470$$

$\therefore M_2 =$ 107.84 m.kn

$\therefore$ Over – reinforced Section $M =$ 90.00 m.kn

Example (4-4):

Find the stresses in the Shown Sections:

a) $A_S = 800\ cm^2$

b) $A_S = 1000\ cm^2$

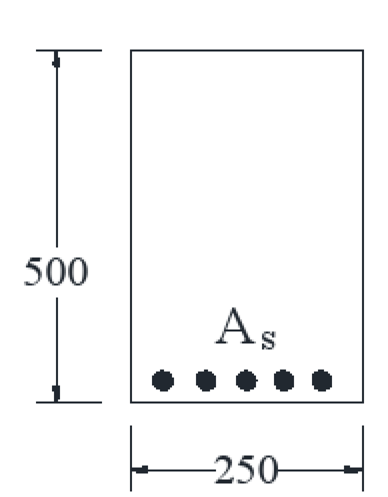
c) $A_S = 1200\ cm^2$

M = 90.00 m.kn

Known That:

f_{cu} = 25 N/mm^2

f_s = 220 N/mm^2



Solution:

$f_{cu} = 25\ N/mm^2 \Rightarrow f_c = 9.5\ N/mm^2$

d = t – 30 mm = 500 – 30 = 470 mm

a) $A_S = 800\ mm^2$

$$\mu = \frac{A_S}{b.d} = \frac{800}{250x470} = 0.0068$$

$\mu * n = 0.0068 * 15 = 0.102$

$$k = -0.102 + \sqrt{2x0.102 + (0.102)^2} = 0.36$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - 0.12 = 0.88$$

$M = f_{S1}.A_S.j.d$

$90x10^6 = f_{S1}x800x0.88x470$

$f_{s1} = 272.0 \ N/mm^2$

$$f_{c1} = \frac{k.f_{S1}}{n(1-k)} = \frac{0.36x272.0}{15(1-0.36)} = 10.2 \ N/mm^2$$

b) $A_S = 1000 \text{ mm}^2$

$$\mu = \frac{A_S}{b.d} = \frac{1000}{250x470} = 0.0085$$

$\mu * n = 0.1277$

$$k = -0.1277 + \sqrt{2x0.1277 + (0.1277)^2} = 0.394$$

$$j = 1 - \frac{K_c}{3} = 1 - \frac{0.394}{3} = 0.868$$

$M = f_{S1}.A_S.j.d$

$90x10^6 = f_{s1}x1000x0.868x470$

$f_{s1} = 220.0 \ N/mm^2$

$$f_{c1} = \frac{k.f_{S1}}{n(1-k)} = \frac{0.394x220.0}{15(1-0.394)} = 9.53 \ N/mm^2$$

c) $A_S = 1200 \text{ mm}^2$

$$\mu = \frac{A_S}{b.d} = \frac{1200}{250x470} = 0.01$$

$\mu * n = 0.153$

$$k = -0.153 + \sqrt{2x0.153 + (0.153)^2} = 0.42$$

$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.42}{3} = 0.86$$

$M = f_{S1}.A_S.j.d$

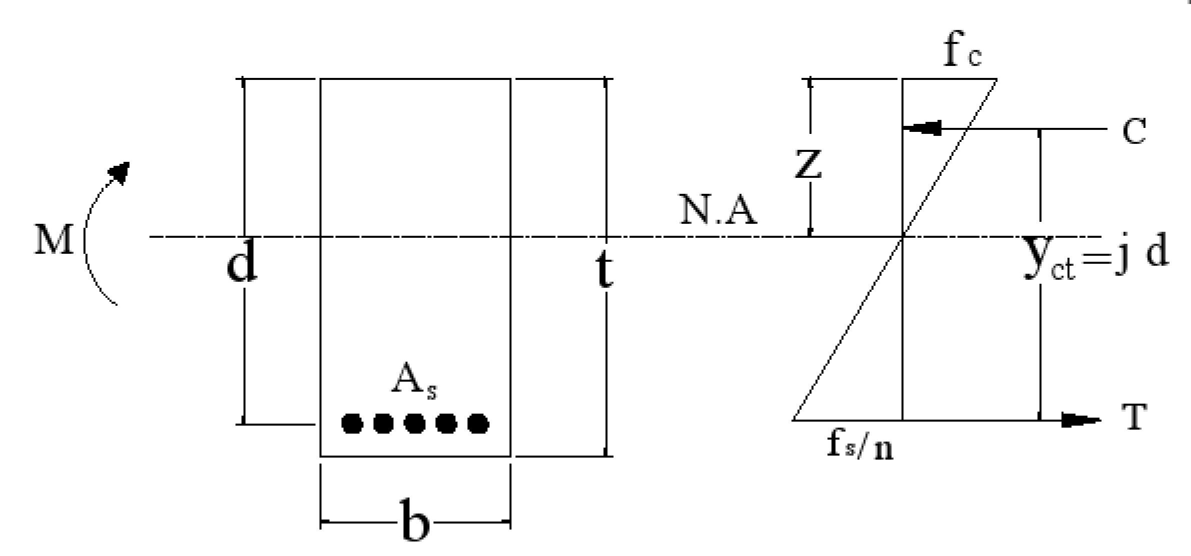
$90x10^6 = f_{s1}x1200x0.86x470$

$f_{s1} = 185.55 \ N/mm^2$

$$f_{c1} = \frac{k.f_{S1}}{n(1-k)} = \frac{0.42x185.55}{15(1-0.42)} = 8.95 \ N/mm^2$$

4-4- التصميم بطريقة اجهاد التشغيل Design in Working Stress Method:

وفي هذه الحالة يكون الاجهاد في كلا من الخرسانة وحديد التسليح معلومين ومطلوب حساب عمق القطاع d ومساحة حديد التسليح . حيث أن عرض القطاع b يمكن تحديده ومسبقا ومن الشكل التالي يمكن تحديد محور التعادل كما يلي:



Position of Neutral Axis:

$$z = \frac{f_c}{f_c + f_s / n}\ d = k\ d$$

$$y_{ct} = d - z/3 = (d - \frac{k.d}{3})$$

$$y_{ct} = \left(1 - \frac{k}{3}\right) d = jd$$

$$M = C.j.d$$

$$M = \frac{1}{2} b.k.d..f_c.j.d$$

$$M = \frac{1}{2} k.(1 - k/3).f_c.b.d^2$$

$$M = K\ b\ d^2$$

$$d = \sqrt{\frac{1}{K}}\ \sqrt{\frac{M}{b}} = K_1\ \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$M = T.\ y_{ct} = f_s\ A_s\ j\ d$$

$$A_s = \frac{M}{f_s\ jd} = \frac{M}{K_2\ d}$$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad A_s = \frac{M}{K_2\, d}$$

وتوجد جداول يمكن منها تحديد الثوابت K_1 , K_2 حسب الاجهاد المسموح به في كلا من الخرسانة وحديد التسليح.

معاملات التصميم K1 ، K2 للتصميم بطريقة إجهاد التشغيل

Units	F_y	240		280		360		400	
N/mm^2	fs	140		160		200		220	
F_{cu}	fc	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2
20	8	0.800	118.5	0.825	137.1	0.873	175.0	0.896	194.1
22.5	9	0.736	117.1	0.757	135.6	0.798	173.1	0.818	192.1
25	9.5	0.708	116.5	0.728	134.9	0.767	172.3	0.785	191.2
27.5	10	0.684	116.0	0.702	134.2	0.738	171.4	0.755	190.3
30	10.5	0.661	115.3	0.678	133.5	0.712	170.6	0.728	189.4
32.5	11	0.640	114.8	0.657	132.9	0.688	169.9	0.704	188.6
35	11.5	0.621	114.2	0.637	132.3	0.666	169.1	0.681	187.8

ولتلخيص خطوات التصميم للمقطع الخرساني المعرض لعزم انحناء بطريقة اجهاد التشغيل نتبع ما يلي

Design of Rectangular R.C. Section:

1- Find k_c (depth of the N.A) from equation: $k_c = \dfrac{f_c}{f_c + f_S / n}$

2- Find arm of the internal moment j: $j = 1 - \dfrac{k_c}{3}$

3- Find $K_1 = \sqrt{\dfrac{2}{f_c.k.j}}$

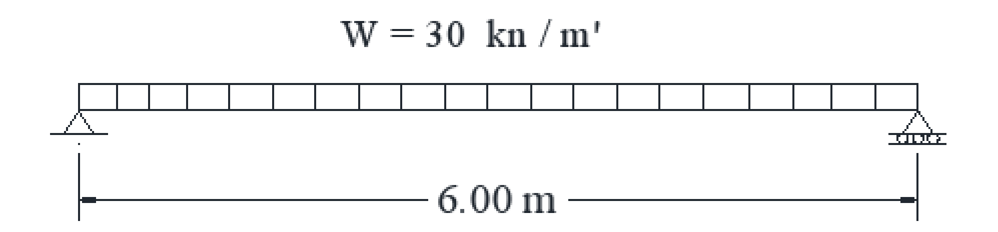
4- Find $d = K_1 \sqrt{\dfrac{M}{b}}$

5- Find $K_2 = f_s.j$

6- Get $A_S = \dfrac{M}{K_2 d}$

Example (4-5):

Design the critical section in the shown R.C. beam



$f_{cu} = 25$ N/mm^2

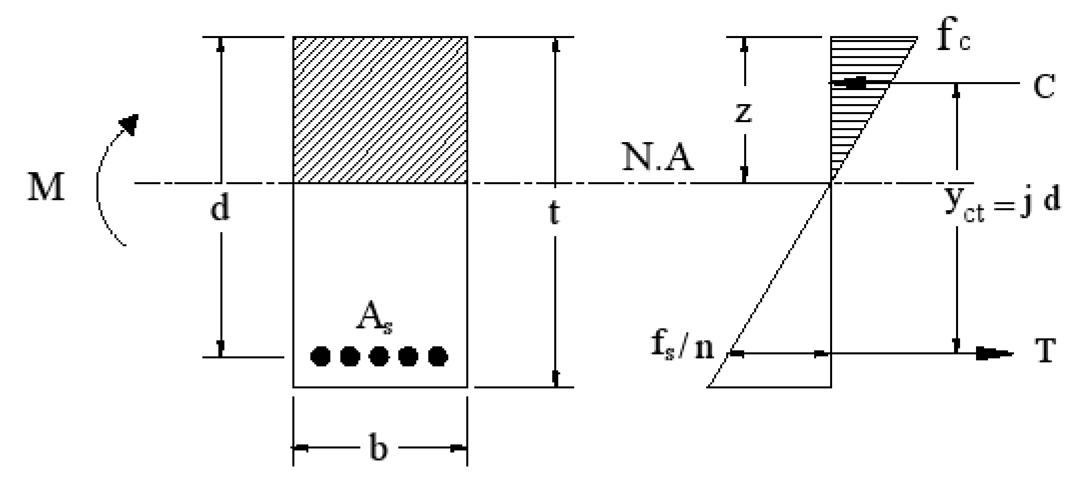
$f_y = 360$ N/mm^2 b = 250 mm

Solution:

from table $f_c = 9.5$ N/mm^2 , $f_s = 200$ N/mm^2

$$M_{max} = \frac{w\ell^2}{8} = \frac{30(6)^2}{8} = 135\ m.kn$$

$$k = \frac{1}{1 + f_s / nf_c} = \frac{1}{1 + 200/15x9.5} = 0.41$$



$$j = 1 - \frac{k}{3} = 1 - \frac{0.41}{3} = 0.86$$

$$M = C\ jd = C\,y_{ct} = \frac{1}{2} f_c\, k_c\, d\, b\, j\, d$$

$$M = \frac{f_c\, k.j}{2}\, b\, d^2$$

$$135 \times 10^6 = \frac{9.5 \times 0.41 \times 0.86}{2} \times 250\ d^2$$

$d^2 = 322416.93 \rightarrow d = 567$ mm

or

$$d = \sqrt{\frac{2}{f_c\, k.j}}\ \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$d = k_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767 \sqrt{\frac{135 \times 10^6}{250}} = 563\ mm$$

M = T j d

$135 \times 10^6 = T \times 0.86 \times 567$

T = 276854.9 N

$T = f_s\, A_s = 200\ A_s$ $A_s = 1384\ mm^2$

From tables A_s $6\ \phi\ 18$

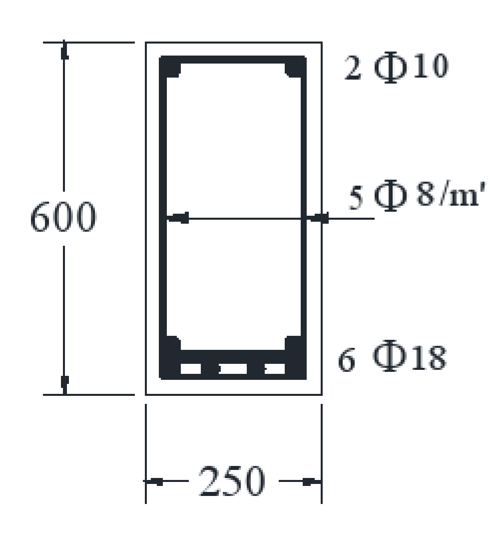
Another Solution:

Use tables

$K_1 = 0.767$ $K_2 = 172.3$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767 \sqrt{\frac{135 \times 10^6}{250}} = 563.6\ mm$$

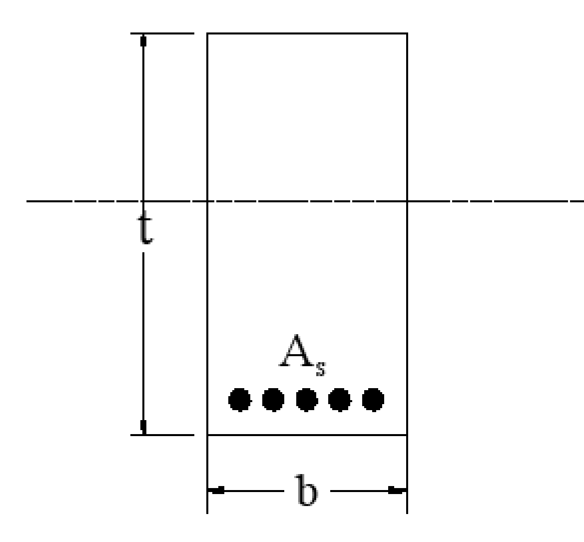
$$A_s = \frac{M}{K_2 d} = \frac{135 \times 10^6}{172.3 \times 563.6} = 1390\ mm^2$$



يتم اختيار حديد التسليح من جدول الحديد مع مراعاة الآتي:

- أقل نسبة تسليح للمقطع الخرساني لمقاومة الاجهادات الناتج عن التمدد الحراري.

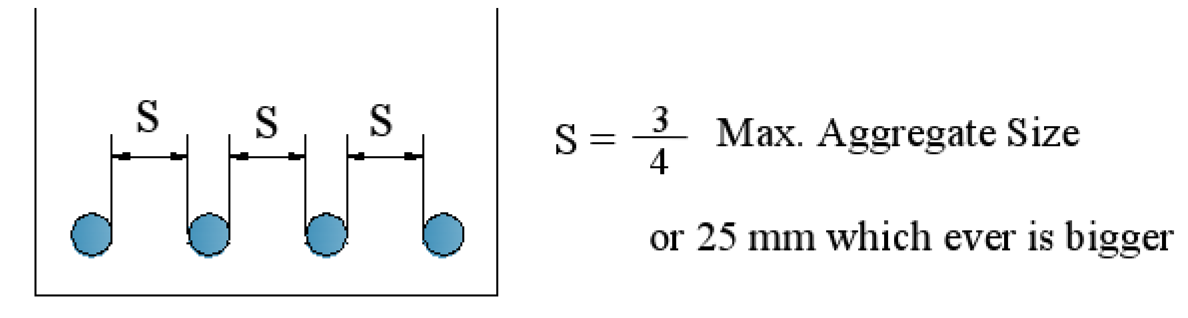
أقل نسبة تسليح minimum rfmt ratio	إجهاد الخضوع f_y (N /mm²)
0.25%	240
0.20%	360
0.18%	400



- **أقل نسبة تسليح للكمرات** $\mu_{min} = \frac{A_{s\ min}}{b\ .\ t} = \frac{11}{f_y}$

وذلك لضمان انهيار حديد التسليح قبل حدوث أول شرخ بالمقطع الخرساني

- **المسافات بين حديد التسليح**



$S = \frac{3}{4}$ Max. Aggregate Size

or 25 mm which ever is bigger

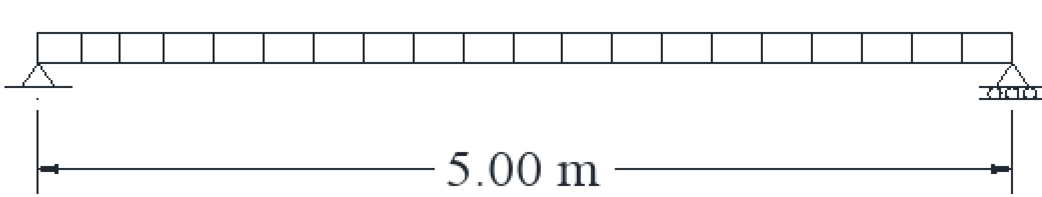
Example (4-6):

Design the shown beam using working stress design method.

$f_{cu} = 25 \ N/mm^2$

$f_y = 360 \ N/mm^2$

b = 250 mm



Solution:

From Table (1) we get:

$f_c = 9.5 \ N/mm^2$, $f_s = 200 \ N/mm^2$

from table of K1 and K2 get

$K_1 = 0.767$, $K_2 = 172.3$

Required moment strength $M = \frac{20(5)^2}{8} = 62.5 \ m.kn$

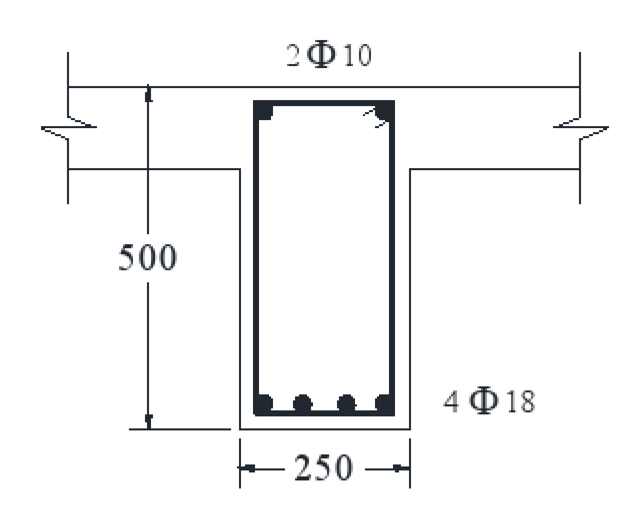
$$d = K_1\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.767\sqrt{\frac{62.5x10^6}{250}} = 383.5 \text{ mm} \Rightarrow t = 500 \text{ mm}$$

$$A_S = \frac{M}{K_2 d} = \frac{62.5x10^6}{172.3x450} = 806 \ mm^2$$

Recommended depth for simply supported beam

$$t = \frac{L}{12} = \frac{5000}{12} = 416.6 mm < 500 \text{ mm o.k}$$

Select steel $4\phi 18 \ A_s = 1018 \ mm^2$



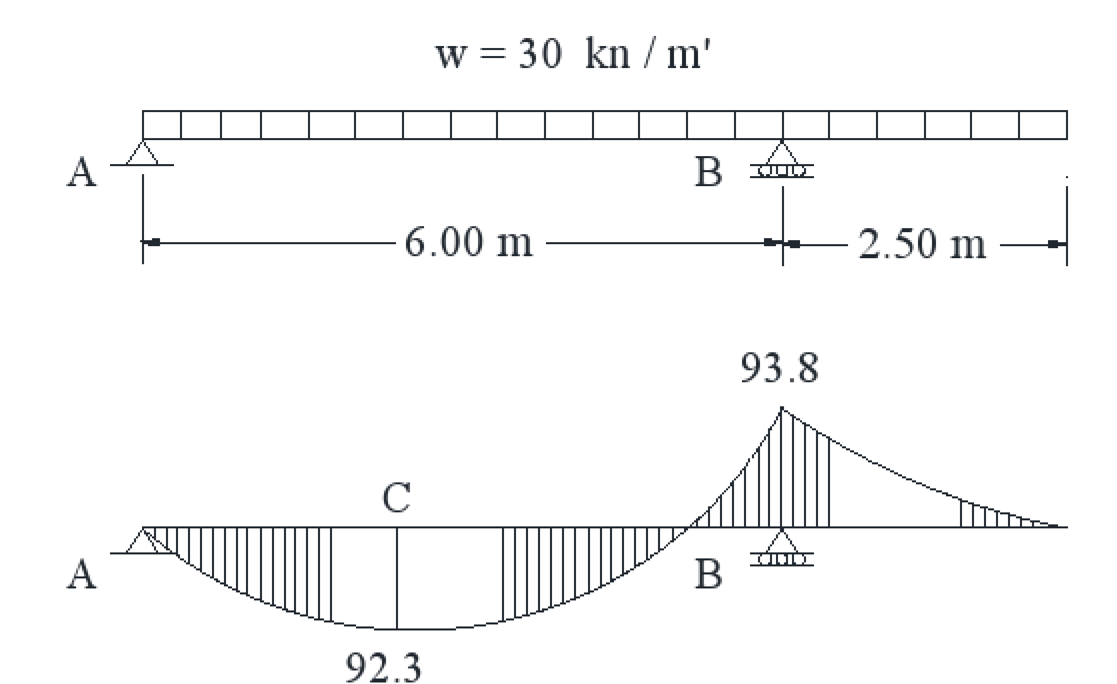
Example (4-7):

For the shown beam, design the critical sections

$f_{cu} = 20\ N/mm^2$

$f_y = 240\ N/mm^2$

b = 250 mm



في هذه الكمرة يوجد مقطعان يكون عندهما عزم الانحناء أكبر ما يمكن أولهما أكبر عزم موجب عند (C) عندما تكون قوة القص (Shear) مساوية للصفر وأكبر عزم سالب عند (B). ولابد من تصميم المقطعين لانهما يختلفان حتي اذا تساوي العزمان لان المقطع (C) يكون حديد التسليح ناحية أسفل المقطع أما في المقطع (B) فيكون حديد التسليح أعلي المقطع كما هو موضح فيما بعد.

$\sum M_A = 30x8.50x4.25 - 6.Y_B = 0.0 \Rightarrow Y_B = 180.6kn$

$\sum M_B = 30x8.50x1.75 - 6.Y_A = 0.0 \Rightarrow Y_A = 74.4kn$

Max. Moment at zero shear:

$74.4 - 30x = 0.0$

$\therefore x = 2.48$ m

Max. $+ve$M = $74.4x2.48 - 30x2.48x1.24 = 92.3\ m.kn$

Section (c):

$f_{cu} = 20 \; N/mm^2$

$f_C = 7.5 \; N/mm^2$

$K_1 = 0.33$

$K_2 = 1825$

$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$= 0.33\sqrt{\frac{92.3x10^6}{250}}$$

$$= 634 \text{ cm} \quad \Rightarrow t = 700 \text{ mm}$$

$$A_S = \frac{M}{K_2 d}$$

$$= \frac{92.3x10^6}{1825x660} \quad = 76.6 \; mm^2$$

$$h_{min} = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12} = 500 \text{ mm} < 700 \text{ mm} \quad \text{o.k}$$

Use $\rightarrow 4\phi16$

Section at (B): $-ve\text{M}$

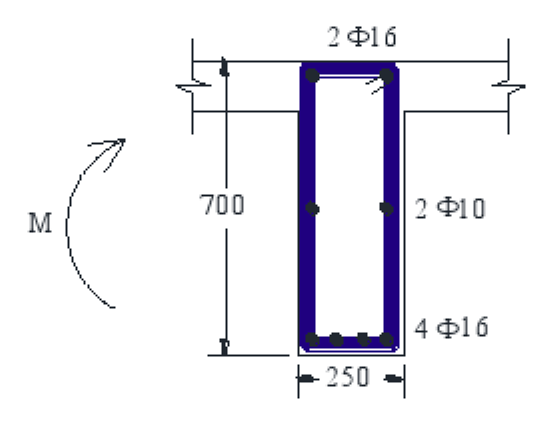
$$d = K_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0.33\sqrt{\frac{93.8x10^6}{250}} = 640 \text{ mm} \quad \Rightarrow t = 700 \text{ mm}$$

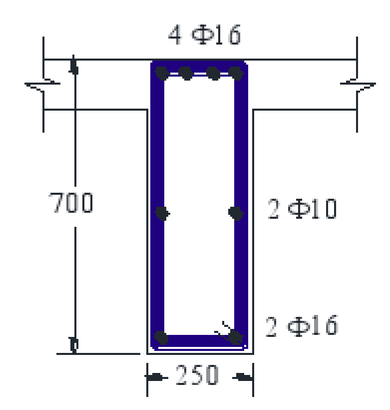
$$A_S = \frac{M}{K_2 d} = \frac{93.8x10^6}{1825x660} = 74.8 \, mm^2$$

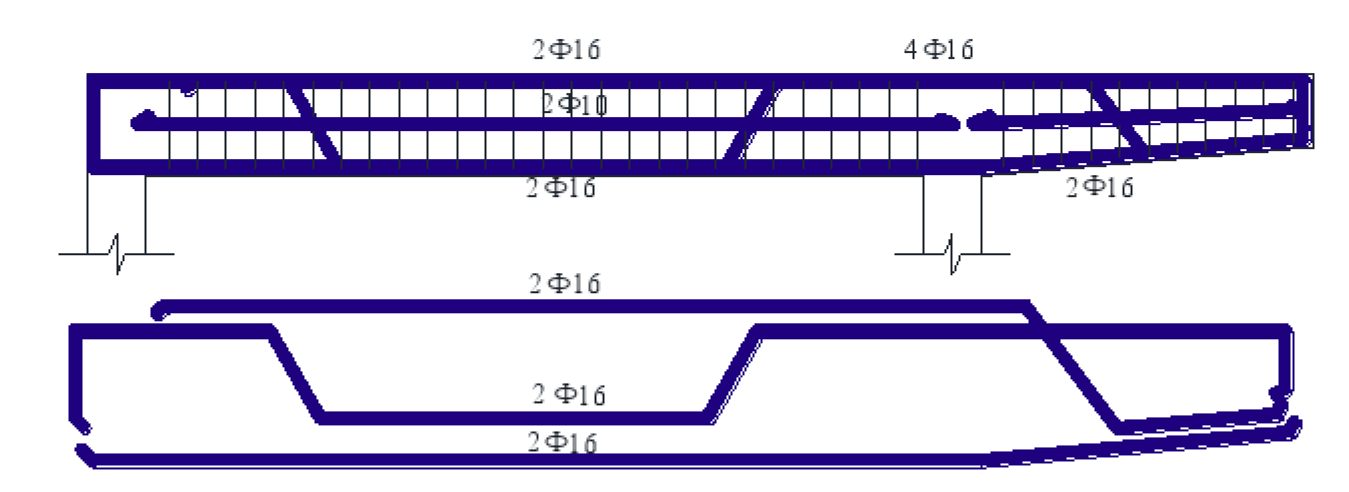
$$h_{min} = \frac{L}{8} = \frac{2500}{8} = 320 \text{ mm} < 700 \text{ mm o.k}$$

Use $\rightarrow 4\phi16$

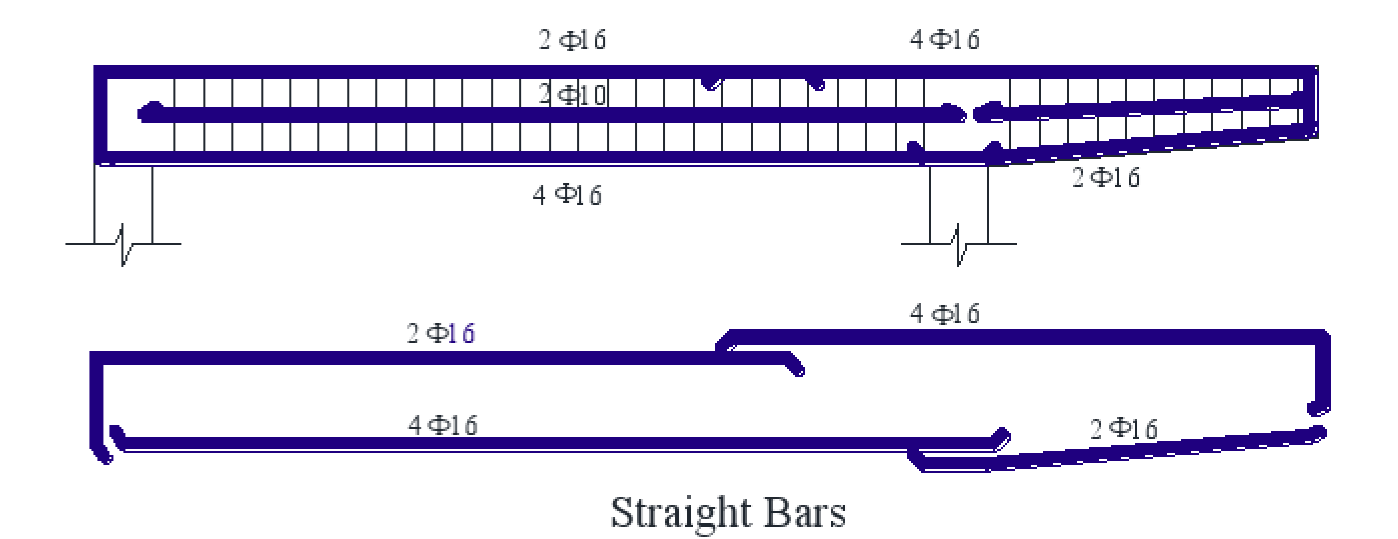
ويوضح الشكل التالي تسليح المقطعين مع توضيح رص حديد التسليح في مقطع رأسي للكمرة الخرسانية المسلحة:







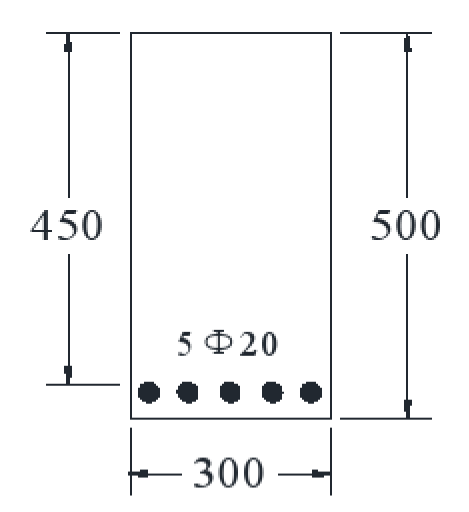
Bent Bars



Straight Bars

Example (4-8):

For the beam section shown in figure:



$f_{cu} = 25 \; N/mm^2$

$f_y = 400 \; N/mm^2$

Calculate:

a- Cracking moment (M_{cr}).

b- Working moment of resistance.

Find the Stress in Steel in each case.

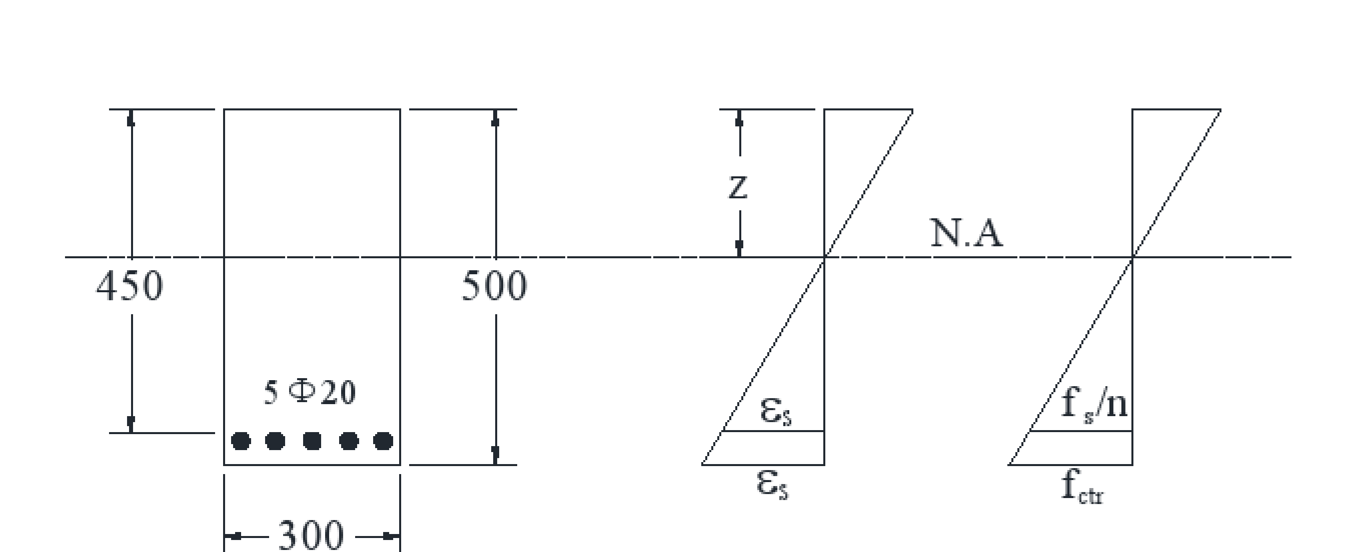

Solution:

1- Cracking moment (M_{cr}).

$n = \text{Modular ratio} = 10$

$f_{ctr} = \text{Modulus of rapture}$

$f_{ctr} = 0.60\sqrt{f_{cu}} = 0.60\sqrt{25} = 3.0 \; N/mm^2$



$S_{n.a} = 0.0$

$300x500(z - 500/2) - 10x5x314(450 - z) = 0.0$

$z = 269 \text{ mm}$

$$\frac{f_s}{n.f_{ctr}} = \frac{(500-269-50)}{(500-269)}$$

$$\frac{f_s}{n.f_{ctr}} = \frac{181}{231}$$

$$f_s = 23.51 \quad N/mm^2$$

$$I_g = \frac{b.h^3}{12} + n.A_s.(d-z)^2$$

$$= \frac{300x(500)^3}{12} + 10x5x314x(450-269)^2$$

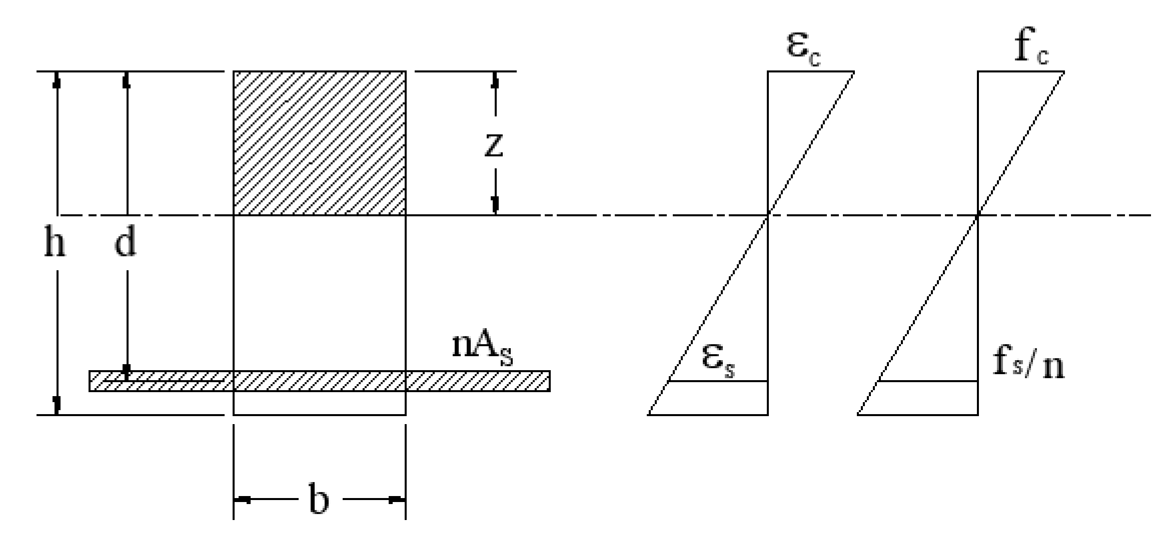
$$= 3639347700 \ mm^4$$

$$M_{cr} = \frac{I_g.f_{ctr}}{y} = \frac{3639347700x3.0}{(500-269)} = 47.3\,m.kn$$

2- Working Moment:

$n = 15$

To find the depth of the N.A



$$b.z.\frac{z}{2} = n.A_S.(d-z)$$

$$b.\frac{z^2}{2} = n.A_S.(d-z)$$

$$300x\frac{z^2}{2} = 15x5x314.(450-z)$$

$$z^2 + 157z - 70650 = 0.0$$

$z = 198.6 mm$

$$I_{cr} = \frac{b.z^3}{3} + n.A_S.(d - z)^2$$

$$I_{cr} = \frac{300x198.6^3}{3} + 15x5x314x(450 - 198.6)^2$$

$$= 2271723484 \ mm^4$$

لحساب أقصي عزم تشغيل يقاومه المقطع نفرض مرة أن اجهاد الخرسانة وصل الي أقصي قيمة مسموح بها (fc) ونحسب العزم ثم نحسب العزم مرة اخري بافتراض أن اجهاد التسليح قد وصل الي أكبر قيم مسموح بها (fs) ونأخذ أصغر العزمين.

From Tables

$f_c = 9.5 \ N/mm^2$

$f_s = 220 \ N/mm^2$

$$f_c = \frac{M_1.z}{I_{cr}} \qquad 9.5 = \frac{M_1 x198.6}{2271723484}$$

$M_1 = 108.7 \ m.kn$

$$\frac{f_s}{n} = \frac{M_2.(d - z)}{I_{cr}} \qquad \frac{220}{15} = \frac{M_2.(450 - 198.6)}{2271723484}$$

$M_2 = 132.53 \ m.kn$

$\therefore M_{Working} = 108.7 \ m.kn$

$f_s = 220 * M_1/M_2 = 220 * 108.7/132.53 = 180.44 \ N/mm^2$

Using Tables:

$f_c = 9.5 \ N/mm^2$, $f_s = 200 \ N/mm^2$

$K_1 = 0.767$, $K_2 = 172.3$

$$d = K_1\sqrt{\frac{M}{b}} \qquad 450 = 0.767\sqrt{\frac{M_1}{300}} \qquad \Rightarrow M_1 = 103.2 \ m.kn$$

$$A_S = \frac{M}{K_2 d} \qquad 5x314 = \frac{M_2}{172.3x450} \qquad \Rightarrow M_2 = 121.7 \ m.kn$$

$\therefore M_{Working} = 103.2 \ m.kn$

Example (4-9):

Design a rectangular R.C section subjected to M = 40.0 m.kn, b= 200 mm

$f_c = 8.0 \; N/mm^2$

$f_s = 140 \; N/mm^2$

Solution:

1- $k = \dfrac{f_c}{f_c + f_s / n} = \dfrac{8.0}{8.0 + 140/15} = 0.46$

2- $j = 1 - \dfrac{k}{3} = 1 - \dfrac{0.46}{3} = 0.847$

3- $K_1 = \sqrt{\dfrac{2}{f_c.k.j}} = \sqrt{\dfrac{2}{8.0x0.847x0.46}} = 0.801$ Comp. table

4- $d = K_1 \sqrt{\dfrac{M}{b}} = 0.801\sqrt{\dfrac{40x10^6}{200}} = 358$ mm

$t = 40$ cm

5- $K_2 = f_s .j = 140x0.847 = 118.6$

6- $A_S = \dfrac{M}{K_2 d} = \dfrac{40x10^6}{118.6x358} = 942 \; mm^2$

Use $\Rightarrow 4\phi18 = 1020 \; mm^2$

$\Rightarrow 2\phi16 + 2\phi19 = 969 \; mm^2$

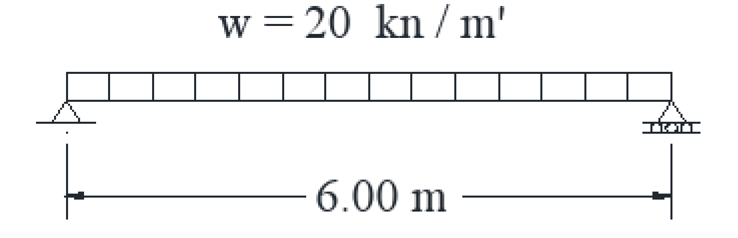
Example (4-10):

Design a rectangular R.C section for the shown beam subjected to $20\,kn/m$ with Span equal to 6.00 m.

b = 250 mm

$f_{cu} = 25\ N/mm^2$

$f_s = 220\ N/mm^2$



Solution

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{20x(6)^2}{8} = 90.00 \text{ m.kn.}$$

$f_c = 9.5\ N/mm^2$

From Tables $\Rightarrow K_1 = 0.785$, $K_2 = 191.2$

$$d = K_1\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.785\sqrt{\frac{90x10^6}{250}} = 471 \text{ mm}$$

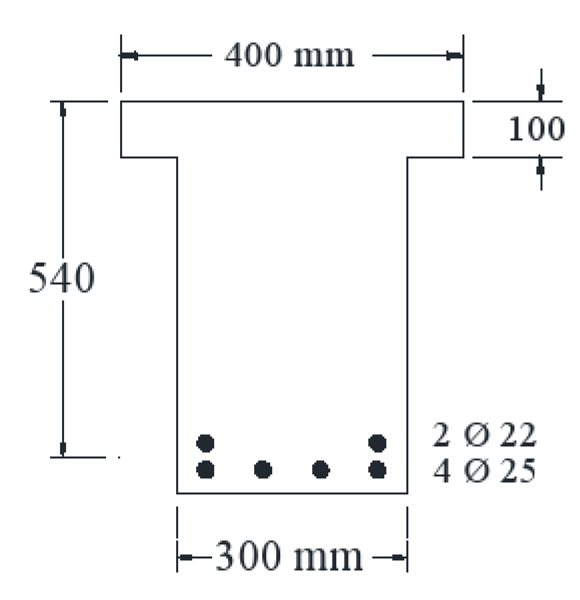
t = 500 mm

$$A_S = \frac{M}{K_2 d} = \frac{90x10^6}{191.2x471} = 1000 \text{ mm}^2$$

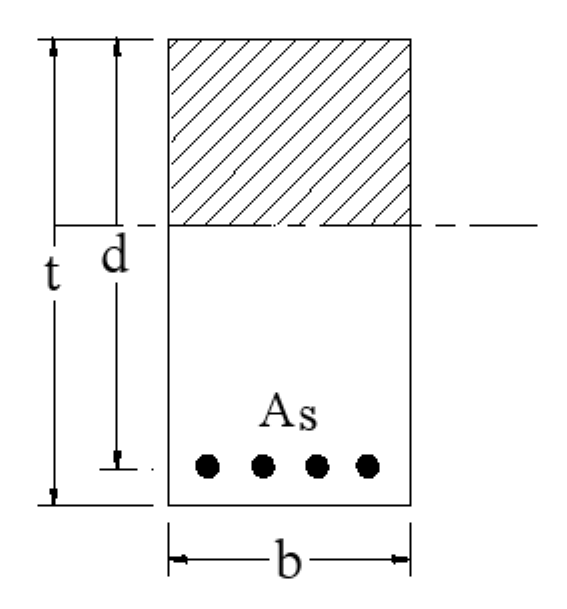
Use 5 Φ 16

Chapter (4) - Problems

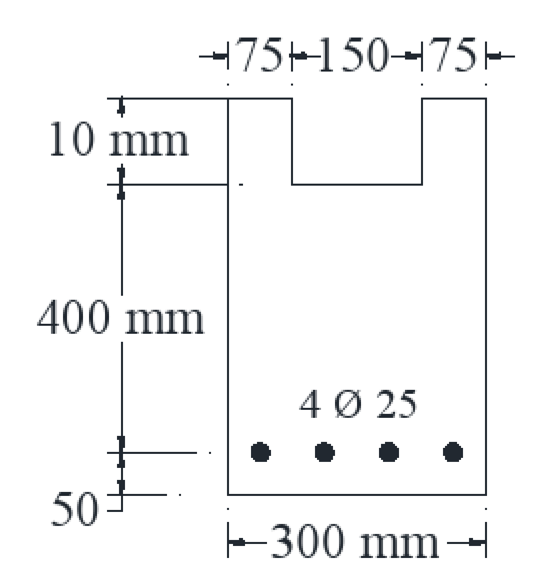
1 - Given a concrete beam, which is t = 600 mm, d = 540 mm with 4 Φ 25 and 2 Φ 22 reinforcement bars and f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Calculate the working moment that the beam section can resist.



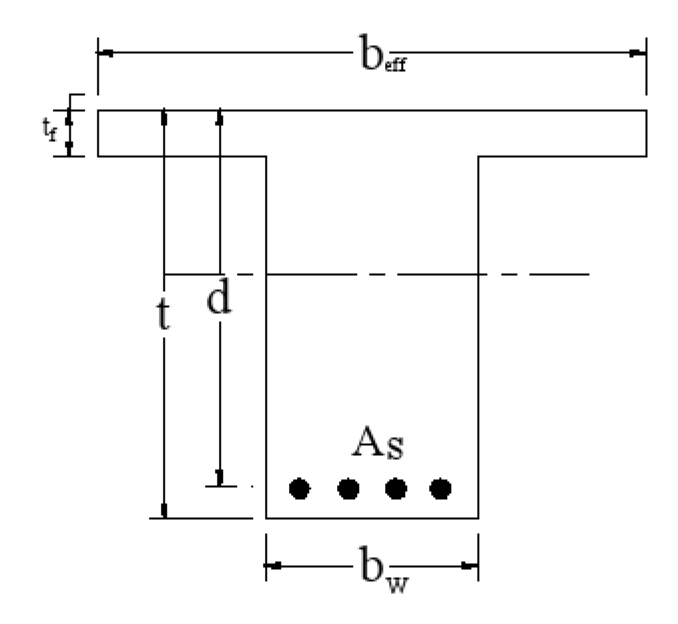
2 - Consider a simple rectangular beam (b x t) reinforced with steel reinforcement of As. Assume b = 250 mm, d = 550 mm., t = 600 mm , A_s = 1500.0 mm^2 and f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2. The beam is subjected to a working moment of 120 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



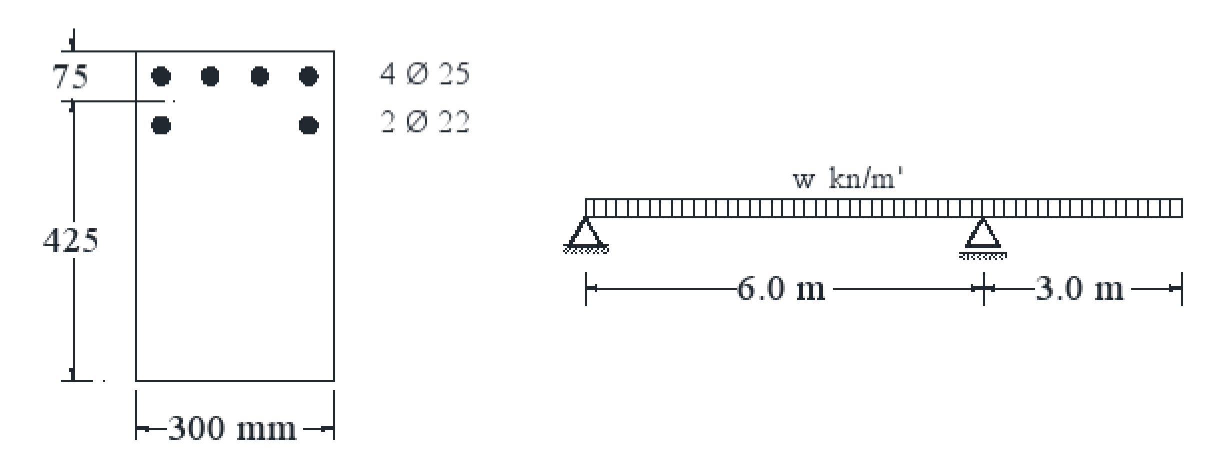
3 - For the given beam section with f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Determine the bending moment that the following section can resist.



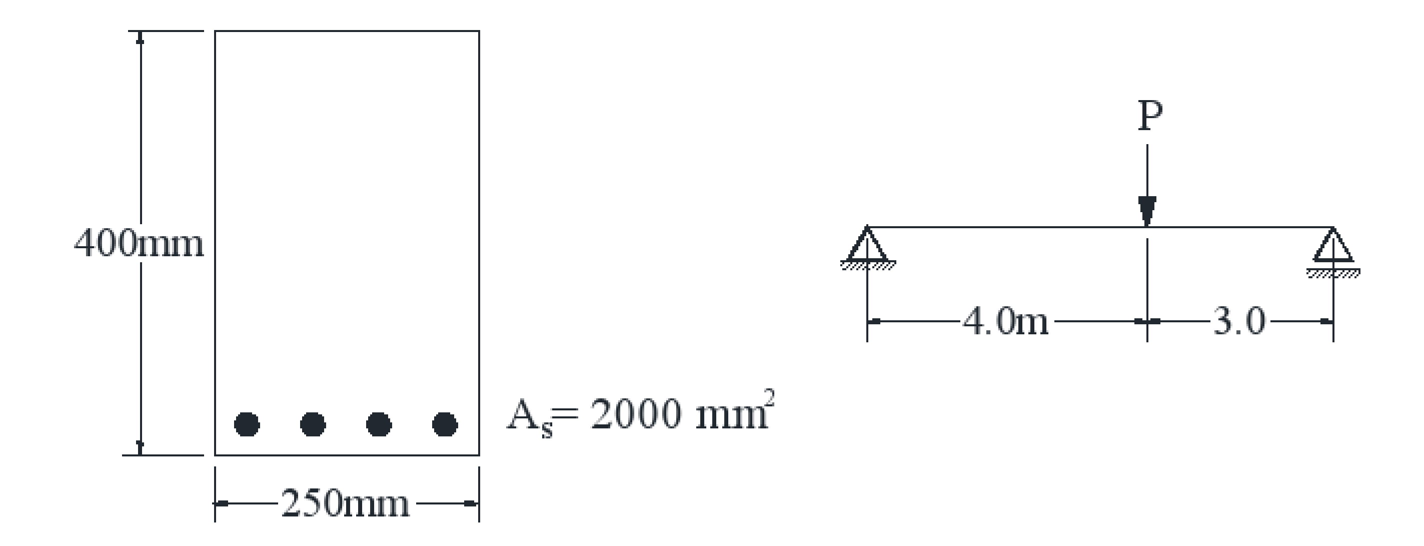
4 – The shown T-section is subjected to a working bending moment of 300.0 m.kn. The dimensions are b_{eff} = 900 mm , b_w = 250 mm , d = 440 mm, t_f = 80 mm , t =500 mm. and A_s 7 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.



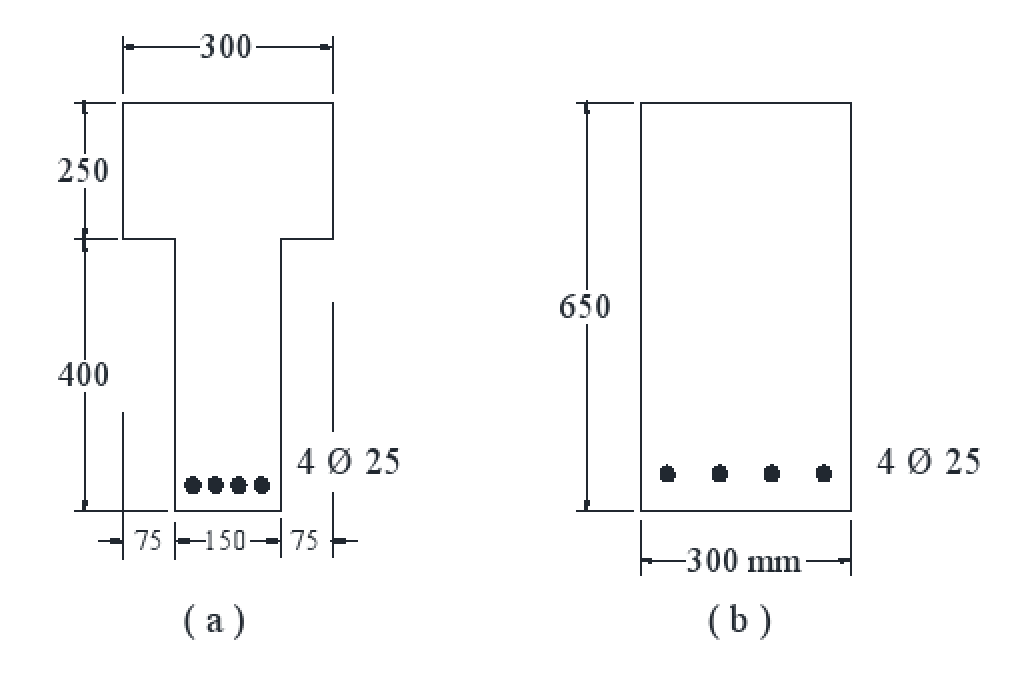
5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum load that the beam can carry at working stage. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at working stage . Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2 .



7 - Calculate the maximum allowable bending moment at working stage for the following sections. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2



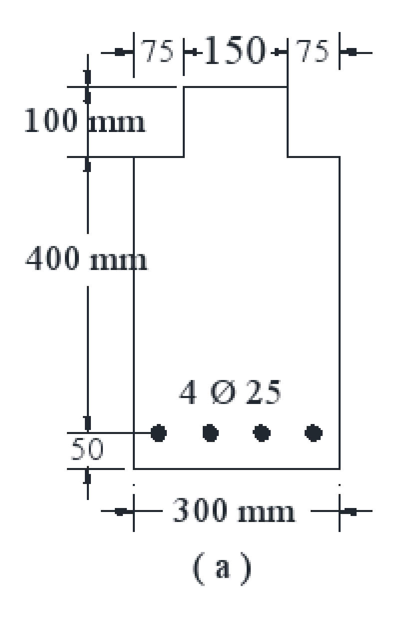
8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at working stage.

a) $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

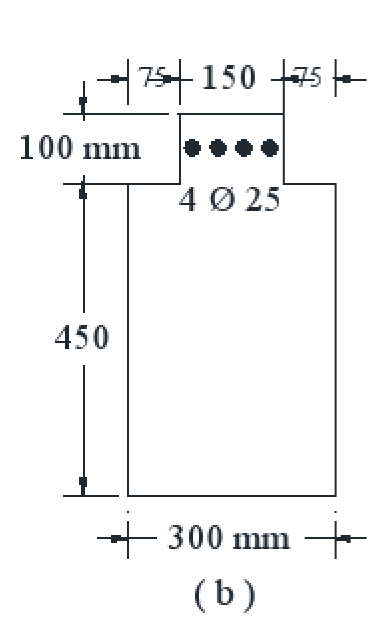
b) $f_c = 35$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

c) $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 400$ N/mm^2

d) $f_c = 35$ N/mm^2 , $f_y = 400$ N/mm^2

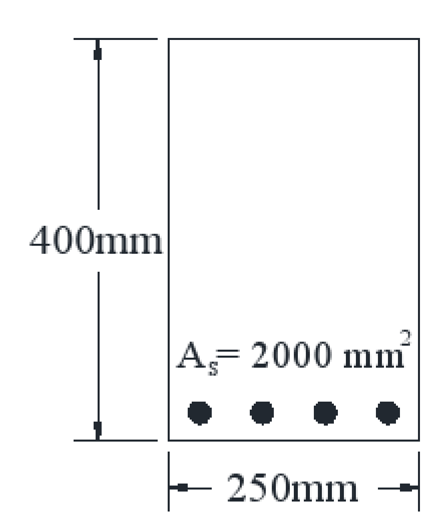


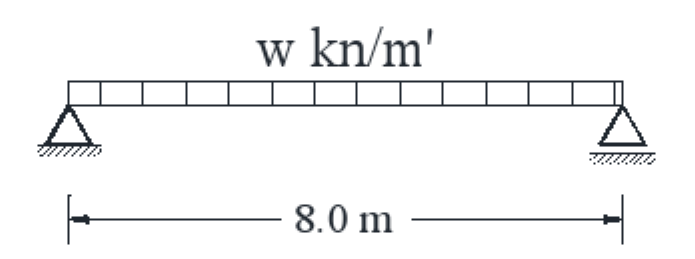
(a)



(b)

9 - Calculate the maximum safe distributed load intensity at working stage that the beam can resist .$f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2.

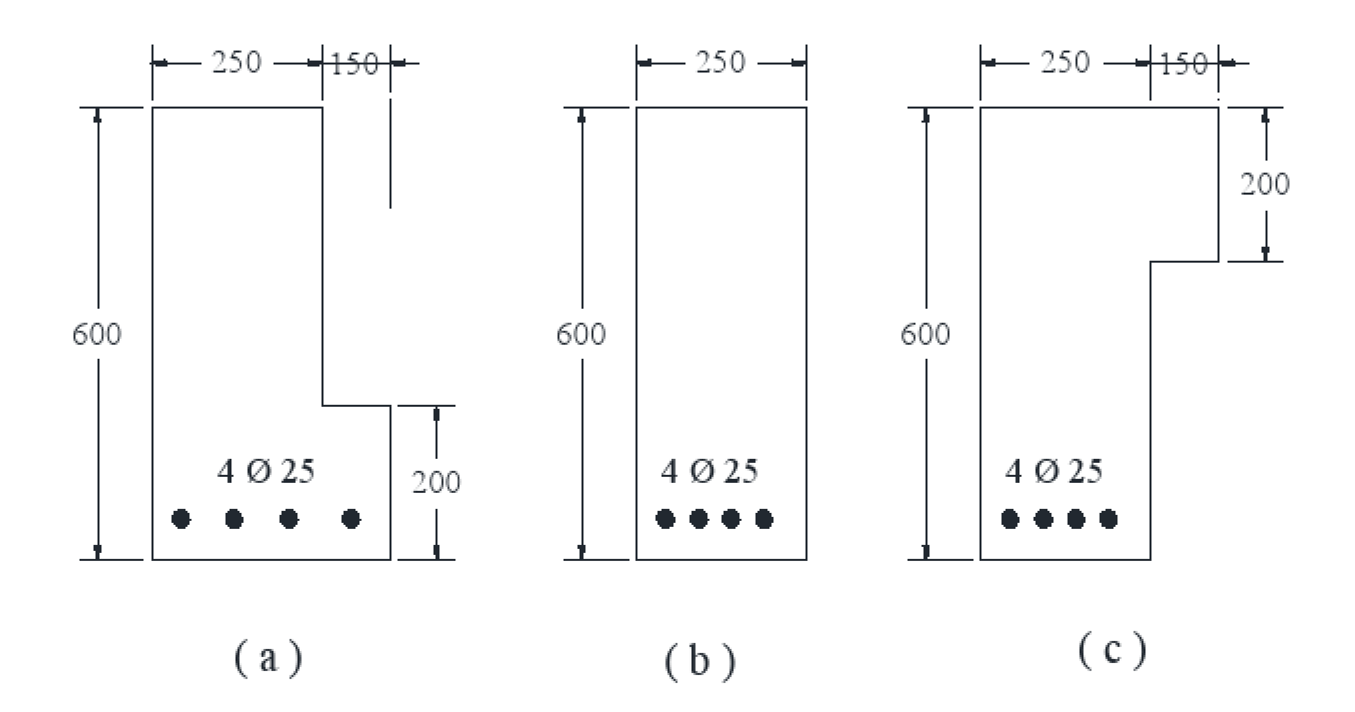




10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at working stage.

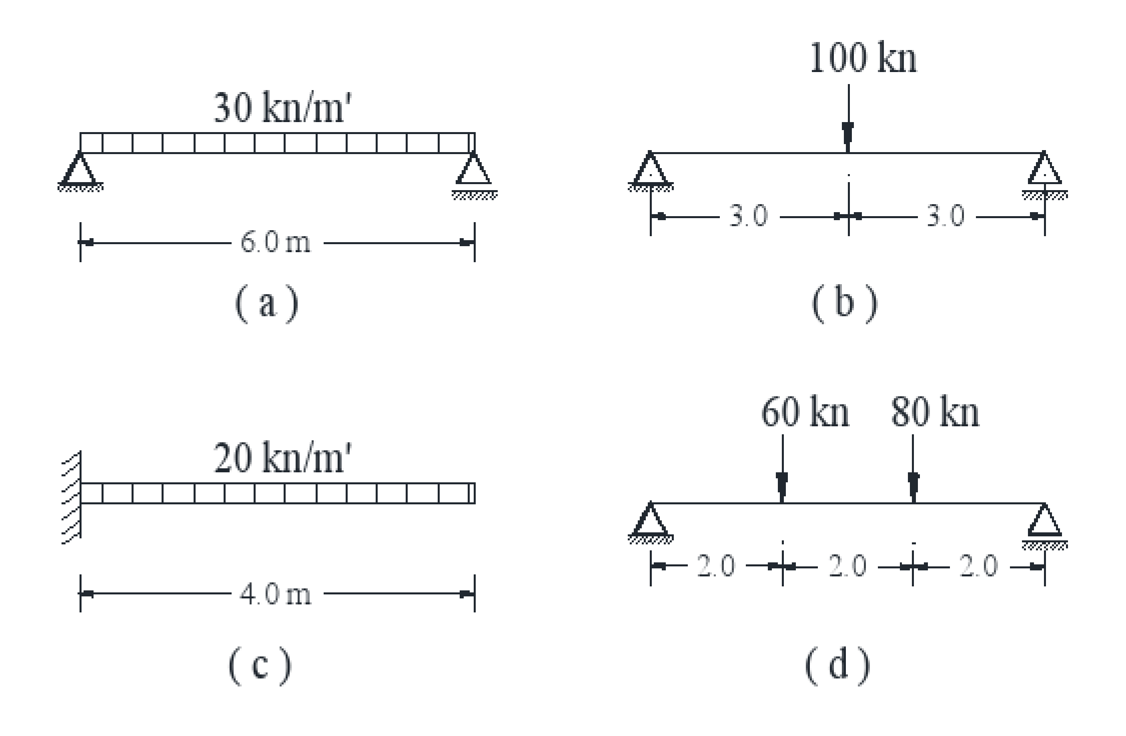
a) $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

b) $f_{cu} = 35$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2



11- Design the shown beams having a rectangular sections with b = 25 cm. ,

$f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2.



12- Consider a singly reinforced concrete beam, b =300 mm , d = 600 mm, t =650 mm, and f_c = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.

(a) Determine the maximum working moment that the section can resist.

(b) Determine the area of reinforcement in case (a).

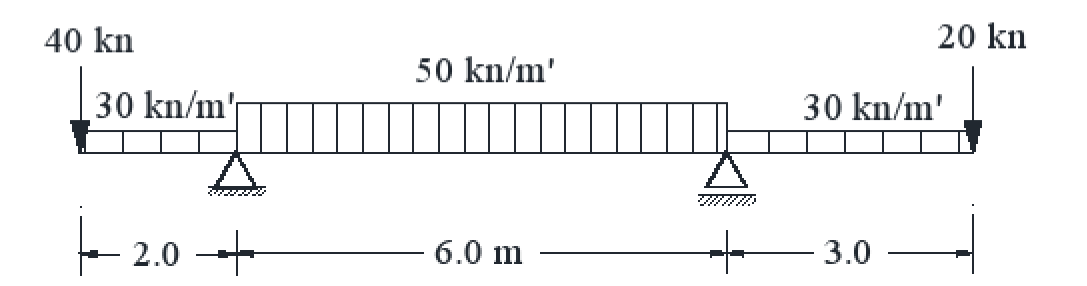
13 - Given a beam having width b=300 mm, t = 700 mm with 5 Φ 25 reinforcement bars and f_{cu} = 30 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2.

(a) Determine how you would find the NA and moment of inertia, I_{zz}, of beam if the beam is cracked and tensile forces are in the steel only.

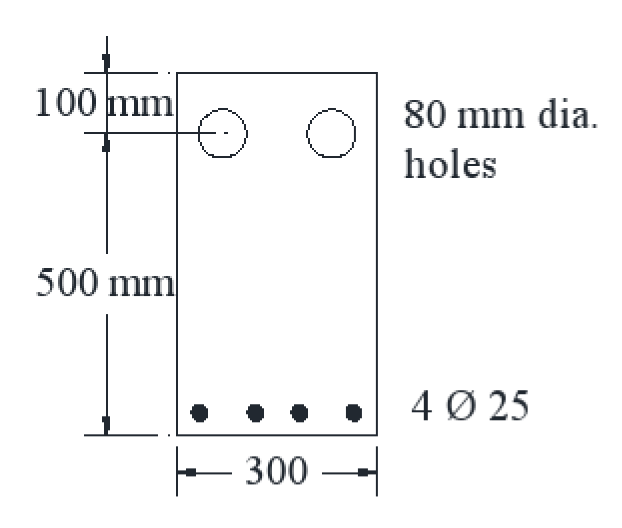
(b) Solve for the neutral axis and moment of inertia.

(c) Calculate the moment capacity of the section.

14 –The beam shown in figure has a rectangular section of width =250 mm, design the critical sections in the beam, f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2, If the beam is subjected to a bending moment of 15 m.t. ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



16 - Justify the name working stress method of design.

17- How are the permissible stresses of concrete in direct tension, bending compression, direct compression and average bond for plain bars in tension related to the factor of safety in the working stress method of design?

18- How is the permissible stress of steel in tension related to the factor of safety in the working stress method of design?

19- Is it possible to increase the permissible stress in concrete and steel? If yes, when is it done?

20- State the assumption for the design of members by working stress method.

21- Explain the concept of modular ratio.

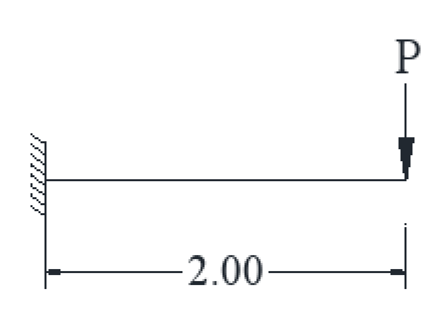
22- Draw a cross-section of a singly-reinforced rectangular beam, the strain and stress distributions along the depth of the section.

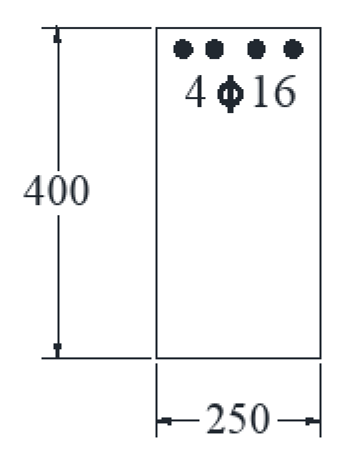
23- Write down the steps for solving the analysis type of problems of singly - reinforced rectangular beams.

24- Write down the steps for solving the design type of problems of singly-reinforced rectangular beams.

25- When do we go for doubly-reinforced beams?

26- For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at working stage . Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.





الباب الخامس

تصميم وتحليل المقاطع الخرسانية المعرضة لعزم انحناء بطريقة المقاومة القصوي
Design of R.C Sections Subjected to Bending by Ultimate Strength Method

تعتبر طريقة المقاومة القصوى (USD) من أكثر الطرق انتشارا وقبولا لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء. وذلك لأن طريقة المقاومة القصوى تعتبر حالة المقطع عندما يصل الي اقصي مقاومة له وبذلك يتم التصميم لمقاومة الحمل الاقصى الذي يمكن ان يتعرض له. وليس منطقيا ان نعرض المقطع لأقصى حمل او اقصى اجهاد وانما يتم ذلك افتراضيا بزيادة الحمل المؤثر علي المقطع بنسبة معينة وكذلك تخفيض مقاومة كلا من الخرسانة وحديد التسليح بقسمة هذه المقاومة (Strength) علي عامل معين أكبر من الواحد.

5-1 الحمل التصميمي الأقصى : Ultimate Design Load

يتم تحديد الحمل الاقصى من المعادلة الاتية :-

$$F_d = \gamma_f \times F_k$$

حيث:

F_d : الحمل التصميمي الاقصى

γ_f : عامل الامان الجزئي للاحمال.

F_k : الحمل الاصلي.

وعادة يرمز للحمل الاقصى بالرمز (U) الحمل الثابت أو الحمل الميت بالرمز (D) أما الحمل الحي أو الحمل المتغير فيرمز له بالرمز (L).

ويحدد الكود قيمة الحمل الأقصى من المعادلة الاتية:-

$U = 1.40\ D + 1.60\ L$

$U = 1.50\ D + 1.50\ L \quad \text{if} \quad L < 0.75\ D$

5-2 معامل خفض المقاومة Strength Reduction Factor :

يضيف عامل خفض المقاومة معامل أمان نسبي وذلك بقسمة مقاومة كلا من الخرسانة وحديد التسليح علي معامل اكبر من الواحد الصحيح وذلك لاعتبار بعض العوامل غير المذكورة عند تصميم وتحليل المنشآت

الخرسانية مثل خواص المواد والاحمال المتوقعة وطريقة التنفيذ وخلافه. ويتم الحصول علي المقاومة التصميمة الاسمية علي معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$F_d = F_k \,/\, \gamma_f$$

حيث:

F_d : المقاومة التصميمية (Design Strength) .

F_k : المقاومة الاسمية (Characteristic Strength) .

γ_f : معامل خفض المقاومة.

وفي حالة المقاطع الخرسانية المعرضة لأي نوع من انواع الاجهاد فيما عدا الضغط غير المحوري (Eccentric Compression) يكون معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$\gamma_c = 1.50$$

$$\gamma_s = 1.15$$

حيث:

γ_c : معامل خفض المقاومة للخرسانة.

γ_s : معامل خفض المقاومة لحديد التسليح.

أما في حالة الضغط غير المحوري (في الاعمدة) فيكون معامل خفض المقاومة كما يلي:

$$\gamma_c = 1.75 - 0.50\,\frac{e}{t} \geq 1.50$$

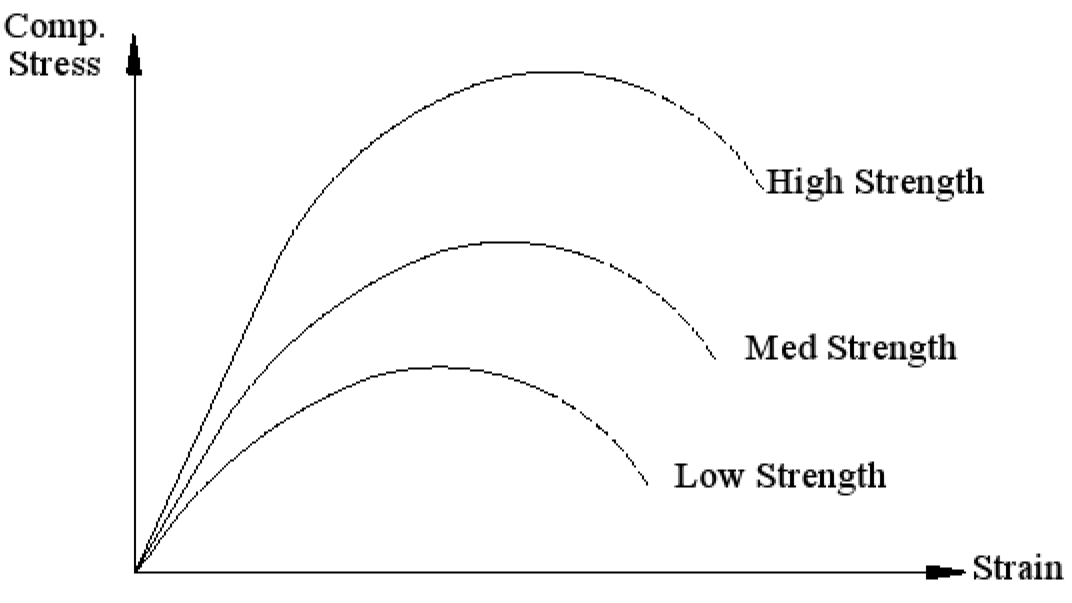
$$\gamma_s = 1.36 - 0.43\,\frac{e}{t} \geq 1.15$$

حيث:

e : لا مركزية قوة الضغط العمودية (Normal Force Eccentricity) .

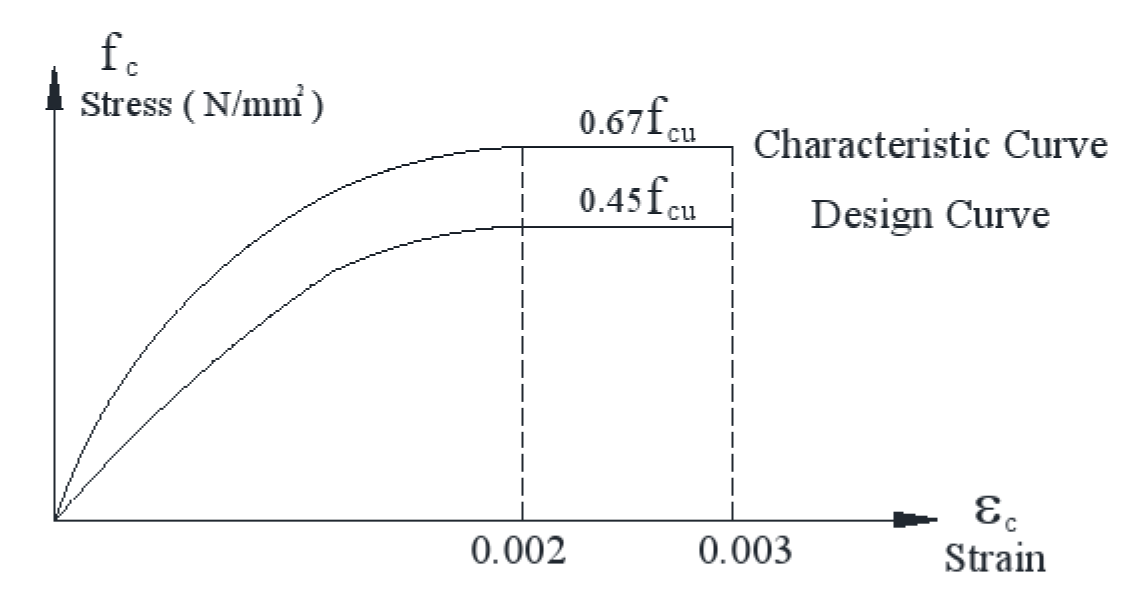
t : عمق المقطع (Section Depth) .

Normal Stress-Strain Curve for Concrete 3-5 منحني الاجهاد والانفعال للخرسانة



شكل (5-1) منحنى الإجهاد والانفعال لأنواع مختلفة من الخرسانة

ونظرا لأن منحني الاجهاد – الانفعال للخرسانة غير محدد تماما لاستخدامه معادلات الاتزان والتصميم فان الكود قد حدد المنحني التالي للعلاقة بين الاجهاد والانفعال للخرسانة المعرضة لضغط محوري.



شكل (5-2) منحنى الإجهاد والانفعال المعدل للخرسانة والمستخدم فى التصميم

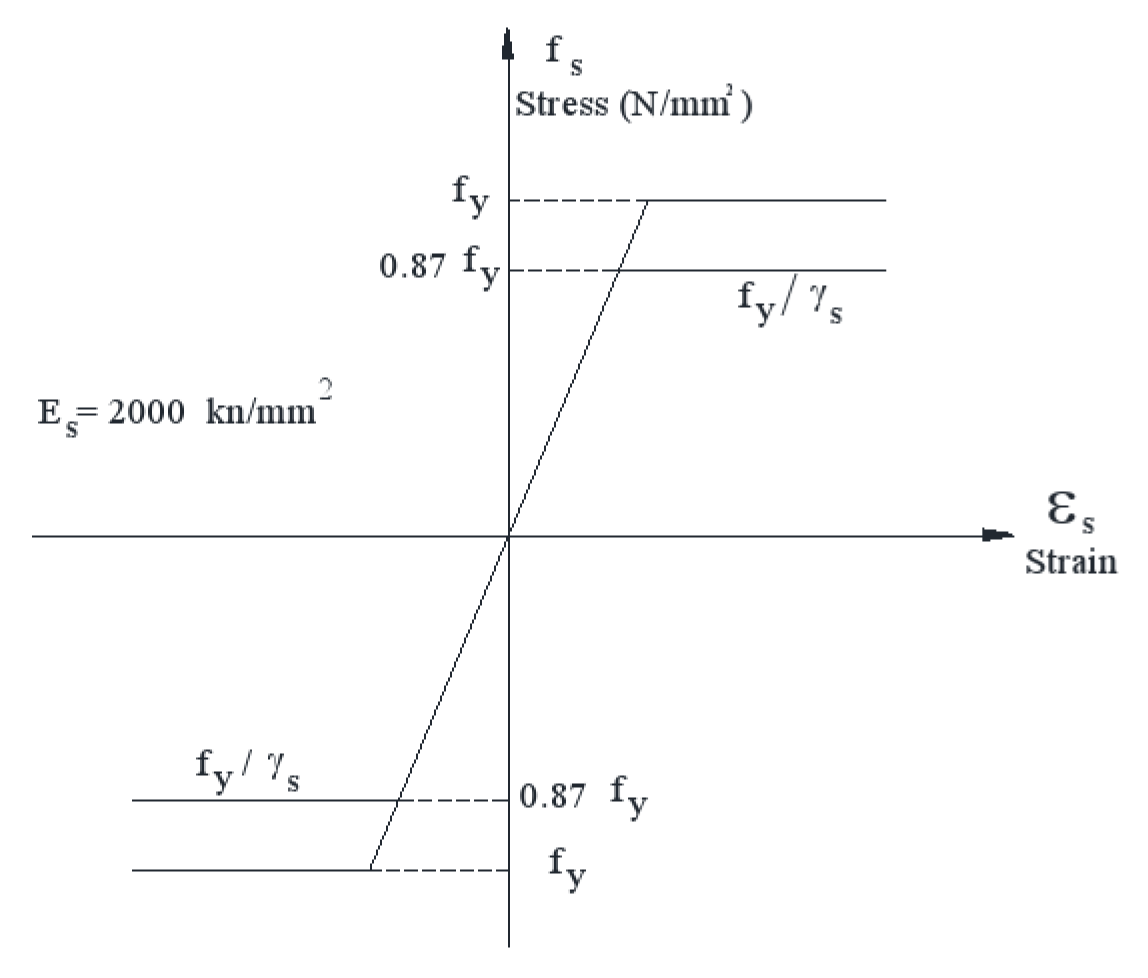
وسبب تخفيض المقاومة الاسمية للخرسانة f_{cu} الي $0.67\ f_{cu}$ هو:

- أن سرعة التحميل في المعمل عند اختبار المكعبات القياسية تكون اكبر من سرعة تحميل المنشآت في الطبيعة وبذلك يتم التخفيض بنسبة 85% .
- أن علاقة الاجهاد والانفعال تم استنتاجها من مكعب وهو صغير بالنسب لحجم المنشآت الفعلى وبذلك ندخل عامل الحجم و يتم تخفيض الاجهاد مرة اخري بنسبة 80% .

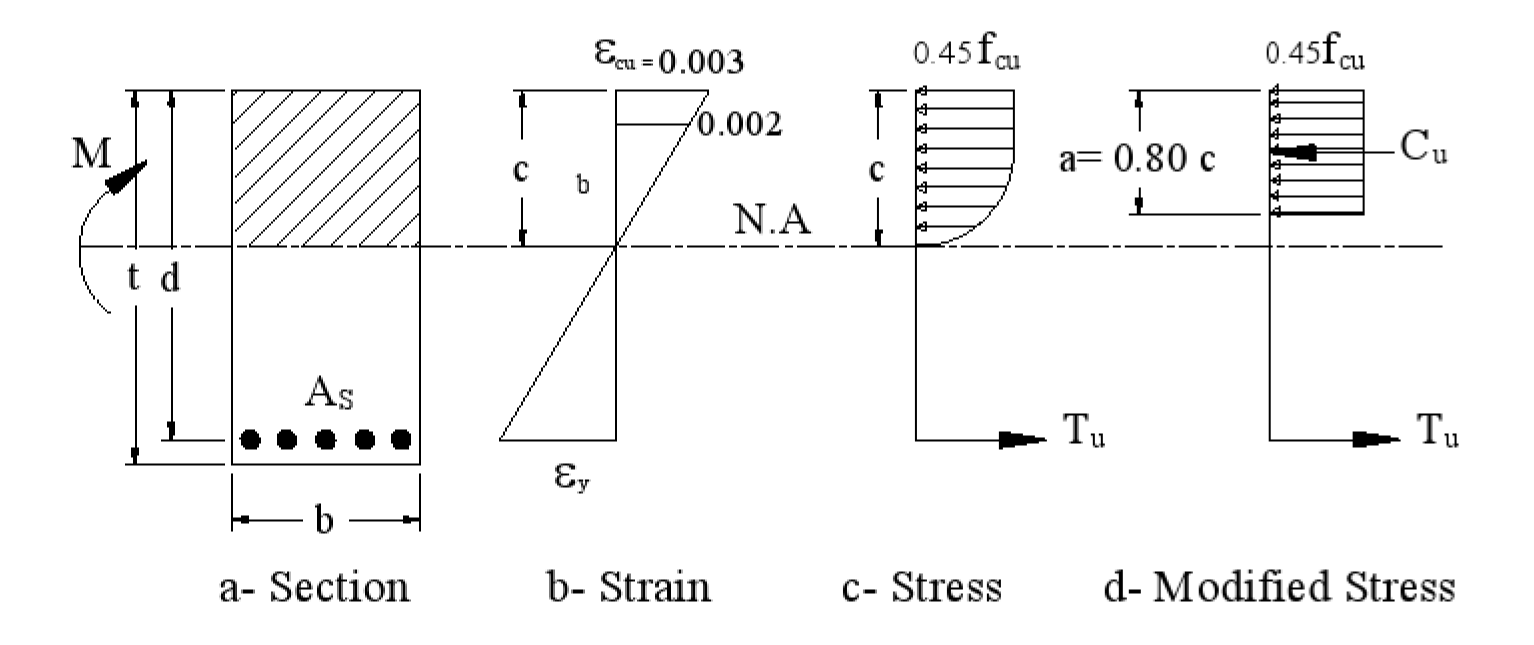
Maximum Compression Stress $= 0.80 \times 0.85\ f_{cu} = 0.67\ f_{cu}$

Maximum Design Stress $= \dfrac{0.67 f_{cu}}{\gamma_c} = \dfrac{0.67 f_{cu}}{1.50} = 0.45\ f_{cu}$

5-4- منحني الاجهاد والانفعال لحديد التسليح Normal Stress-Strain Curve for Steel :



5-5- توزيع اجهاد الضغط علي المقطع الخرساني Compression Stress Distribution :



a- Section b- Strain c- Stress d- Modified Stress

يمثل الشكل السابق المقطع الخرساني المسلح المعرض لعزم انحناء يسبب شدا في الجزء السفلي وبالتالي يسبب ضغط في الجزء العلوي والمقطع له عمق كلي (t) وعمق فعال (d) وعرضه (b) وعمق محور التعادل

يساوي (c). ويمثل الجزء (b) توزيع الانفعال الخطي علي كامل القطاع حيث اكبر قيمة للانفعال أما الشكل (c) فيمثل توزيع الاجهادات علي المقطع الخرساني حيث يمثل الاجهاد الاقصي .

وهناك اعتباران عند تحديد الاجهاد الاقصي للضغط في المنشآت الخرسانية:

أ- أن التحميل الفعلي يتم بمعدل أقل بكثير من معدل التحميل الفعلي عند اختبار المكعبات الخرسانية في المعمل. ولذلك يتم تخفيض النتائج المعملية الي 0.85 من القيم المعملية.

ب- أن منحني الاجهاد والانفعال يمثل العلاقة بالنسبة للاسطوانة القياسية بدلا من المكعب القياسي. وبذلك يتم تخفيض المقاومة المقاسة معمليا الي 0.80 من القيم المقاسة معمليا.

وبذلك تكون المقاومة القصوى في الضغط:

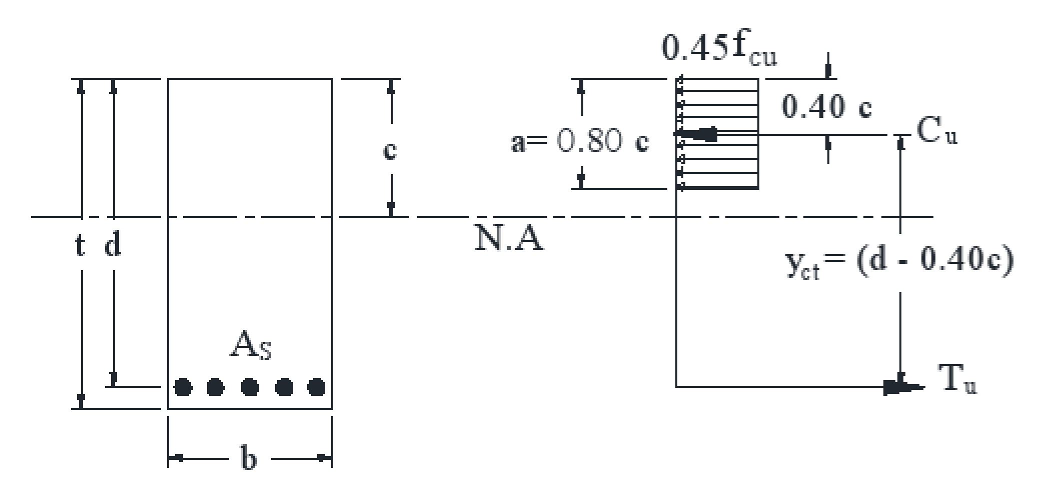
Maximum Compression Stress = $0.80 \times 0.85 = 0.67\, f_{cu}$

وبقسمة المقاومة القصوي علي عامل تخفيض المقاومة للخرسانة (1.50) تحصل علي المقاومة التصميمة في الانحناء للمنشآت الخرسانية.

$$\text{Maximum Design Stress} = \frac{0.67 f_{cu}}{\gamma_c} = \frac{0.67 f_{cu}}{1.50} = 0.45\, f_{cu}$$

ولسهولة حساب العزم الداخلي في المقطع الخرساني يتم حساب الضغط الكلي المؤثر علي المقطع الخرساني C لذلك يتم تعديل توزيع الاجهادات في الشكل (c) الي اجهاد منتظم كما هو موضح بالشكل (d) بحيث تكون قيم محصلة الاجهادات للضغط في الحالتين (d) و(c) واحدة وكذلك مكان تأثيرها يكون ثابتا وبذلك يكون العزم الداخلي علي المقطع الخرساني في الحالتين (d) و(c) واحدا.

5-6- حالة مقطع مستطيل مسلح ناحية الشد فقط: Singly Reinforced Rectangular Section



بمساواة قوي الشد المؤثرة علي المقطع مع قوي الضغط

$$\sum F_x = 0.0$$

$C_u = T_u$

$a.b.(0.45\ f_{cu}) = 0.87A_s.f_y$

$$a = 1.93\ \frac{A_s}{b}.\frac{f_y}{f_{cu}}$$

$$a = 1.93\ \frac{A_s}{b.d}.\frac{f_y}{f_{cu}}.d$$

$$\mu = \frac{A_s}{b.d}$$

$$a = (1.93\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}}).d$$

$$c = \frac{a}{0.80} = (2.41\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}}).d$$

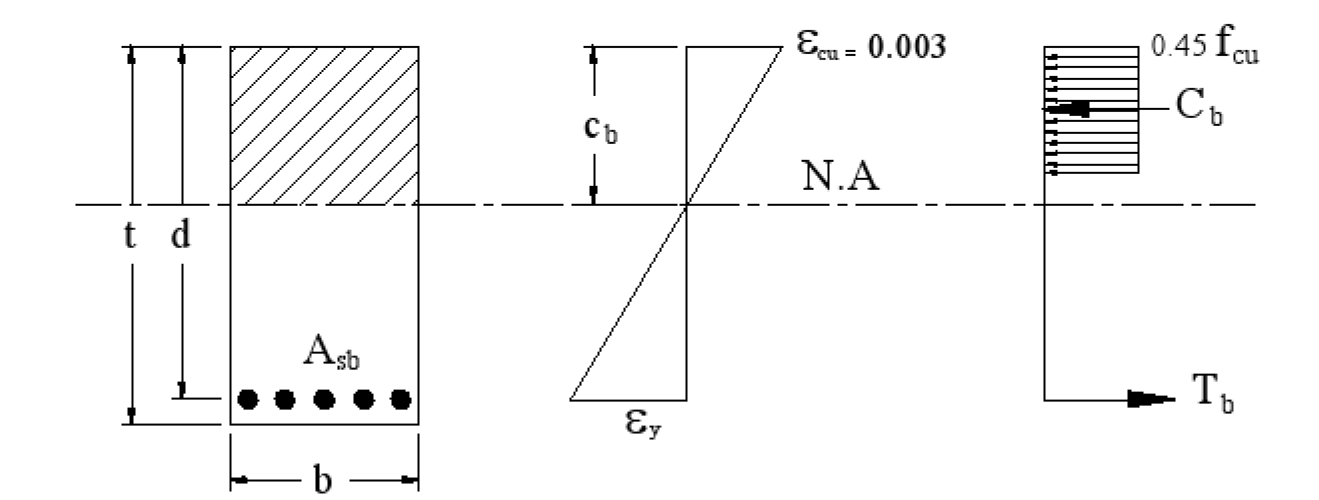
وبمساواة العزم الخارجي بالعزم الداخلي

$M_{\ external} = M_{\ internal}$

$$M_u = C_u\ .\ y_{ct}$$
$$= a.b.(0.45f_{cu}).(d\text{-}0.40c)$$
$$= (1.93\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}}).d.b.(0.45f_{cu})\ [d - 0.40(2.41\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}}).d]$$
$$= 1.93\ x\ 0.45f_{cu}.\,\mu.f_y.b.d^2.(1\text{-}0.964\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}})$$
$$= 0.87f_{cu}.\,\mu.f_y.(1\text{-}0.964\,\mu.\frac{f_y}{f_{cu}}).b.d^2$$
$$= K_u.b.d^2$$

5-7- نسبة التسليح المتوازن Balanced Reinforcement Ratio (μ_b) :

يلاحظ من المعادلة الاخيرة التي تربط العزم الخارجي المؤثر علي القطاع الخرساني مع الاجهادات الداخلية وابعاد القطاع أنه يمكن زيادة العزم المؤثر علي القطاع بزيادة نسبة التسليح لقطاع ذو ابعاد ثابتة. ومع زيادة نسبة التسليح تزداد مقاومة المقطع للعزوم. وتوجد نسبة تسليح معينة يحدث عنها أقصي انفعال في حديد التسليح (ε_y) وهذه النسبة يطلق عليها نسبة التسليح المتوازن حيث **يحدث أكبر اجهاد في الخرسانة وفي حديد التسليح في نفس الوقت**. ولتحديد نسبة التسليح المتوازن يتم دراسة مقطع خرساني مسلح بنسبة التسليح المتوازن كما يلي:



$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_y} = \frac{0.003}{0.003 + \frac{0.87 f_y}{2x10^5}}$$

Where:

$$\varepsilon_y = \frac{0.87 f_y}{E_s} = \frac{0.87 f_y}{2x10^5} \quad (N/mm^2)$$

$$\frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + 0.87 f_y}$$

$$c_b = \frac{600}{600 + 0.87 f_y} .d$$

وبحساب قوتي الضغط والشد في المقطع الخرساني عند نسبة التسليح المتوازن:

$C_b = 0.45 f_{cu} \text{ x } 0.80\ c_b.b = 0.356 f_{cu}.c_b.b$

$T_b = 0.87 A_s\ .f_y = 0.87\ \mu_b\ b.d.f_y$

وبمساواة قوتي الشد والضغط

$C_b = T_b$

$0.356 f_{cu}.c_b.b = 0.87\ \mu_b\ b.d.f_y$

$$\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} .(\frac{c_b}{d})$$

وبالتعويض عن قيمة ($\frac{c_b}{d}$) المستنتجة سابقا فى المعادلة السابقة:

$$\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} . (\frac{600}{600 + 0.87 f_y})$$

وعند تسليح المقطع الخرساني بنسبة التسلبح المتوازن يحدث الانهيار في الخرسانة وحديد التسليح في نفس الوقت. ولضمان أن يحدث الانهيار في حديد التسليح أولا وليكون الانهيار انهيارا لدنا (Ductile Failure) يتم تسليح المقاطع الخرسانية عند تصميمها بنسبة تسليح أقل من التسليح المتوازن وبذلك يصل أقصي اجهاد في حديد التسليح قبل حدوثه في الخرسانة وينص الكود المصري علي الا يزيد نسبة التسليح العظمي عن ثلثي نسبة التسليح المتوازن.

5-8- نسبة التسليح العظمي في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء: Maximum Reinforcement Ratio

$$\mu_{max} = \frac{2}{3}\ \mu_b$$

$$\mu_{max} = 0.273\frac{f_{cu}}{f_y}\left(\frac{600}{600 + 0.87 f_y}\right)$$

والجدول التالي يوضح نسبة التسليح العظمي حسب اجهاد الخرسانة وحديد التسليح

جدول (1-5) نسبة التسليح العظمي في المقاطع الخرسانية المعرضة لانحناء

f_y \ F_{cu}	20	22.5	25	30
24 / 35	1.69	1.90	2.11	2.53
36 / 53	1.00	1.12	1.25	1.49

وفي حالة نسبة التسليح العظمي تكون هناك قيمة مناظرة لعمق محور التعادل (Neutral Axis) (c_{max})

$$c_{max} = \frac{2}{3}\ c_b$$

$$\frac{c_{max}}{d} = \frac{400}{600 + 0.87 f_y}$$

والوحدات المستخدمة في كافة المعادلات والجداول السابقة هي (نيوتن) و (مم).

ويلاحظ أن نسبة التسليح العظمي في المقاطع المصممة بطريقة المقاومة القصوي تكون عادة اعلي من نسبة التسليح المتوازن في حالة التصميم بطريقة المرونة أو بطريقة اجهاد التشغيل بمقدار %(40 - 20).

5-9- نسبة التسليح الدنيا في المقاطع المعرضة لعزوم انحناء: Minimum Reinforcement Ratio

لضمان انهيار لدن (Ductile Failure) للمنشآت الخرسانية فأن مقاومة المقطع الخرساني المسلح يجب الا تقل عن مقاومة المقطع الخرساني غير المسلح . ومعروف انه في حالة المقطع الخرساني قبل التشرخ يكون القطاع كلة فعال أما في حالة المقطع الخرساني المسلح فان الجزء المعرض للشد والذي يقع اسفل محور التعادل في حالة تعرض المقطع لعزم انحناء موجب (يحدث شد في الاسفل) هذا الجزء المعرض للشد يتم إهماله ولا يتم حسابه عند حساب العزم الثاني للمساحة أو عزم القصور .

$M_u > M_{cr}$

$M_{cr} = f_{ctr}.\ \dfrac{I_g}{y}$

$f_{ctr} = 0.60\ \sqrt{f_{cu}}\quad N/mm^2$

وبالنسبة لمقطع مستطيل

$M_{cr} = 0.60\ \sqrt{f_{cu}}\ .\ \dfrac{b.h^3/12}{h/2}$

$= 0.10\ \sqrt{f_{cu}}\ .\ b.h^2$

$M_u = T.\ y_{ct}$

بفرض $y_{ct} = 0.90\ d$

$M_u = 0.87\ As.\ fy\ .\ (0.90d)$

$= 0.78\ \mu.b.d^2.f_y$

$M_u > M_{cr}$

$0.78\ \mu.b.d^2.f_y \geq 0.10\ \sqrt{f_{cu}}\ .\ b.h^2$

$\mu_{min} = 0.13\dfrac{\sqrt{f_{cu}}}{f_y}.(\dfrac{h}{d})^2$

بفرض $0.90 = \dfrac{h}{d}$

$\mu_{min} = 0.105\dfrac{\sqrt{f_{cu}}}{f_y}$

والجدول التالي يبين نسبة الحديد الدنيا لقيم مختلفة من اجهاد الخرسانة

نسبة التسليح الدنيا لقيم مختلفة من اجهاد الخرسانة

f_{cu} (N/mm^2)	20	25	30
μ_{min}	$\frac{0.47}{f_y}$	$\frac{0.525}{f_y}$	$\frac{0.575}{f_y}$

وينص الكود المصري علي أن نسبة التسليح الدنيا في المنشآت الخرسانية المعرضة لانحناء يجب الايقل عن $\frac{1.1}{f_y}$ بوحدات النيوتن والمم.

مما سبق يتضح أنه يمكن تصميم عدد لا نهائي من المقاطع الخرسانية جميعها تتفق في العرض (b) والاجهاد المسموح به في الخرسانة وحديد التسليح (A_s). فكلما زاد العمق قلت مساحة حديد التسليح.

وتوجد جداول لتصميم المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء بطريقة المقاومة القصوي. وهذه الجداول مستنتجة من المعادلة :

$$\mathbf{M_u = K_u.b.d^2}$$

حيث ($\mathbf{K_u}$) دالة في مقاومة الخرسانة ($\mathbf{f_{cu}}$) ومقاومة الخضوع لحديد التسليح ($\mathbf{f_y}$) ونسبة التسليح (μ).

عند تصميم المنشآت الخرسانية يفضل أن يكون الحائط أسفل الكمرة الخرسانية ، وعادة يكون 120مم أو 250 مم أو يتم اختياره من (0.5 – 0.2) العمق الكلي للكمرة. وعند التصميم يتم اختيار عمق الكمرة وبالتالي نحسب قيم مساحة حديد التسليح أو يتم اختيار نسبة التسليح للمقطع أولا ثم يتم حساب عمق القطاع الفعال.

والصفحات التالية تحتوي علي جداول التصميم حسب اجهاد الحديد التسليح واجهاد الخرسانة.

والامثلة التالية توضح كيفية تصميم المقاطع الخرسانية أو حساب العزم الاقصي (Ultimate Moment) الذي يمكن للمقطع مقاومته في حالة مقاطع خرسانية معرضة لعزم انحناء ومسلح ناحية الشد فقط.

وفى الصفحات التالية قيمة K_u محسوبة لقيم متغيرة من إجهاد الخرسانة وحديد التسليح .

$f_y = 240\ N/mm^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.6	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
0.7	0.35	-	0.35	-	0.35	-	0.35	-	0.35	-
0.8	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-
0.9	0.46	-	0.45	-	0.45	-	0.45	-	0.45	-
1.0	0.51	-	0.51	-	0.50	-	0.50	-	0.50	-
1.1	0.57	-	0.56	-	0.56	-	0.56	-	0.55	-
1.2	0.62	-	0.62	-	0.61	-	0.61	-	0.61	-
1.3	0.68	-	0.67	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
1.4	0.74	-	0.73	-	0.72	-	0.72	-	0.71	-
1.5	0.79	-	0.78	-	0.78	-	0.77	-	0.77	-
1.6	0.85	-	0.84	-	0.83	-	0.83	-	0.82	-
1.7	0.91	-	0.90	-	0.89	-	0.88	-	0.88	-
1.8	0.98	-	0.96	-	0.95	-	0.94	-	0.93	-
1.9	1.04	-	1.02	-	1.01	-	1.00	-	0.99	-
2.0	1.10	-	1.08	-	1.07	-	1.05	-	1.05	-
2.1	1.17	-	1.14	-	1.13	-	1.11	-	1.10	-
22	1.23	-	1.21	-	1.19	-	1.17	-	1.16	-
2.3	1.30	-	1.27	-	1.25	-	1.23	-	1.22	-
2.4	1.37	-	1.34	-	1.31	-	1.29	-	1.28	-
2.5	1.44	-	1.40	-	1.38	-	1.36	-	1.34	-
2.6	1.52	-	1.47	-	1.44	-	1.42	-	1.40	-
2.7	1.59	-	1.54	-	1.51	-	1.48	-	1.46	-
2.8	1.67	-	1.61	-	1.58	-	1.55	-	1.53	-
2.9	1.72	0.03	1.69	-	1.64	-	1.61	-	1.59	-
3.0	1.77	0.08	1.76	-	1.71	-	1.68	-	1.65	-

$f_y = 240\ N/mm^2$ تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.82	0.13	1.84	-	1.79	-	1.75	-	1.72	-
3.2	1.87	0.18	1.90	-	1.86	-	1.82	-	1.78	-
3.3	1.92	0.23	1.95	0.05	1.93	-	1.89	-	1.85	-
3.4	1.97	0.28	2.00	0.10	2.01	-	1.96	-	1.92	-
3.5	2.02	0.33	2.05	0.15	2.09	-	2.03	-	1.99	-
3.6	2.07	0.38	2.10	0.20	2.14	0.02	2.10	-	2.06	-
3.7	2.12	0.43	2.15	0.25	2.19	0.07	2.18	-	2.13	-
3.8	2.17	0.48	2.21	0.30	2.24	0.12	2.26	-	2.20	-
3.9	2.22	0.53	2.26	0.35	2.29	0.17	2.33	-	2.27	-
4.0	2.27	0.58	2.31	0.40	2.34	0.22	2.37	0.04	2.35	-
4.1	2.32	0.63	2.36	0.45	2.39	0.27	2.42	0.09	2.43	-
4.2	2.37	0.68	2.41	0.50	2.44	0.32	2.47	0.14	2.50	-
4.3	2.43	0.73	2.46	0.55	2.49	0.37	2.52	0.19	2.55	0.01
4.4	2.48	0.78	2.51	0.60	2.54	0.42	2.57	0.24	2.60	0.06
4.5	2.53	0.83	2.56	0.65	2.59	0.47	2.62	0.29	2.65	0.11
4.6	2.58	0.88	2.61	0.70	2.64	0.52	2.67	0.34	2.71	0.16
4.7	2.63	0.93	2.66	0.75	2.69	0.57	2.72	0.39	2.76	0.21
4.8	2.68	0.98	2.71	0.80	2.74	0.62	2.77	0.44	2.81	0.27
4.9	2.73	1.03	2.76	0.85	2.79	0.67	2.82	0.50	2.86	0.32
5.0	2.78	1.08	2.81	0.90	2.84	0.73	2.87	0.55	2.91	0.37
5.1	2.83	1.13	2.86	0.96	2.89	0.78	2.92	0.60	2.96	0.42
5.2	2.88	1.19	2.91	1.01	2.94	0.83	2.98	0.65	3.01	0.47
5.3	2.93	1.24	2.96	1.06	2.99	0.88	3.03	0.70	3.06	0.52
5.4	2.98	1.29	3.01	1.11	3.04	0.93	3.08	0.75	3.11	0.57
5.5	3.03	1.34	3.06	1.16	3.09	0.98	3.13	0.80	3.16	0.62

$f_y = 280\ N/mm^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.6	0.26	-	0.26	-	0.26	-	0.25	-	0.25	-
0.7	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
0.8	0.35	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-
0.9	0.39	-	0.39	-	0.39	-	0.39	-	0.38	-
1.0	0.44	-	0.44	-	0.43	-	0.43	-	0.43	-
1.1	0.49	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-	0.47	-
1.2	0.53	-	0.53	-	0.52	-	0.52	-	0.52	-
1.3	0.58	-	0.58	-	0.57	-	0.57	-	0.56	-
1.4	0.63	-	0.62	-	0.62	-	0.61	-	0.61	-
1.5	0.68	-	0.67	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
1.6	0.73	-	0.72	-	0.71	-	0.71	-	0.70	-
1.7	0.78	-	0.77	-	0.76	-	0.76	-	0.75	-
1.8	0.84	-	0.82	-	0.81	-	0.81	-	0.80	-
1.9	0.89	-	0.87	-	0.86	-	0.85	-	0.85	-
2.0	0.94	-	0.93	-	0.91	-	0.90	-	0.90	-
2.1	1.00	-	0.98	-	0.97	-	0.95	-	0.95	-
2.2	1.06	-	1.03	-	1.02	-	1.01	-	1.00	-
2.3	1.12	-	1.09	-	1.07	-	1.06	-	1.05	-
2.4	1.18	-	1.15	-	1.13	-	1.11	-	1.10	-
2.5	1.24	-	1.20	-	1.18	-	1.16	-	1.15	-
2.6	1.30	-	1.26	-	1.24	-	1.22	-	1.20	-
2.7	1.36	-	1.32	-	1.29	-	1.27	-	1.25	-
2.8	1.41	0.02	1.38	-	1.35	-	1.33	-	1.31	-
2.9	1.45	0.06	1.45	-	1.41	-	1.38	-	1.36	-
3.0	1.50	0.10	1.51	-	1.47	-	1.44	-	1.42	-

$f_y = 280\ N/mm^2$ تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.54	0.15	1.56	-	1.53	-	1.50	-	1.47	-
3.2	1.58	0.19	1.61	0.04	1.59	-	1.56	-	1.53	-
3.3	1.63	0.23	1.65	0.08	1.66	-	1.62	-	1.59	-
3.4	1.67	0.28	1.69	0.13	1.72	-	1.68	-	1.64	-
3.5	1.71	0.32	1.74	0.17	1.76	0.02	1.74	-	1.70	-
3.6	1.76	0.36	1.78	0.21	1.80	0.06	1.80	-	1.76	-
3.7	1.80	0.41	1.82	0.26	1.85	0.11	1.87	-	1.82	-
3.8	1.84	0.45	1.87	0.30	1.89	0.15	1.92	-	1.89	-
3.9	1.88	0.49	1.91	0.34	1.93	0.19	1.96	0.05	1.95	-
4.0	1.93	0.54	1.95	0.39	1.98	0.24	2.00	0.09	2.01	-
4.1	1.97	0.58	2.00	0.43	2.02	0.28	2.05	0.13	2.08	-
4.2	2.01	0.62	2.04	0.47	2.06	0.32	2.09	0.18	2.11	0.03
4.3	2.06	0.67	2.08	0.52	2.11	0.37	2.13	0.22	2.16	0.07
4.4	2.10	0.71	2.13	0.56	2.15	0.41	2.18	0.26	2.20	0.11
4.5	2.14	0.75	2.17	0.60	2.19	0.45	2.22	0.30	2.24	0.16
4.6	2.19	0.80	2.21	0.65	2.24	0.50	2.26	0.35	2.29	0.20
4.7	2.23	0.84	2.26	0.69	2.28	0.54	2.31	0.39	2.33	0.24
4.8	2.27	0.88	2.30	0.73	2.32	0.58	2.35	0.43	2.37	0.29
4.9	2.32	0.92	2.34	0.78	2.37	0.63	2.39	0.48	2.42	0.33
5.0	2.36	0.97	2.39	0.82	2.41	0.67	2.43	0.52	2.46	0.37
5.1	2.40	1.01	2.43	0.86	2.45	0.71	2.48	0.56	2.50	0.42
5.2	2.45	1.05	2.47	0.91	2.50	0.76	2.52	0.61	2.55	0.46
5.3	2.49	1.10	2.51	0.95	2.54	0.80	2.56	0.65	2.59	0.50

$f_y = 360\ N/mm^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.8	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-
0.9	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
1.0	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.34	-	0.33	-
1.1	0.38	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-
1.2	0.41	-	0.41	-	0.41	-	0.41	-	0.40	-
1.3	0.45	-	0.45	-	0.44	-	0.44	-	0.44	-
1.4	0.49	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-	0.48	-
1.5	0.53	-	0.52	-	0.52	-	0.51	-	0.51	-
1.6	0.57	-	0.56	-	0.56	-	0.55	-	0.55	-
1.7	0.61	-	0.60	-	0.59	-	0.59	-	0.58	-
1.8	0.65	-	0.64	-	0.63	-	0.63	-	0.62	-
1.9	0.69	-	0.68	-	0.67	-	0.66	-	0.66	-
2.0	0.73	-	0.72	-	0.71	-	0.70	-	0.70	-
2.1	0.78	-	0.76	-	0.75	-	0.74	-	0.74	-
2.2	0.82	-	0.80	-	0.79	-	0.78	-	0.77	-
2.3	0.87	-	0.85	-	0.83	-	0.82	-	0.81	-
2.4	0.91	-	0.89	-	0.88	-	0.86	-	0.85	-
2.5	0.96	-	0.94	-	0.92	-	0.90	-	0.89	-
2.6	1.00	-	0.98	-	0.96	-	0.95	-	0.93	-
2.7	1.04	0.04	1.03	-	1.01	-	0.99	-	0.98	-
2.8	1.07	0.07	1.08	-	1.05	-	1.03	-	1.02	-
2.9	1.10	0.10	1.12	-	1.10	-	1.08	-	1.06	-
3.0	1.14	0.14	1.15	0.03	1.14	-	1.12	-	1.10	-

$f_y = 360$ N/mm^2 تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.17	0.17	1.19	0.06	1.19	-	1.16	-	1.15	-
3.2	1.20	0.20	1.22	0.09	1.24	-	1.21	-	1.19	-
3.3	1.24	0.24	1.25	0.13	1.27	0.02	1.26	-	1.23	-
3.4	1.27	0.27	1.29	0.16	1.30	0.05	1.30	-	1.28	-
3.5	1.30	0.30	1.32	0.20	1.34	0.09	1.35	-	1.32	-
3.6	1.34	0.34	1.35	0.23	1.37	0.12	1.39	0.01	1.37	-
3.7	1.37	0.37	1.39	0.26	1.40	0.15	1.42	0.04	1.42	-
3.8	1.41	0.41	1.42	0.30	1.44	0.19	1.45	0.08	1.47	-
3.9	1.44	0.44	1.45	0.33	1.47	0.22	1.49	0.11	1.50	-
4.0	1.47	0.47	1.49	0.36	1.50	0.25	1.52	0.15	1.54	0.04
4.1	1.51	0.51	1.52	0.40	1.54	0.29	1.55	0.18	1.57	0.07
4.2	1.54	0.54	1.56	0.43	1.57	0.32	1.59	0.21	1.60	0.10
4.3	1.57	0.57	1.59	0.46	1.61	0.36	1.62	0.25	1.64	0.14
4.4	1.61	0.61	1.62	0.50	1.64	0.39	1.65	0.28	1.67	0.17
4.5	1.64	0.64	1.66	0.53	1.67	0.42	1.69	0.31	1.70	0.20
4.6	1.67	0.67	1.69	0.56	1.71	0.46	1.72	0.35	1.74	0.24
4.7	1.71	0.71	1.72	0.60	1.74	0.49	1.76	0.38	1.77	0.27
4.8	1.74	0.74	1.76	0.63	1.77	0.52	1.79	0.41	1.81	0.31
4.9	1.77	0.77	1.79	0.67	1.81	0.56	1.82	0.45	1.84	0.34
5.0	1.81	0.81	1.82	0.70	1.84	0.59	1.86	0.48	1.87	0.37

$f_y = 400\ N/mm^2$

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
0.9	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-	0.27	-
1.0	0.31	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-	0.30	-
1.1	0.34	-	0.34	-	0.33	-	0.33	-	0.33	-
1.2	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.37	-	0.36	-
1.3	0.41	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-	0.40	-
1.4	0.44	-	0.44	-	0.43	-	0.43	-	0.43	-
1.5	0.48	-	0.47	-	0.47	-	0.46	-	0.46	-
1.6	0.51	-	0.51	-	0.50	-	0.50	-	0.49	-
1.7	0.55	-	0.54	-	0.53	-	0.53	-	0.53	-
1.8	0.59	-	0.58	-	0.57	-	0.56	-	0.56	-
1.9	0.62	-	0.61	-	0.60	-	0.60	-	0.59	-
2.0	0.66	-	0.65	-	0.64	-	0.63	-	0.63	-
2.1	0.70	-	0.69	-	0.68	-	0.67	-	0.66	-
2.2	0.74	-	0.72	-	0.71	-	0.70	-	0.70	-
2.3	0.78	-	0.76	-	0.75	-	0.74	-	0.73	-
2.4	0.82	-	0.80	-	0.79	-	0.78	-	0.77	-
2.5	0.87	-	0.84	-	0.83	-	0.81	-	0.80	-
2.6	0.89	0.02	0.88	-	0.87	-	0.85	-	0.84	-
2.7	0.92	0.05	0.93	-	0.91	-	0.89	-	0.88	-
2.8	0.95	0.08	0.97	-	0.95	-	0.93	-	0.92	-
2.9	0.98	0.12	1.00	0.02	0.99	-	0.97	-	0.95	-
3.0	1.01	0.15	1.03	0.05	1.03	-	1.01	-	0.99	-

$f_y = 400\ N/mm^2$ تابع

Ku	fcu=20		fcu=22.5		fcu=25		fcu=27.5		fcu=30	
	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'	μ	μ'
3.1	1.04	0.18	1.06	0.08	1.07	-	1.05	-	1.03	-
3.2	1.07	0.21	1.09	0.11	1.10	0.02	1.09	-	1.07	-
3.3	1.10	0.24	1.12	0.14	1.13	0.05	1.13	-	1.11	-
3.4	1.13	0.27	1.15	0.17	1.16	0.08	1.17	-	1.15	-
3.5	1.16	0.30	1.18	0.20	1.19	0.11	1.20	0.01	1.19	-
3.6	1.19	0.33	1.21	0.23	1.22	0.14	1.23	0.04	1.23	-
3.7	1.22	0.36	1.24	0.26	1.25	0.17	1.26	0.07	1.28	-
38.00	1.25	0.39	1.27	0.29	1.28	0.20	1.29	0.10	1.31	0.01
3.9	1.28	0.42	1.30	0.32	1.31	0.23	1.32	0.13	1.34	0.04
4.0	1.32	0.45	1.33	0.35	1.34	0.26	1.35	0.16	1.37	0.07
4.1	1.35	0.48	1.36	0.38	1.37	0.29	1.38	0.19	1.40	0.10
4.2	1.38	0.51	1.39	0.41	1.40	0.32	1.41	0.22	1.43	0.13
4.3	1.41	0.54	1.42	0.44	1.43	0.35	1.45	0.25	1.46	0.16
4.4	1.44	0.57	1.45	0.47	1.46	0.38	1.48	0.28	1.49	0.19
4.5	1.47	0.60	1.48	0.50	1.49	0.41	1.51	0.31	1.52	0.22
4.6	1.50	0.63	1.51	0.53	1.52	0.44	1.54	0.34	1.55	0.25
4.7	1.53	0.66	1.54	0.56	1.55	0.47	1.57	0.37	1.58	0.28
4.8	1.56	0.69	1.57	0.59	1.58	0.50	1.60	0.40	1.61	0.31

Example (5-1):

Design a rectangular R.C. section subjected to an ultimate bending moment of 150 m.kn , b = 250 mm , f_{cu} = 25 N/mm^2 , f_y = 240 N/mm^2

Using : a- Working Stress Method.

b- Ultimate Strength Design Method.

Solution:

a- Working Stress Method.

$$M_W = \frac{M_u}{1.50} = \frac{150}{1.50} = 100 \text{ m.kn}$$

f_c = 9.5 N/mm^2

f_s = 140 N/mm^2

From Tables K_1 = 0.708 , K_2 = 116.5

$$d = K_1\sqrt{\frac{M}{b}} = 0.708\sqrt{\frac{100x10^6}{250}} = 448.8 \text{ mm}$$

$$A_s = \frac{M}{K_2.d} = \frac{100x10^6}{116.5x448.8} = 1912.6 \text{ mm}^2$$

b- Ultimate Strength Design Method.

i – Assume d = 448.8 mm

$M_u = K_u.b.d^2$

$150x10^6 = K_u\ (250)(448.8)^2$

K_u = 2.98

From tables μ = 1.69 %

$$A_s = \frac{1.69}{100} \text{ x } 448.8 \text{ x } 250 = 1896.2 \text{ mm}^2$$

وبمقارنة النتائج بحالة اجهاد التشغيل نجد أن القيم متقاربة في الحالتين.

ii – Assume $A_{s\ min}$ μ = 0.30 %

From tables K_u = 0.6

$M_u = K_u.b.d^2$

$150x10^6 = (0.6)\ (\ 250\ ).d^2 \ \Rightarrow\ d = 1000$ mm

$A_s = \frac{0.30}{100} x\ 1000\ x\ 250 = 750\ mm^2$

iii – Assume $A_{s\,max}$ $\mu = 2.09$ %

From tables $K_u = 3.5$

$M_u = K_u.b.d^2$

$150x10^6 = (3.5)\ (\ 250\ ).d^2 \ \Rightarrow\ d = 414$ mm

$A_s = \frac{2.09}{100} x\ 414\ x\ 250 = 2163\ mm^2$

Method	d (mm)	A_s (mm^2)
Working	450	1912.6
Ultimate	450	1896.2
Ultimate	1000	750
Ultimate	414	2163

5-10- حساب المقاومة القصوى للمقطع Finding the Section Capacity :

Given f_{cu} , f_y , b , d , A_s

Find M_u

Solution:

$\mu = \frac{A_s}{b.d}$

From Tables get K_u

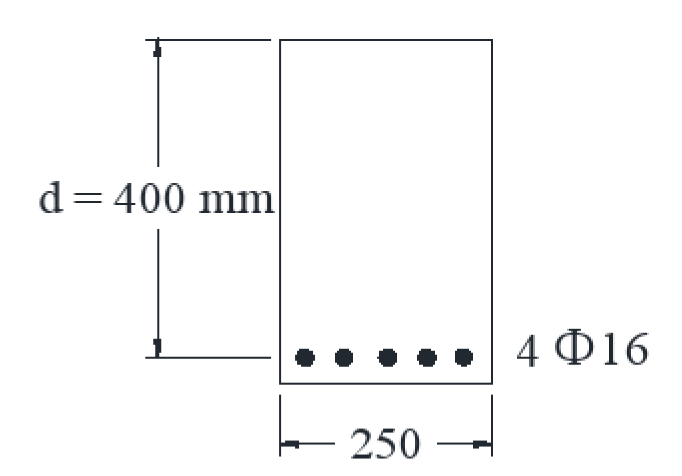
$M_u = K_u.b.d^2$

Example (5-2):

Find the ultimate bending moment that can be resisted by the shown section.

$f_{cu} = 22.5\ N/mm^2$

$f_y = 360\ N/mm^2$



Solution:

$A_s = 4x201 = 804\ mm^2$

$\mu = \frac{A_s}{b.d} = \frac{804}{250x400} = 0.80\ \%$

From Tables $K_u = 2.2$

$M_u = K_u.b.d^2$

$= (2.2)\ (250).(400)^2 = 88\ m.kn$

Using Working Stress Method:

$f_c = 9.0\ N/mm^2$, $f_y = 200\ N/mm^2$

$K_1 = 0.798$, $K_2 = 173.1$

$d = K_1\sqrt{\frac{M_1}{b}} \Rightarrow 400 = 0.798\sqrt{\frac{M_1}{250}} \Rightarrow M_1 = 62.8\ m.kn$

$A_s = \frac{M_2}{K_2.d} \Rightarrow 804 = \frac{M_2}{173.1x400} \Rightarrow M_2 = 55.7\ m.kn$

M_w = min of (M_1) and (M_2) =55.7 m.kn

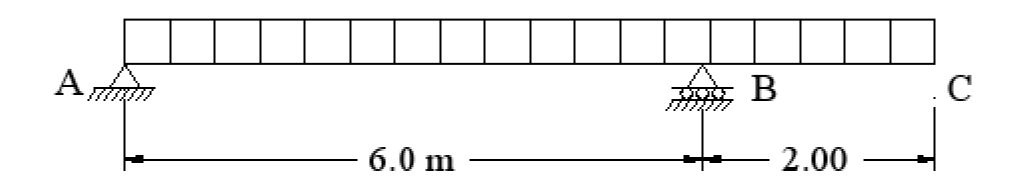
$M_u = 1.50\ M_w = 1.50\ x\ 55.7 = 83.55\ m.kn$

يلاحظ أن قيم (M_u) متقاربة في الحالتين.

ويلاحظ أن العزم الأقصي (M_u) يكون محسوب علي أساس الحمل الأقصي هو يساوي تقريبا مرة ونصف حمل التشغيل مع العزم الأقصي يجب ضرب الأول x 1.50 .

Example (5-3):

Design the critical sections in the shown beam. Use the same depth , dead load = 50 kn/m' and L.L = 20 kn/m' Use f_{cu} = 25 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2 , b = 250 mm.

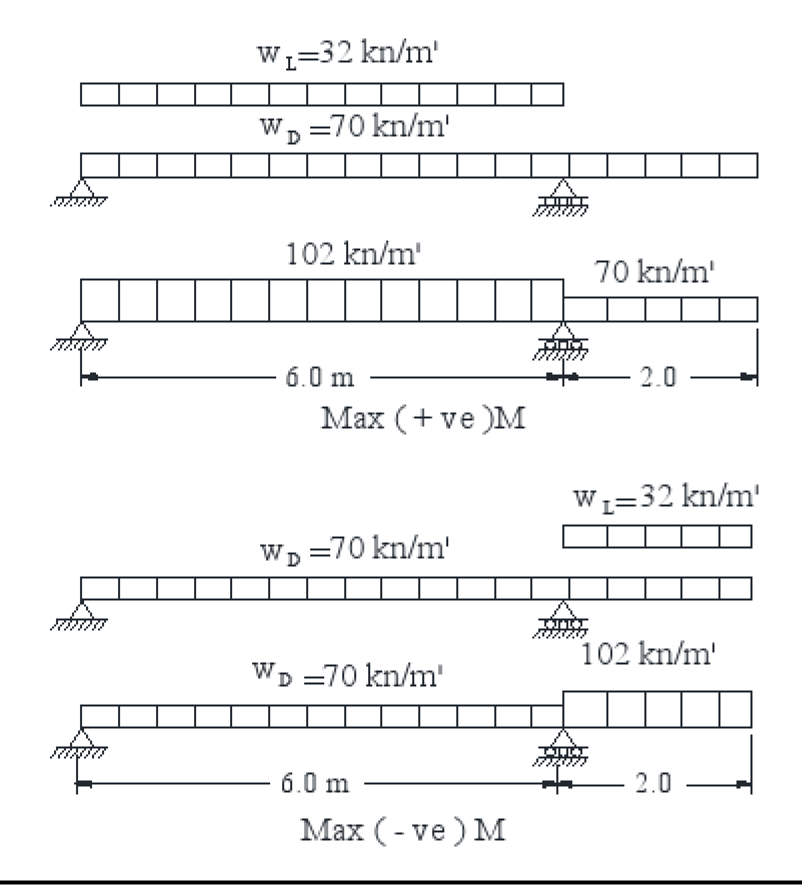


Solution:

في هذه الكمرة يوجد مقطعان حرجان . أولهما معرض لأكبر انحناء موجب ويقع في المنطقة AB ولتحديده يجب تحديد المقطع المعرض لقوة قيمتها صفر .أما المقطع الثاني والمعرض لأكبر عزم انحناء سالب فيقع عند الركيزة B. وفي حالة تحديد اكبر عزم انحناء موجب فيكون الجزء AB معرض للحمل الحي بالإضافة إلي الحمل الميت أما الجزء BC فيكون معرض للحمل الميت فقط . أما في حالة أقصي عزم سالب فيكون BC معرض للحمل الحي بالإضافة إلي الحمل الميت أما تحميل الجزء AB فلا يؤثر في هذه الحالة .

In case dead load only   U = 1.40 x 50 = 70 kn/m'

In case dead + Live load   U = 1.40 x 50 + 1.60 x 20 = 102 kn/m'



$\Sigma M_B = 102 \times 6 \times 3 - 2 \times 70 \times 1 - 6\, y_A = 0.0$

$y_A = 282.7$ kn

لتحديد المسافة x التي عندها اكبر عزم انحناء موجب يكون عندها قوة القص تساوي صفر.

$Q(x) = R_A - 102\, x = 0.0$

$x = \frac{R_A}{102} = \frac{282.7}{102} = 2.77$ m

$M_1 = 282.7 \times 2.77 - 102\, \frac{(2.77)^2}{2} = 392$ m.kn

$M_2 = 102\, \frac{(2)^2}{2} = 204$ m.kn

يتم التصميم علي العزم الأكبر ويراعي أن تكون نسبة التسليح كبيرة ليكون المقطع الآخر مناسبا .

Assume $\mu = 1.14\ \%$ $\rightarrow$ $K_u = 3.0$

Section (1):

$M_u = K_u\, b\, d^2$

$392 \times 10^6 = 3.0 \times 250 \times d^2 \rightarrow d = 723 \text{ mm} \rightarrow t = 750 \text{ mm}$

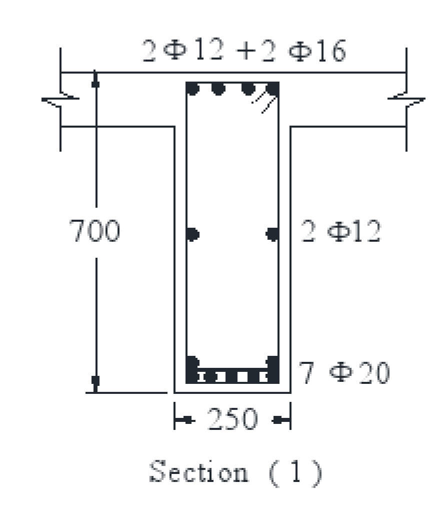
$As = \mu\, b\, d = \frac{1.14}{100} \times 250 \times 723 = 2060.6 \text{ mm}^2$ Use $\rightarrow 7\, \phi\, 20$

Section (2):

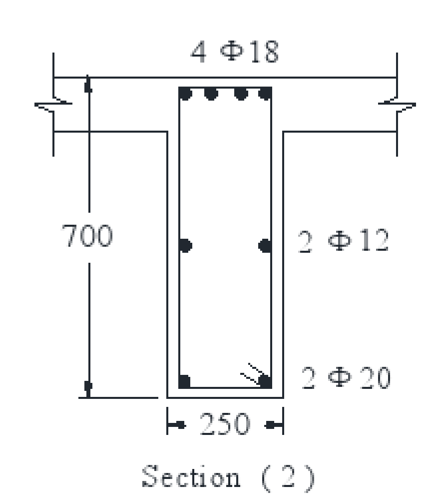
$M_u = K_u\, b\, d^2$

$204 \times 10^6 = K_u \times 250 \times (700)^2 \rightarrow K_u = 1.665$

$As = 1033 \text{ mm}^2$ Use $\rightarrow 4\, \phi\, 18$



Section (1)



Section (2)

يلاحظ أن التسليح الرئيسي للمقطع (1) يكون في الأسفل لان العزم موجب أما في المقطع رقم (2) فيكون التسليح في الأعلى لان العزم سالب.

Example (5-4):

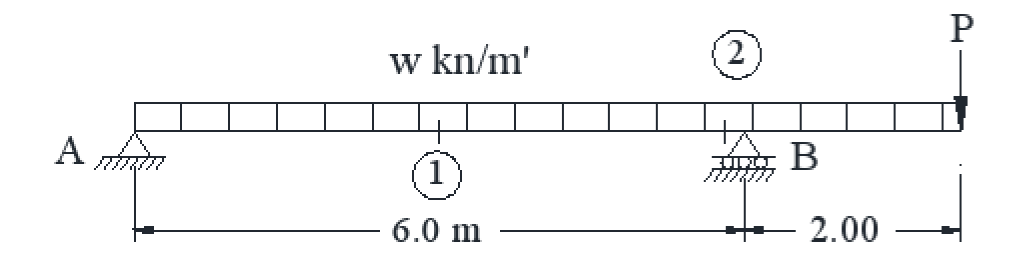
For the shown beam, design section (1) first, and use same depth for section (2).

W_D = 50 kn/m' (7) P_D = 35 kn (4.9)

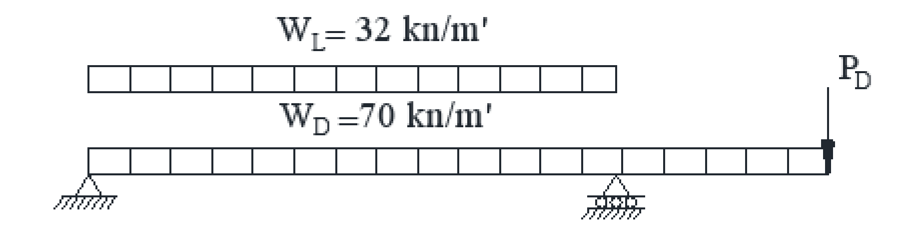
W_L = 50 kn/m' (3.2) P_L = 35 kn (4)

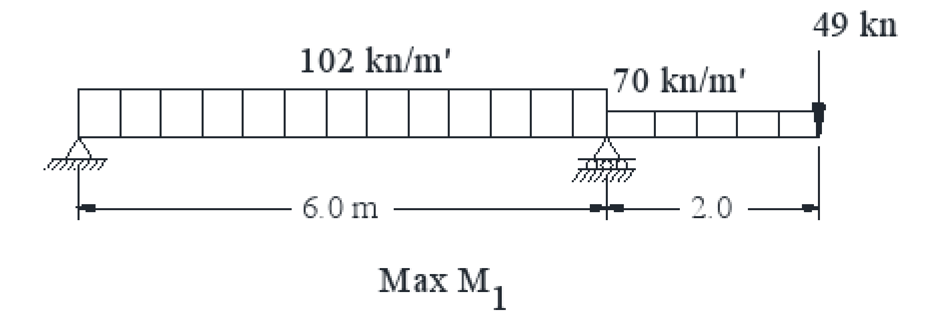
f_{cu} = 25 N/mm^2 f_y = 240 N/mm^2

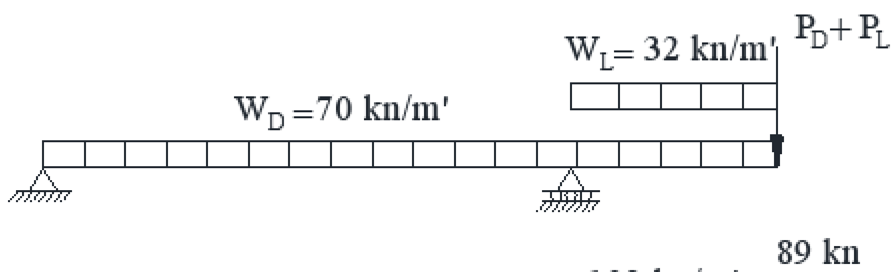
b = 250 mm

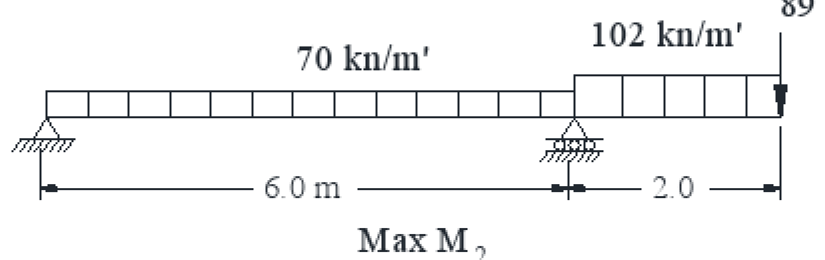


Solution:









Section (1):

$\Sigma M_B = 102 \times 6 \times 3 - 2 \times 70 \times 1 - 49 \times 2 - 6\, y_A = 0.0$

$y_A = 266.3$ kn

to get max M(+ve) at zero shear

$q_x = y_A - w_u\, x = 0.0$

$= 266.3 - 102\, x = 0.0$

$x = 2.61$ m

$M_{max}\ (+ve) = 266.3 \times 2.61 - \dfrac{102(2.61)^2}{2} = 347.6$ m.kn

Section (2):

$M_{max}\ (-ve) = 89 \times 2.61 - \dfrac{102(2)^2}{2} = 28.3$ m.kn

For Section (1):

Assume $\mu = 2.0$, $K_u = 3.4$

$M_u = K_u\, b\, d^2$

$347.6 \times 10^6 = 3.4\ (250)\ (d)^2$

$d = 640$ mm $\rightarrow$ $t = 700$ mm

$A_s = \dfrac{2.00}{100} \times 250 \times 640 = 3200\ mm^2$ $A_s = 7\ \phi\ 25$

For Section (2):

$t = 700$ mm $\rightarrow$ $d = 660$ mm

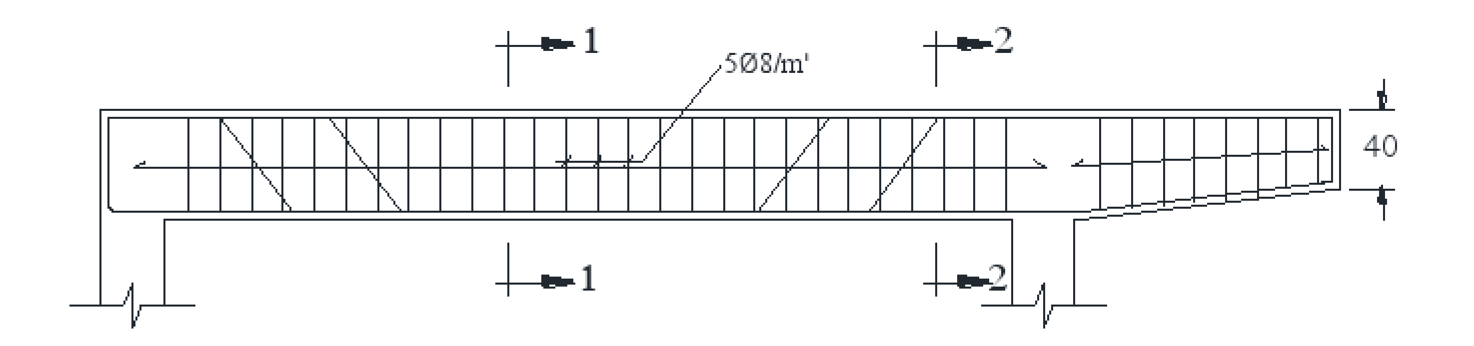
$M_u = K_u\, b\, d^2$

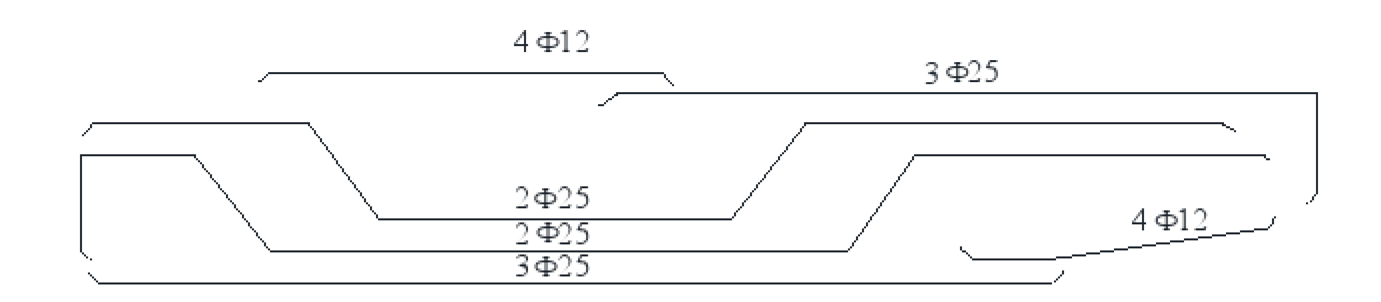
$28.3 \times 10^6 = K_u\ (250)\ (660)^2$

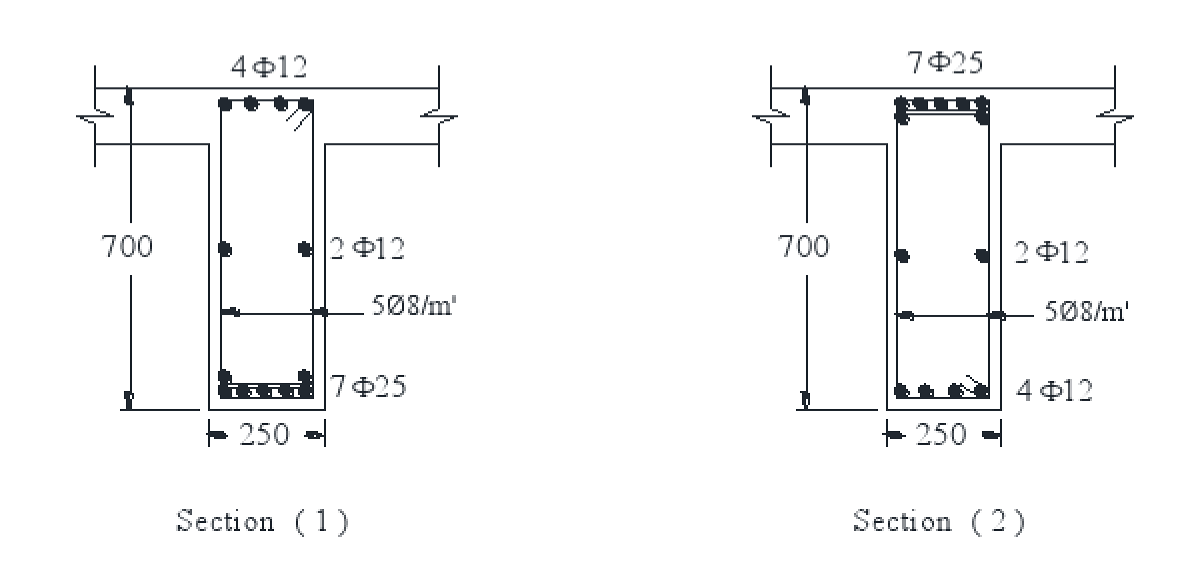
$K_u = 35$

From tables m = 2.1

$A_s = \dfrac{2.10}{100} \times 25 \times 66 = 34.65\ cm^2$ $A_s = 7\ \phi\ 25$



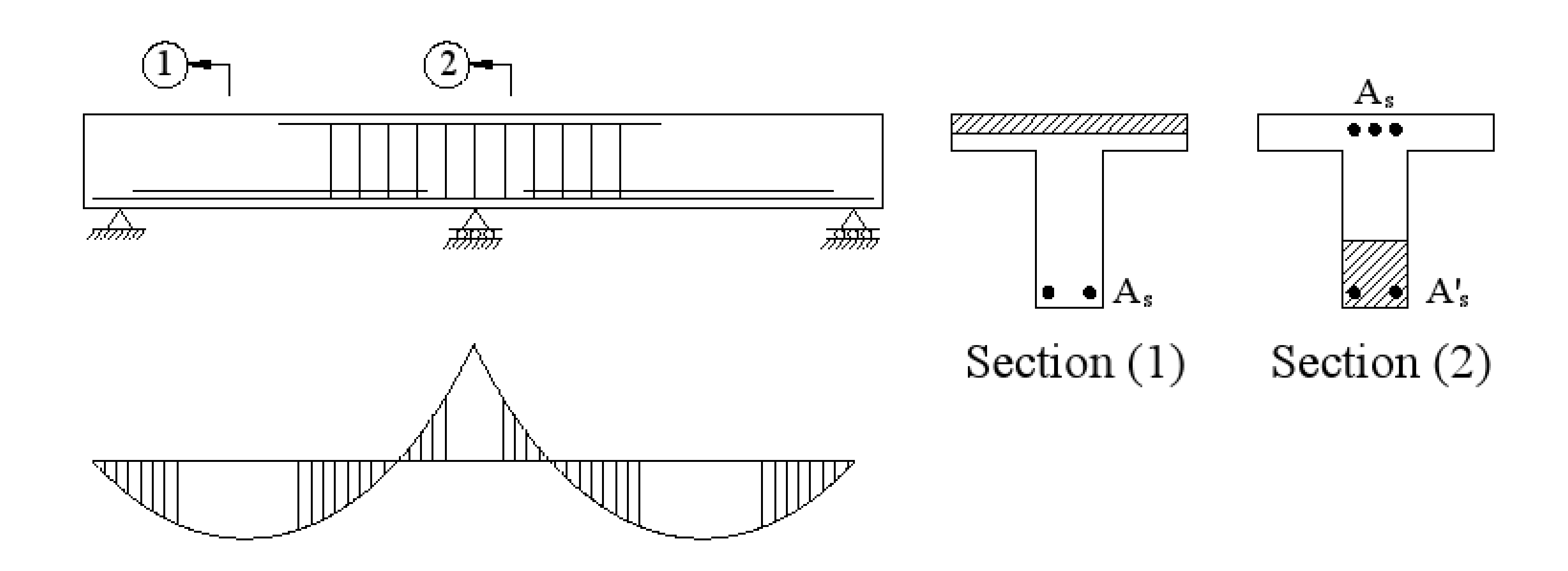




Details of Reinforcement and Sections for Example (5-4)

11-5- المقاطع الخرسانية المعرضة لعزوم انحناء ذات التسليح المزدوج:

Doubly Reinforced Beams Subjected to Bending:



في حالة الكمرات ذات العمق المحدد والتي لا يستطيع فيها القطاع المسلح جهة الشد فقط مقاومة عزم الانحناء المؤثر علي الكمرة فإنه يتم تسليح الكمرة ناحية الضغط لاضافة عزم انحناء اضافي يمكن الكمرة من مقاومة الاحمال المؤثرة عليها. ويتم وضع حديد الضغط لأقرب ما يمكن من سطح الكمرة المعرض لأقصي اجهاد ضغط.

فائدة حديد التسليح ناحية الضغط:

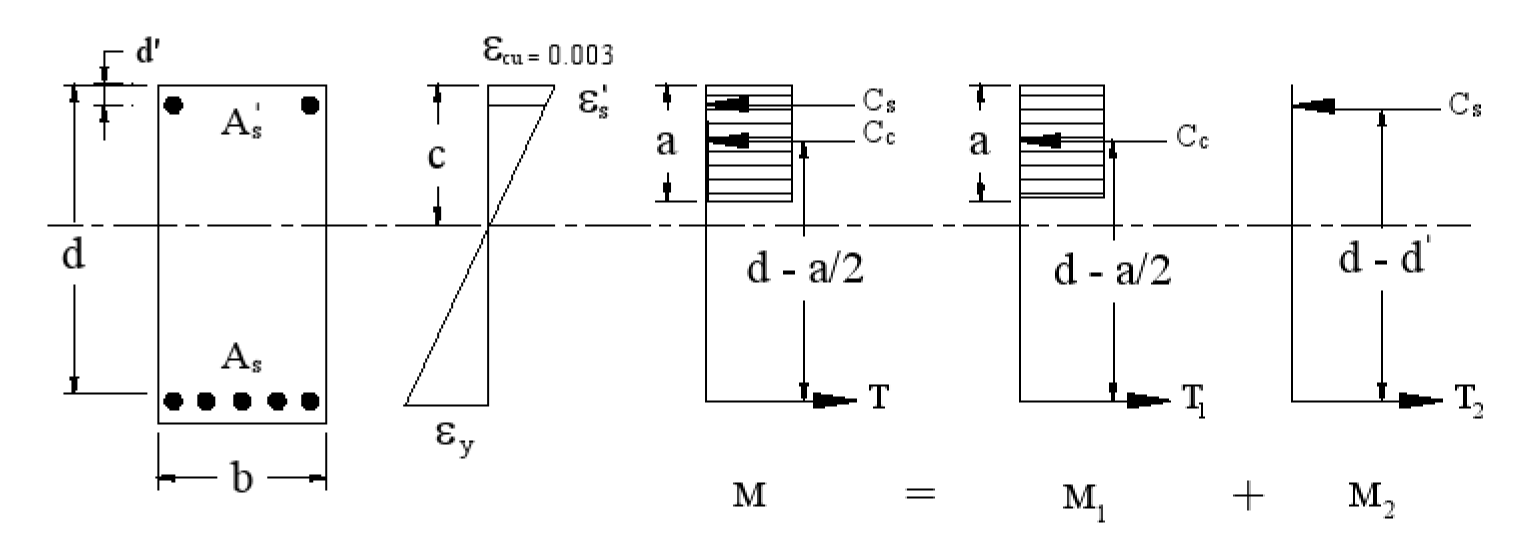
1- زيادة عزم الانحناء الداخلي الذي يمكن أن يقاومة القطاع.

2- يقوم بتدعيم واسناد الكانات (تسليح القص).

3- يزيد من ممطولية (Ductility) الكمرات الخرسانية مما يعطيها أفضلية في مقاومة الزلازل.

4- يقلل من زحف الخرسانة (Creep) وهي الهبوط الحادث (Deflection) الحادث في الكمرات تحت حمل ثابت.

5- يقلل قابلية الخرسانة للانهيار عند تعرضها لأحمال كبيرة.



في حالة مقطع خرساني معرض لعزم انحناء اكبر من مقاومة المقطع عندما يكون مسلح جهة الشد فقط فإنه يتم تسليح المقطع ناحية الضغط وبالتالي يضاف حديد تسليح آخر ناحية الشد لموازنة الضغط في التسليح ناحية الضغط ويمكن تقسيم العزم الكلي المؤثر علي القطاع الي عزمين أحدهما M_1 يقاومه العزم الناتج من الاجهاد في الخرسانة وتسليح الشد. والعزم الاخر M_2 يقاومة التسليح ناحية الضغط وجزء من التسليح ناحية الشد.

$$M_u = M_1 + M_2$$

$$M_1 = T_1\left(d - \frac{a}{2}\right) = C_c\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_2 = T_2\,(d - d')$$

$$T_1 = 0.87\ A_{s1}\ f_y = C_1 = 0.85\ f_{cu}\ a\ b$$

$$T_2 = 0.87\ A_{s2}\ f_y = C_2 = A'_s\ f'_s$$

حيث:

M_u : العزم الاقصي الكلي المؤثر علي المقطع.

M_1 : أكبر عزم اقصي يقاومه مقطع ذو تسليح منفرد.

M_2 : العزم الاقصي الذي يقاومه حديد التسليح ناحية الضغط مع جزء من التسليح ناحية الشد.

A_{s1} : جزء من التسليح ناحية الشد الذي يتزن مع الضغط في الخرسانة ويكونان مع العزم الاقصي الذي يتحمله مقطع خرساني ذو تسليح منفرد.

A_{s2} : جزء من التسليح ناحية الشد الذي يتزن مع الضغط في التسليح ناحية الضغط ويكونان معا عزما اضافيا يزيد من امكانية المقطع لمقاومة العزوم.

A'_s : مساحة التسليح ناحية الضغط وهي تساوي A_{s2} في حالة وصول الاجهاد في حديد التسليح ناحية الضغط الي اجهاد الخضوع f_y.

f'_s : اجهاد الضغط في التسليح ناحية الضغط وغالبا تساوي f_y.

5-11-1- تحديد أكبر عزم اقصي يقاومه المقطع الخرساني ذو التسليح منفرد:

Maximum Ultimate Moment in Case of Singly Reinforced Section

في هذه الحالة تكون قيمة (c) أكبر ما يمكن.

$$c_{max} = \frac{2}{3} c_b = \frac{2}{3} \frac{600}{600 + 0.87 f_y} = \frac{400}{600 + 0.87 f_y}$$

$$a_{max} = 0.80\ c_{max}$$

$$M_1 = 0.45\ f_{cu}\ a_{max}\ b\ (d - \frac{a_{max}}{2})$$

ويمكن تحديد M_1 من الجداول مباشرة

$$M_1 = K_{u\,max}\ .\ b\ .\ d^2$$

حيث $K_{u\,max}$ هي أكبر قيمة لـ K_u عندها $\mu' = 0.0$ أي لا يوجد بها حديد للضغط.

بعد تحديد M_1 يمكن تحديد M_2 كما يلي:

$$M_2 = M_u - M_2$$

حساب الاجهاد في حديد التسليح المعرض للضغط f'_s:

من الشكل السابق

$$\frac{0.87\varepsilon'_s}{c - d'} = \frac{0.003}{c_{max}}$$

$$\varepsilon'_s = 0.0034 \quad \frac{c - d'}{c}$$

If $\varepsilon'_s < \varepsilon_y \rightarrow f'_s = \varepsilon'_s E_s$

If $\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y \rightarrow f'_s = 0.87\ f_y$

5-11-2- شروط وصول الاجهاد في تسليح الضغط الي اجهاد الخضوع:

أ- في حالة حديد ذو اجهاد خضوع 360 N/mm²

$f_y = 360\ N/mm^2$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{1.15E_c} = \frac{360}{1.15x2x10^5} = 0.157 \text{ x } 10^{-4}$$

$$\varepsilon_s^{'} = \varepsilon_y = 0.157 \text{ x } 10^{-4} = \frac{c_{max} - d^{'}}{c_{max}} 0.0034$$

$$c_{max} = \frac{2}{3}\ \frac{600}{600 + 360/1.15} d\ = 0.44\ d$$

from previous Equations :

$$\frac{0.157x10^{-4}}{0.0034} = \frac{0.44d - d^{'}}{0.44d}$$

$$0.00462 = 1\text{-}\ 2.27 \frac{d^{'}}{d}$$

$$\frac{d'}{d} \le 0.24$$

ب- في حالة اجهاد خضوع 400 N/mm² :

$f_y = 400\ N/mm^2$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_c} = \frac{400}{2x10^5} = 0.002$$

$$\varepsilon_s^{'} = \varepsilon_y = 0.002 = \frac{c - d'}{c} 0.003$$

$$c = 0.67\ \frac{600}{600 + 400/\ 1.15} d\ = 0.424\ d$$

from previous Equations :

$$\frac{0.002}{0.003} = 0.67 = \frac{0.424d - d^{'}}{0.424d} = \frac{0.424 - \frac{d^{'}}{d}}{0.424}$$

$$\frac{d^{'}}{d} \le 0.424\ \text{-}\ 0.28 = 0.14$$

$$\frac{d'}{d} \le 0.14$$

ويلاحظ أنه في كمرة مثلا عمقها 1000 mm والغطاء الخرساني 80 mm

$$\frac{d'}{d} = 0.08 < 0.14 \text{ O.K}$$

وفي حالة الكمرات الصغيرة بفرض العمق 300 mm والغطاء الخرساني 40 mm

$$\frac{d'}{d} = \frac{4}{30} = 0.13 \le 0.14 \text{ O.K}$$

وبذلك يتأكد أنه في معظم الحالات يصل حديد الضغط الي حد الخضوع.

5-11-3-خطوات التصميم للمقطع الخرساني مزدوج التسليح: Design of Double Reinforced Sections

1- Determine $M_1 = A_{s1} f_y = T_1 \left(d - \frac{a}{2} \right)$

$A_{s1} = 0.67\, A_{sb} \rightarrow a \rightarrow c = \frac{a}{0.80}$

2- Determine $M_2 = M_u - M_1$

3- Calculate ε_s'

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon_s'}{c - d'}$$

$$\varepsilon_s' = \frac{c - d'}{c} 0.003$$

If $\varepsilon_s' < \varepsilon_y \rightarrow f_s' = \varepsilon_s' E_s$

If $\varepsilon_s' \ge \varepsilon_y \rightarrow f_s' = f_y$

4- Determine $T_2 = \frac{M_2}{d - d'}$

5- Extra tension Steel = $A_{s2} = \frac{T_2}{f_y}$

6- Total tension Steel $A_s = A_{s1} + A_{s2}$

7- Compression Steel $A'_s = \frac{C_s}{f'_s} = \frac{T_2}{f'_s} = \frac{A_{s2} f_y}{f'_s}$

5-11-4- حساب عزم المقاومة لمقطع مسلح تسليحا مزدوجا:

Moment Capacity of a Given Double Reinforced Section:

$T = C_c + C_s$
$= a\, b\, (0.85\, f_{cu}) + A'_s\, f'_s$

في هذه المعادلة يوجد مجهولان a , f_s'

1- Assume $f'_s = f_y$

$C_s = A'_s\, f_y$

2- $C_c = T - C_s = 0.85\, f_{cu}\, a\, b \rightarrow$ get a

$c = \frac{a}{0.80}$

3- $\varepsilon'_s = \frac{c - d'}{c} 0.003$

4- $f'_s = E\, \varepsilon'_s$

5- If $f'_s < f_y$ Assume $c_1 < c$ and repeat

Example (5-5):

Calculate the reinforcement required for a 300 x 650 mm concrete section subjected to an ultimate bending moment 450 m.kn . $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , Steel 36/52

Solution:

Using Ultimate Stress Design Method:

$M_u = K_u\, b\, d^2$

$450 \times 10^6 = K_u (300)(600)^2$

$K_u = 4.166$

From tables : $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

$\mu = 1.56$, $\mu' = 0.30$

$A_s = \frac{1.56}{100} \times 300 \times 600 = 2808$ mm^2 $A_s = 6\ \phi\ 25$

$A'_s = \frac{0.30}{100} \times 300 \times 600 = 540$ mm^2 $A_s' = 3\ \phi\ 16$

Using Working Stress Design Method:

$M = M_u / 1.5 = 300$ m.kn

$d = K_1 \sqrt{\frac{M_1}{b}} = K_1 \sqrt{\frac{300 x 10^6}{300}} \Rightarrow K_1 = 0.6$

From tables $\alpha = 0.6 \Rightarrow K_1 = 0.60$

$A_s = \frac{M}{K_2 . d} = \frac{300 x 10^6}{156.6 x 600} = 3192.85$ mm^2

$A'_s = 0.6 \times 3192.85 = 1916$ c\mm^2

$\frac{d'}{d} = \frac{50}{600} = 0.08 < 0.14$ O.K

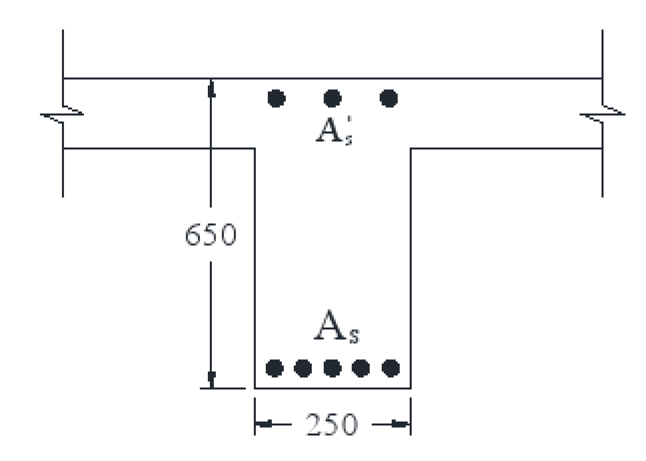
This means that the compression steel yields.

Example (5-6):

Design the double reinforced concrete beam shown in figure to sustain a required strength of $M_u = 400$ m.kn. Given that $f_{cu} = 25$ N/mm^2, $f_y = 240$ N/mm^2

1- Compute the area of compression and tension steel reinforcement.

2- Design the actual sizes and number of reinforcing bars.



Solution:

At balance $\dfrac{c_b}{d} = \dfrac{600}{600 + 0.87 f_y} = \dfrac{600}{600 + 0.87 x 360} = 0.66$

$c_b = 0.66 \text{ x } 600 = 396$ mm

$c_{max} = 0.67\ c_b = 0.67 \text{ x } 396 = 265.3$ mm

$a = 0.80\ c = 0.8 \text{ x } 265.3 = 212$ mm

$T_1 = A_{s1}\ f_y/\gamma_s = C_c = 0.45\ f_{cu}\ a\ b$

$= 0.45 \text{ x } 25 \text{ x } 212 \text{ x } 250$

$= 596250 \text{ N} = A_{s1}\ f_y/\gamma_s$

$A_{s1} = \dfrac{596250}{240/1.15} = 2857$ mm^2

$M_u = M_1 + M_2$

$M_1 = T_1\ (\ d - a/2\ )$

$= 596250\ (\ 600 - 212/2\ ) = 294.5$ m.kn

$M_2 = M_u - M_1 = 400 - 294.5 = 105.5$ m.kn

$M_2 = T_2\ (\ d - d'\ )$

$105.5 \text{x} 10^6 = T_2\ (\ 600 - 40\ )$

$T_2 = 188392.9$ N

$T_2 = 188392.9 \text{ N} = A_{s2}\, f_y$

$A_{s2} = \dfrac{188392.9}{240/1.15} = 902.7 \text{ mm}^2$

$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 2857 + 902.7 = 3759.7 \text{ mm}^2$

$\varepsilon_s^{'} = 0.003\ \dfrac{c - d^{'}}{c} = 0.003\ \dfrac{265.3 - 40}{265.3} = 0.0025$

$\varepsilon_y = \dfrac{f_y/\gamma_s}{E_s} = \dfrac{240/1.15}{2x10^5} = 0.001$

$\varepsilon_s^{'} > \varepsilon_y \quad f_s^{'} = f_y$

$A_s^{'} = A_{s2} = 902.7 \text{ mm}^2$

<u>If Tables are Used:</u>

$M_u = K_u\, b\, d^2$

$400 \text{ x } 10^6 = K_u\, (250)\, (600)^2$

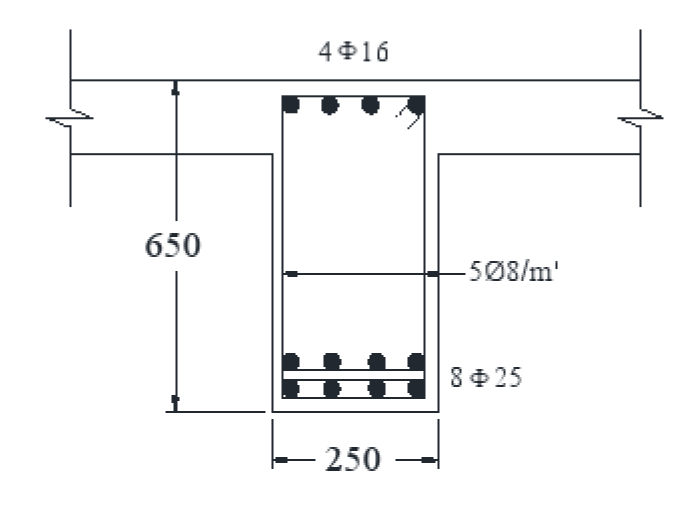
$K_u = 4.44$

From tables : $f_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

$\mu = 2.56 \quad , \quad \mu^{'} = 0.44$

$A_s = \dfrac{2.56}{100} \text{x } 250 \text{ x } 600 = 3840 \text{ mm}^2 \qquad A_s = 8\ \phi\ 25$

$A_s^{'} = \dfrac{0.44}{100} \text{x } 250 \text{ x } 600 = 660 \text{ mm}^2 \qquad A_s^{'} = 4\ \phi\ 16$



Example (5-7):

Solve the previous example using $f_y = 360$ N/mm^2 instead of 240 N/mm^2.

Solution:

At balance $\frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + .87 f_y} = \frac{600}{600 + 0.87x360} = 0.66$

$c_b = 0.66 \times 450 = 400$ mm

$c_{max} = 0.67\ c_b = 0.67 \times 400 = 268$ mm

$a = 0.80\ c = 0.8 \times 268 = 214.4$ mm

$T_1 = A_{s1}\ f_y = C_c = 0.45\ f_{cu}\ a\ b$

$= 0.45 \times 25 \times 214.4 \times 250$

$= 603000\ N = A_{s1}\ f_y/\gamma_s$

$A_{s1} = \frac{603000}{360/1.15} = 1926$ mm^2

$M_u = M_1 + M_2$

$M_1 = T_1\ (d - a/2)$

$= 603000\ (600 - 214.4/2) = 297.2$ m.kn

$M_2 = M_u - M_1 = 400 - 297.2 = 102.8$ m.kn

$M_2 = T_2\ (d - d')$

$102.8 \times 10^6 = T_2\ (600 - 40)$

$T_2 = 183571.4$ N

$T_2 = 183571.4\ N = A_{s1}\ f_y$

$A_{s2} = \frac{183571.4}{360/1.15} = 586.4$ mm^2

$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 1926 + 586.4 = 2512.4$ mm^2

$\varepsilon_s' = 0.003\ \frac{c - d'}{c} = 0.003\ \frac{268 - 40}{268} = 0.00255$

$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{360/1.15}{2x10^5} = 0.0016$

$\varepsilon_s' > \varepsilon_y \quad f_s' = f_y$

$A_s' = A_{s2} = 586.4\ mm^2$

<u>If Tables are Used:</u>

$M_u = K_u\ b\ d^2$

$400 \times 10^6 = K_u\ (250)\ (600)^2$

$K_u = 4.44$

From tables : $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$

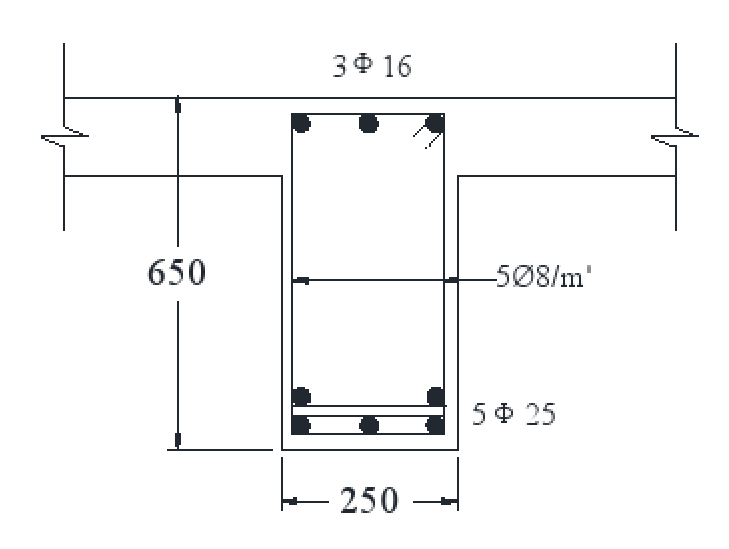
$\mu = 1.65$, $\mu' = 0.4$

$$A_s = \frac{1.65}{100} x\ 250\ x\ 600 = 2475\ mm^2$$

$$A_s' = \frac{0.4}{100} x\ 250\ x\ 600 = 600\ mm^2$$

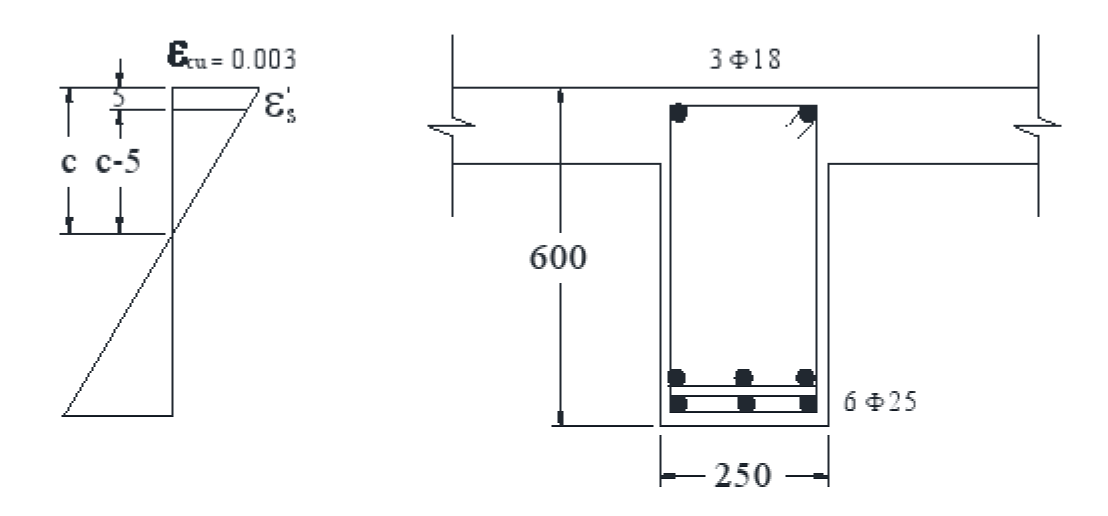
$A_s = 5\ \phi\ 25$

$A_s' = 3\ \phi\ 16$



Example (5-8):

Compute the flexural design strength of the double reinforced concrete section shown in figure. Given that f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2



Solution:

3 ϕ 18 = 764 mm^2

6 ϕ 25 = 2946 mm^2

Assume $\varepsilon'_s = \varepsilon_y$

$$\frac{\varepsilon'_s}{0.003} = \frac{c-50}{c} = \frac{360}{1.15x2x10^5x0.003} = 0.52$$

c = 104.1 mm

a = 0.80 x 104.1= 83.3 mm

$C = C_c + C_s$

= 0.45 x 250 x 83.3 x 25 + 7.62 x 3600/1.15

= 473.45 kn

$T = A_s\, f_y / \gamma_s$

$= \frac{360}{1.15}$ x 2946 = 922.22 kn

T < C

في هذه الحالة الشد في حديد التسليح السفلي أكبر من مجموع الضغط في كلا من حديد التسليح العلوي والخرسانة. ولذلك لابد أن تكون قيمة (c) وبالتالي قيمة (a) أكبر من القيمة المفترضة لكن يجب أن نلاحظ أن قيمة (c) أو (a) يجب ألا تزيد عن القيمة القصوي لكلا منهما.

$T = C_c + C_s$

$T = 0.45\ a\ b\ f_{cu} + A_s'\ f_y / \gamma_s$

$922220 = 0.45 \text{ x a x } 250 \text{ x } 25 + 764 \text{ x } 360/1.15$

$a = 244$ mm

$a_{max} = 0.85 \text{ x } \frac{2}{3} \text{x } \frac{600}{600 + 0.87x360} \text{ x } 550 = 204.8$ mm

في هذه الحالة تكون قيمة (a) القصوي أقل من القيمة اللازمة للتوازن مع قوي الشد في التسليح السفلي. معني ذلك أن الشد الفعلي في الحديد السفلي أقل من المحسوب سابقا أي أن حديد التسليح السفلي لا يصل الي اجهاد الخضوع.

$C_c = 0.45\ a\ b\ f_{cu}$

$= 0.45 \text{ x } 204.7 \text{ x } 250 \text{ x } 25 = 575.72$ kn

$C_c = A_s' \ \frac{f_y}{\gamma_s} = 764 \text{ x } \frac{360}{1.15} = 239.1$ kn

$T = 575.72 + 239.1 = 814.82$ kn

بأخذ العزوم حول تسليح الشد

$M_u = C_c\ (\ d - \frac{a}{2}) + C_s\ (\ d - d'\ )$

$= 575.72\ (\ 0.55 - \frac{0.244}{2}) + 239.1\ (\ 0.55 - 0.05)$

$= 366$ kn

يلاحظ أنه كي يحدث اتزان للمقطع يكون اجهاد الشد في التسليح السفلي

$f_s = \frac{T}{A_s} = \frac{814820}{2946} = 276.58 \text{ N/mm}^2$

باستخدام الجداول:

$$\mu = \frac{A_s}{bd} = \frac{2946}{250x550} = 2.14\ \%$$

$$\mu' = \frac{A_s^{'}}{bd} = \frac{764}{250x550} = 0.55\ \%$$

بالبحث في الجداول نجد أن أكبر قيمة لـ (μ) هي 1.84 لكن عند μ' =0.55 نجد أن قيمة $K_u = 4.9$.

$M_u = K_u\ b\ d^2$

$= 4.9 \text{ x } (250) \text{ x } (550)^2$

$= 370.6$ m.kn

Example (5-9):

Determine the reinforcement of a rectangular concrete section of depth 700 mm and width 300 mm. If $M_{L.L} = 200$ m.kn , $M_{D.L} = 120$ m.kn.

Given that $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

Solution:

$M_u = 1.40\ (200) + 1.60\ (120) = 472$ m.kn

$M_u = K_u\ b\ d^2$

$472 \text{ x } 10^6 = K_u\ (300)\ (650)^2$

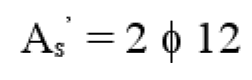
$K_u = 3.72$

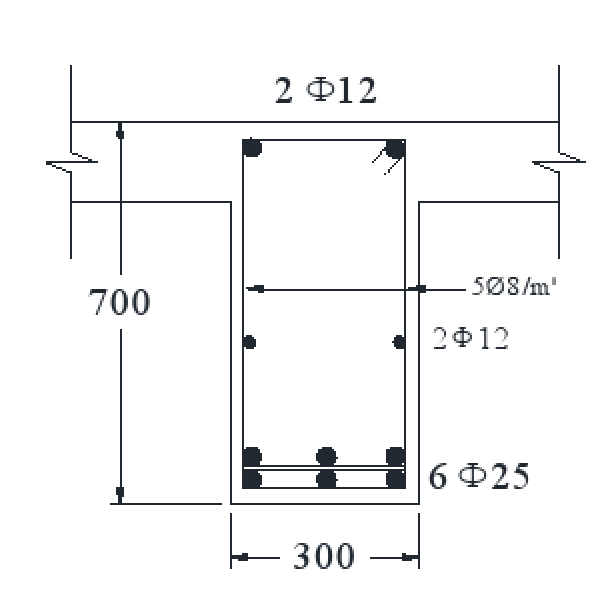
From tables : $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

$\mu = 1.42$, $\mu' = 0.04$

$A_s = \frac{1.42}{100} \text{ x } 300 \text{ x } 650 = 2769 \text{ mm}^2$ $A_s = 6\ \phi\ 25$

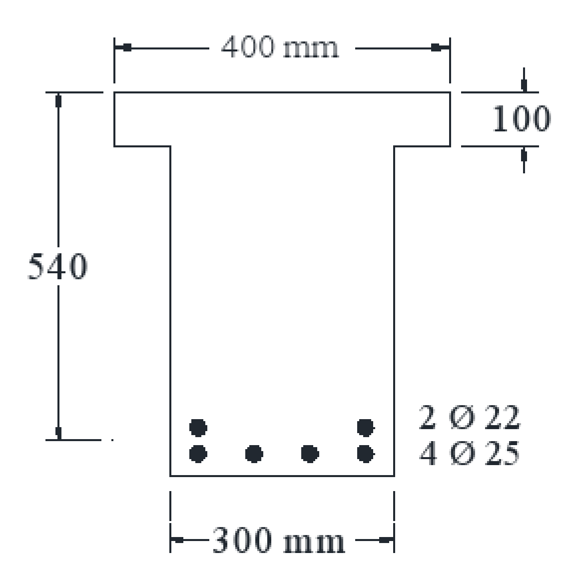
$A_s^{'} = \frac{0.04}{100} \text{ x } 300 \text{ x } 650 = 78 \text{ mm}^2$ $A_s^{'} = 2\ \phi\ 12$



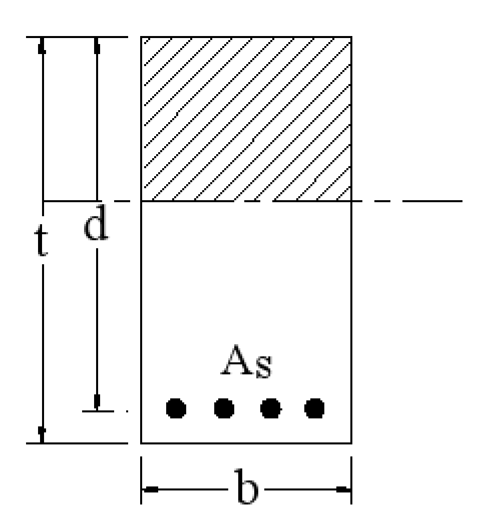


Chapter (5) - Problems

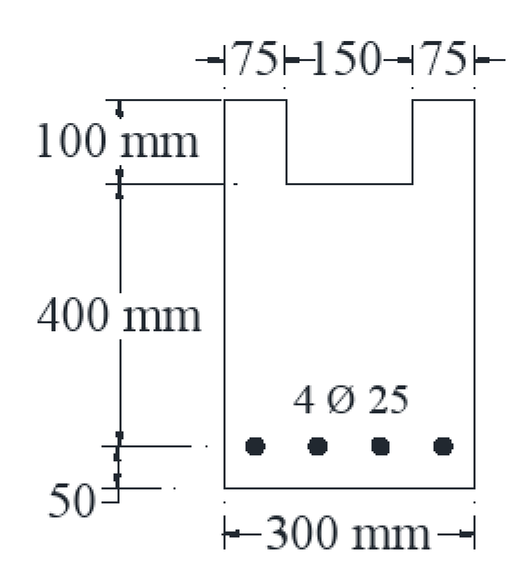
1 - Given a concrete beam, which is t = 600 mm, d = 540 mm with 4 Φ 25 and 2 Φ 22 reinforcement bars and f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Calculate the ultimate moment that the beam section can resist.



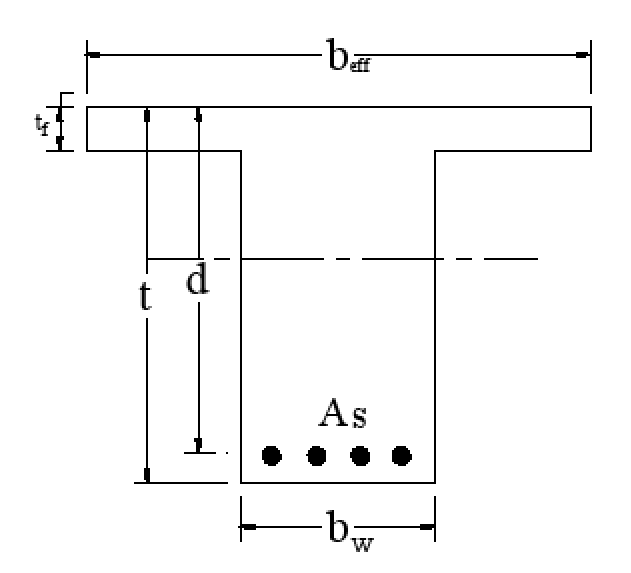
2 - Consider a simple rectangular beam(b x t) reinforced with steel reinforcement of As. Assume b = 250 mm, d = 550 mm., t = 600 mm , A_s = 1500 mm^2 and f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2. The beam is subjected to an ultimate moment of 180 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



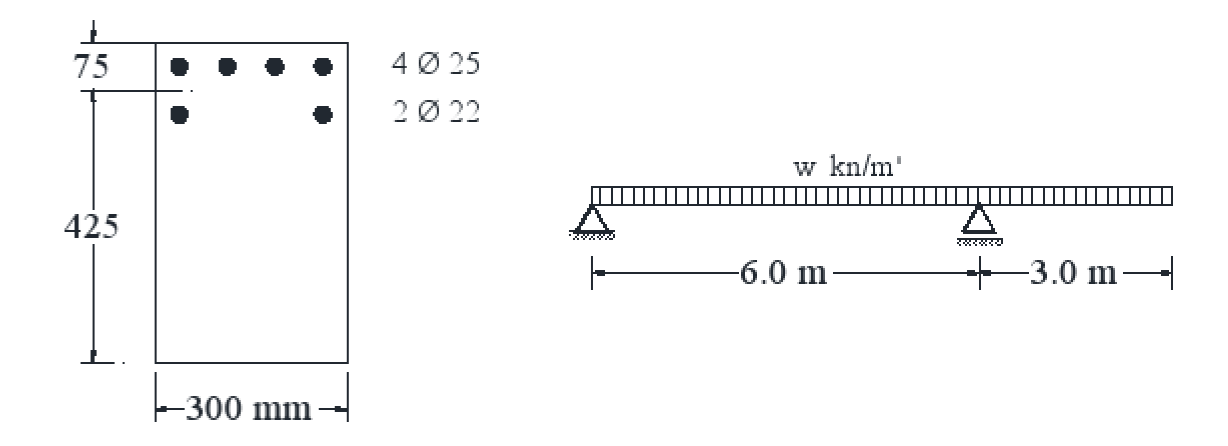
3 - For the given beam with f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Determine the ultimate bending moment that the following section can resist.



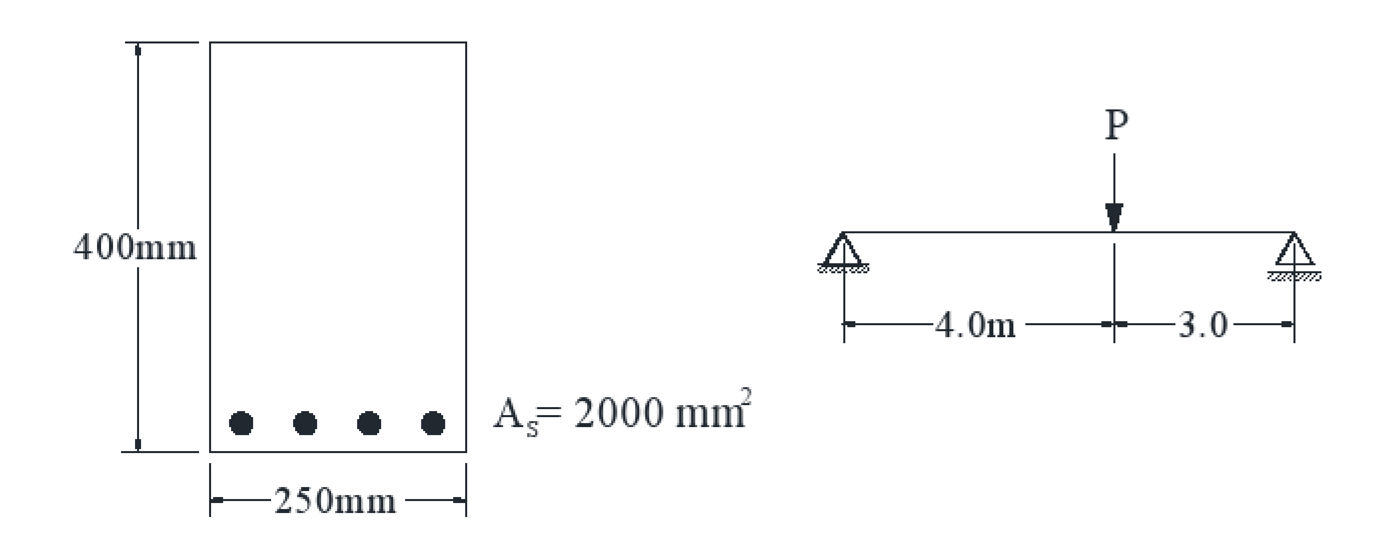
4 – The shown T-section is subjected to an ultimate bending moment of 450.0 m.kn. The dimensions are b_{eff} = 900 mm , b_w = 25m mm , d = 440 mm, t_f = 80 mm , t =500 mm. and A_s 7 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.



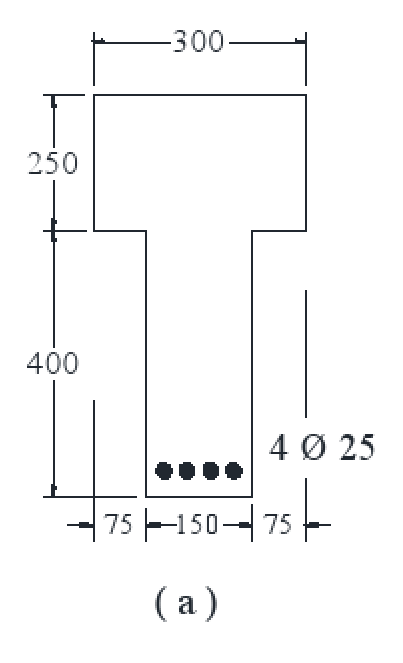
5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum ultimate load that the beam can carry. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



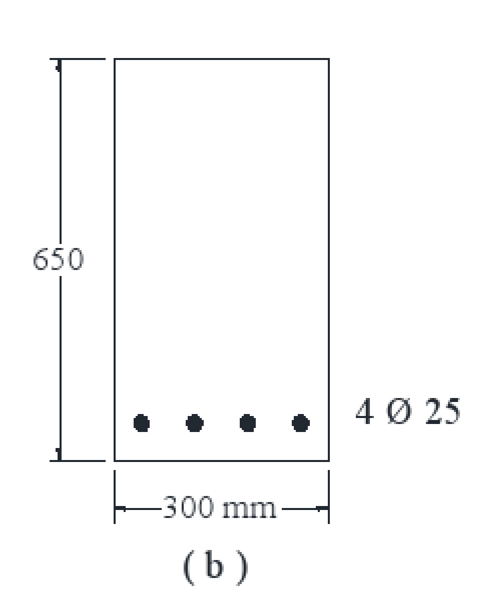
6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at ultimate stage . Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



7 - Calculate the bending moment at ultimate stage for the following sections.
Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2



(a)



(b)

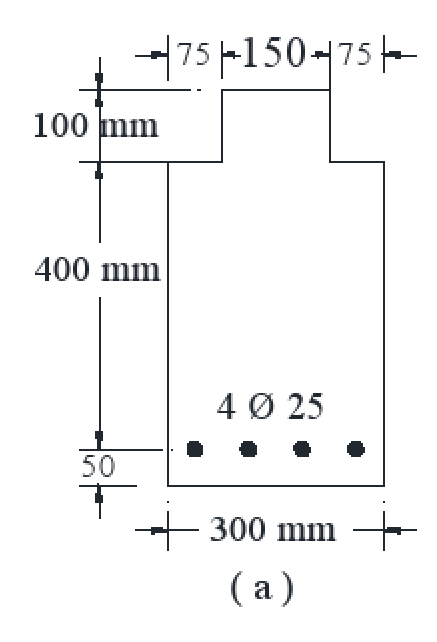
8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

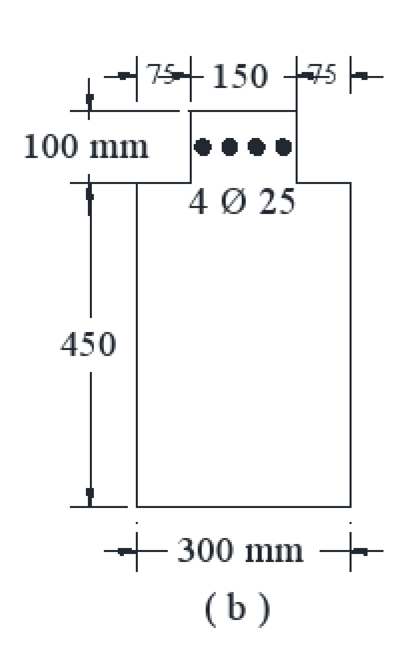
b) $f_c = 35$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

c) $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 400$ N/mm^2

d) $f_c = 35$ N/mm^2 , $f_y = 400$ N/mm^2

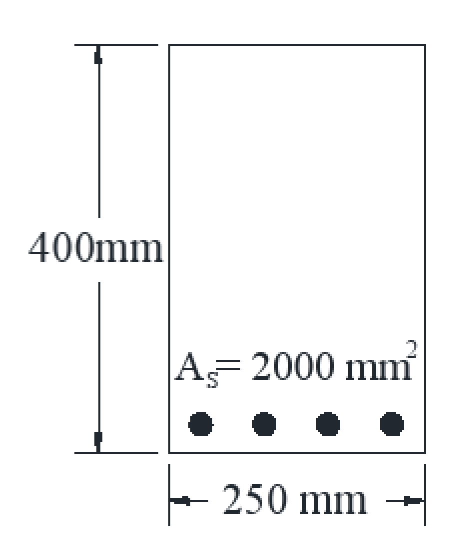


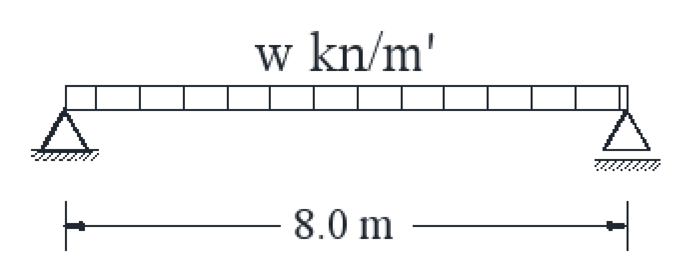
(a)



(b)

9 - Calculate the maximum safe factored distributed load intensity at ultimate stage that the beam can resist .$f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2 .

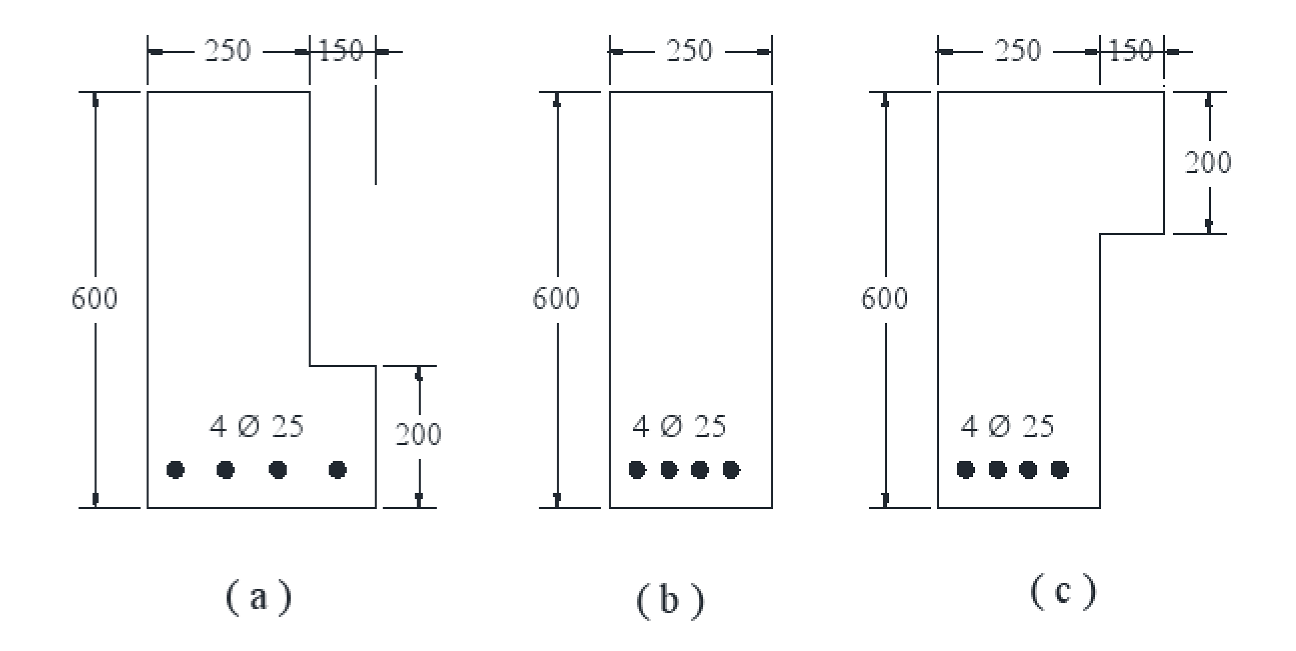




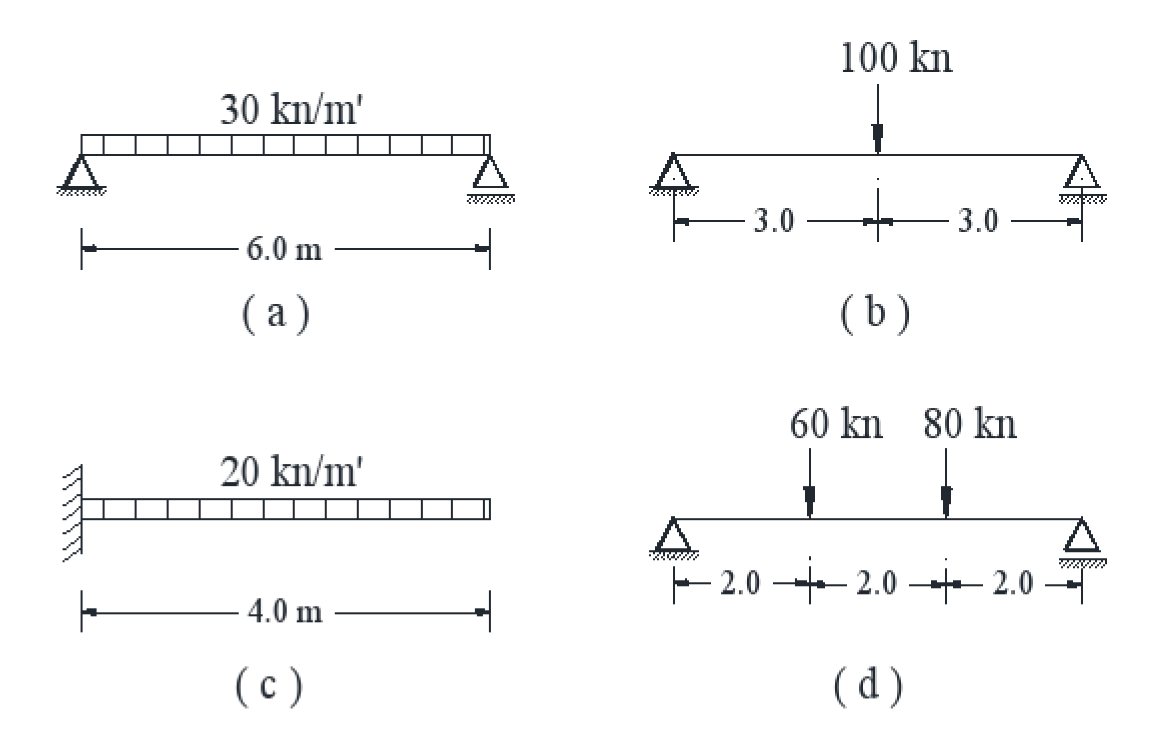
10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

b) $f_c = 35$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2



11- Design the shown beams having a rectangular sections with b = 250 mm. subjected to factored load as shown. $f_c = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2 .



12- Consider a singly reinforced concrete beam, b =300 mm , d = 600 mm, t =650 mm, and $f_c = 25\ N/mm^2$ and $f_y = 360\ N/mm^2$.

a) Determine the maximum ultimate moment that the section can resist.

b) Determine the area of reinforcement in case (a).

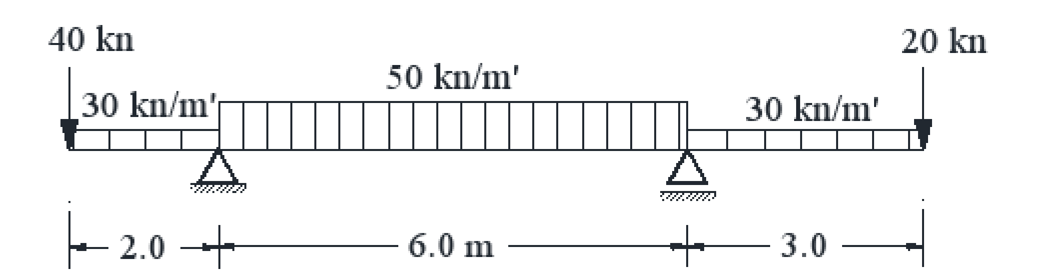
13 - Given a beam having width b=300 mm, t = 700 mm with 5 Φ25 reinforcement bars and $f_c = 30\ N/mm^2$ and $f_y = 400\ N/mm^2$.

(a) Determine how you would find the (N.A) and moment of inertia, I_{zz}, of beam in ultimate stage.

(b) Solve for the neutral axis and moment of inertia.

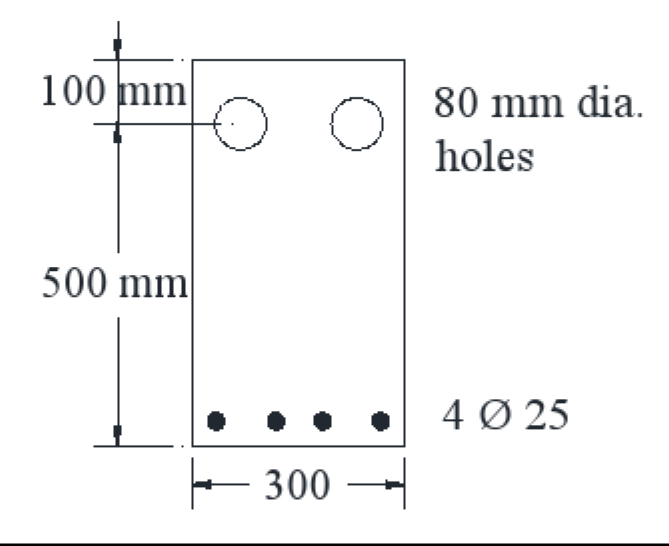
(c) Calculate the ultimate moment capacity of the section.

14 –The beam shown in figure has a rectangular section of width =250 mm, design the critical sections in the beam, $f_c = 25\ N/mm^2$ and $f_y = 360\ N/mm^2$.



15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, $f_{cu} = 25\ N/mm^2$ and $f_y = 360\ N/mm^2$.

If the beam is subjected to a bending moment of 22 m.t. ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



16 - If the value of c for a beam is greater than the c_{bal}, which one will fail first the steel or the concrete? Why?

17- What does α represent and what does 0.45 f_c stand for in the following equation?

$$0.45 * f_{cu} b \ \alpha \ c \left[d - \frac{a}{2} \right]$$

18 - What does γ represent in $f_s = \frac{f_y}{\gamma_s}$?

19 - Can we use the equation: $\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} . (\frac{c_b}{d})$

to get μ_{bal} for a T-beam? Why or why not ?

20 - A rectangular beam has a width b = 250 mm. and effective depth to the centroid of tension steel bars d = 450 mm Tension reinforcement consists of 6 Φ 25 bars in two rows; compression reinforcement consists of 2 Φ 22 at d' = 2.5 in.
f_{cu} = 30 N/mm^2, and f_y = 400 N/mm^2 .

a) Determine the ultimate moment capacity of the beam.
b) How would you calculate the moment capacity if the compression steel does not yield?

21 - What is the difference between over-reinforced beams and balanced beams?

22 - Consider a singly reinforced concrete beam, b =250 mm , d = 500 mm, t =550 mm and reinforcement consists of 4 Φ 22 . f_{cu} = 25 N/mm^2 , and f_y = 360 N/mm^2

c) Determine the ultimate moment capacity
d) Determine μ_{bal}, $A_{s\,(bal)}$, $A_{s\,max\,all.}$ and $A_{s\,(min)}$

23 - Determine the stresses in a rectangular double reinforced section subjected to an ultimate moment of 36 m.t. given t = 600 mm, b = 250 mm , A_s =2400 mm^2, A'_s = 700 mm^2.

24- Calculate the ultimate moment capacity in a reinforced concrete section of 300 mm width and 800 mm total depth. A_s = 7 Φ 25, A'_s = 2 Φ 22, f_{cu} = 30 N/mm^2 , and f_y = 400 N/mm^2 .

25– Solve problem 24 if $A_s = 7\ \Phi\ 22$, $A'_s = 2\ \Phi\ 22$, $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, and $f_y = 360\ N/mm^2$.

26- What are limit states?

27- How many limit states are there? Should a structure be designed following all the limit states?

28- What is the effect of size on concrete strength ? What is its role in determining the material strength of concrete?

29- Which theory should be employed for the analysis of structural system to be designed element wise, by limit state method?

30- Give four reasons to justify the design of structures by limit state method

31- Choose the correct answer :

(i) The depth of the neutral axis is calculated from the known area of steel and it should be

(a) less than 0.5 times the full depth of the beam
(b) more than 0.5 times the effective depth of the beam
(c) less than or equal to limiting value of the neutral axis depth
(d) less than 0.43 times the effective depth of the beam

(ii) For a particular grade of concrete and with lowering the grade of steel, the $\mu(max)$

(a) increases
(b) decreases
(c) sometimes increases and sometimes decreases
(d) remains constant

(iii) For a particular grade of steel and with increasing the grade of concrete, the $\mu(max)$

(a) decreases
(b) increases
(c) remains constant
(d) sometimes increases and sometimes decreases

(iv) Which of the statements is correct?
 (a) c(max) /d is independent of grades of concrete and steel
 (b) c(max) /d is independent of grade of steel but changes with grade of steel
 (c) c(max)/d changes with the grade of concrete and steel
 (d) c(max) /d is independent of the grade of concrete and changes with the grade of steel

32- Derive the expression of determining the depth of neutral axis and lever arm of a singly reinforced rectangular beam with known quantity of tension steel.

33- Establish the expressions of the moment of resistance of a singly reinforced rectangular beam when
 (i) $c < c(max)$.
 (ii) $c = c(max)$.
 (iii) $c > c(max)$.

34- Derive the expression of limiting moment of resistance factor and explain how it is influenced by the grades of concrete and steel.

35- When do we go for doubly reinforced beams ?

36- Name three situations other than doubly reinforced beams, where the compression reinforcement is provided.

37- State the assumptions of the analysis and design of doubly reinforced beams.

38- Derive the governing equations of a doubly reinforced beam.

39- State the minimum and maximum amounts of Asc and Ast in doubly reinforced beams.

40- State the two types of problems of doubly reinforced beams specifying the given data and the values to be determined in the two types of problems.

41- Name the two methods of solving the two types of problems.

42- State specific guidelines to select the initial dimensions/amount/grade of the following parameters before designing the reinforced concrete beams:

(i) b
(ii) d
(iii) t
(iv) Ast
(v) diameter of reinforcing bars
(vi) grade of concrete
(vii) grade of steel.

43- State and explain the significance of the assumptions of design of flexural members employing limit state of collapse.

44- Draw a cross-section of singly reinforced rectangular beam and show the strain and stress diagrams.

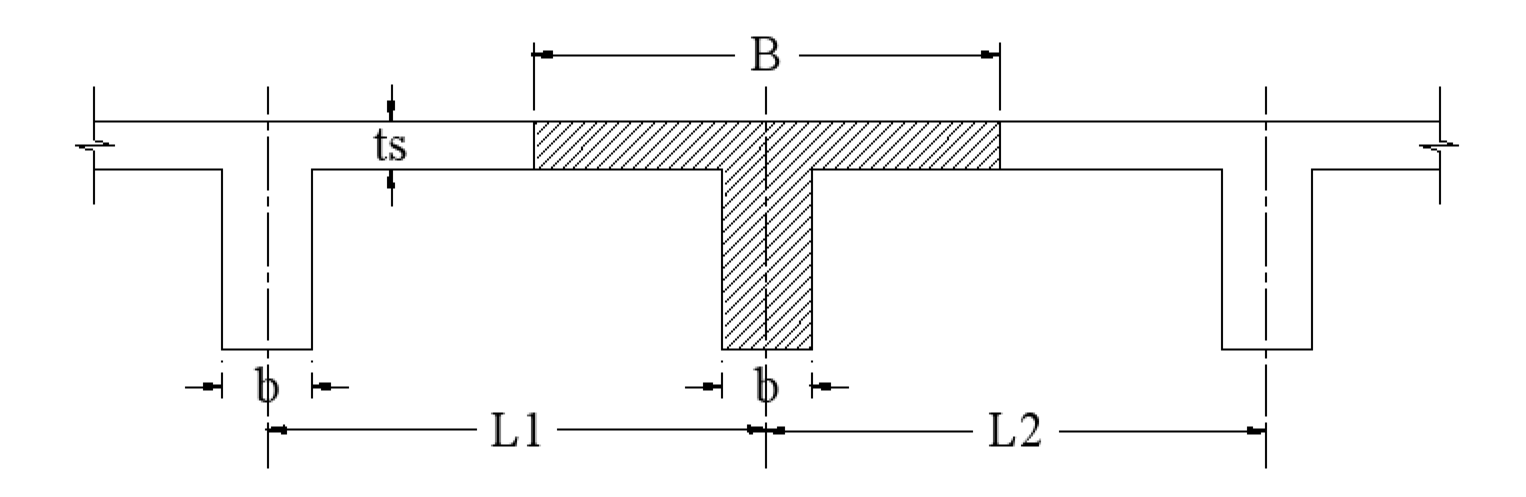
الباب السادس
تصميم الكمرات الخرسانية المسلحة علي شكل حرف T و L والمعرضة لعزوم الانحناء
Design of T and L-sections Subjected to Bending

فى أغلب الأسقف الخرسانية المصبوبة موقعياً تكون البلاطات الخرسانية مرتكزة على الكمرات ، وعند تعرض الكمرات الخرسانية لعزوم إنحناء نتيجة للحمل المؤثر عليها ينحنى جزء من البلاطة مع الكمرة وبالتالى يقاوم إجهادات الضغط إذا كانت الكمرة معرضة لعزم إنحناء موجب يحدث ضغطاً فى الجزء العلوى من الكمرة وشدا فى الجزء السفلى من الكمرة، وبالتالى فإن جزء البلاطة على جانبى الكمرة المعرضة للضغط يكون فعالاً مع الكمرة فى مقاومة الإنحناء حيث يزيد من مقاومتها.

6-1- تحديد العرض الفعال من البلاطة Effective Flange Width (B):

1- الكمرات علي شكل T :

يؤخذ العرض الفعال للكمرات ذات القطاع علي شكل حرف T القيمة الاقل مما يلي بشرط أن تكون البلاطة معرضة لاجهادات ضغط:



1- $B = L/5 + b$

2- $B = 16\, t_s + b$ (6-1)

3- $B = \frac{1}{2}\,(L_1 + L_2)$

حيث:

L_1 , L_2 : البعد بين محاور الكمرات المتجاورة كما بالشكل.

b : عرض الكمرة.

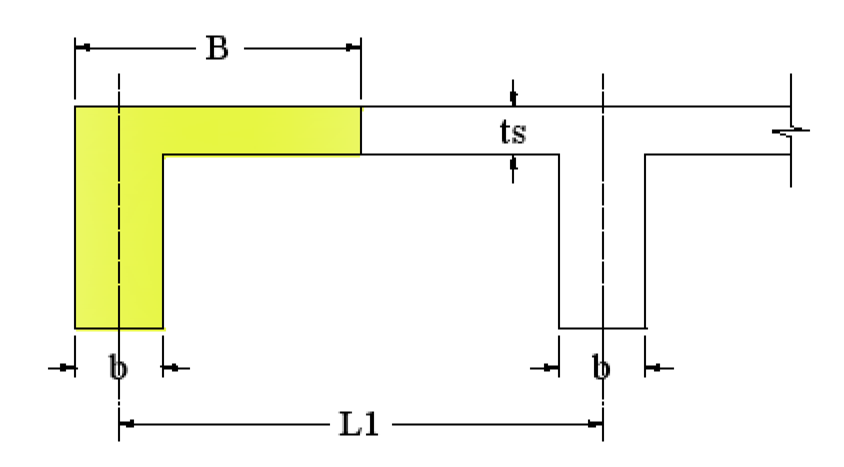
L　　: المسافة بين نقطتي الانقلاب لعزم الانحناء للكمرة تحت الاعتبار وتؤخذ كما يلي:

= L　　في حالة الكمرات المرتكزة ارتكازا بسيطا.

= 0.8L　في حالة الكمرات المستمرة من جهه واحدة.

= 0.7L　في حالة الكمرات المستمرة من الجهتين.

2- الكمرات علي شكل L :



1- $B = L/10 + b$

2- $B = 6\ t_s + b$　　　　(6-2)

3- $B = \frac{1}{2} L_1$

3- الكمرات المنفصلة Separated Sections:

في هذه الحالة لابد من تحقق شرطين ويتم التعامل مع المقطع اذا استوفي هذان الشرطان وإلا يتم التعامل معه كمقطع مستطيل.

1- $B \leq 4\ b$

2- $t_s \geq b/2$　　　　(6-3)

6-2- تصميم مقاطع الكمرات الخرسانية علي شكل حرف Design of T-Sections T:

في حالة تصميم مقاطع الكمرات الخرسانية علي شكل حرف T توجد حالتان:

6-2-1- عمق الكمرة غير معلوم depth is not given:

لتحقيق شرط الممطولية

$$c_{max} \le \frac{2}{3}\ \frac{0.003}{0.003+\varepsilon_y}\ d$$

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{\gamma_s E_s} = \frac{0.87 f_y}{E_s}$$

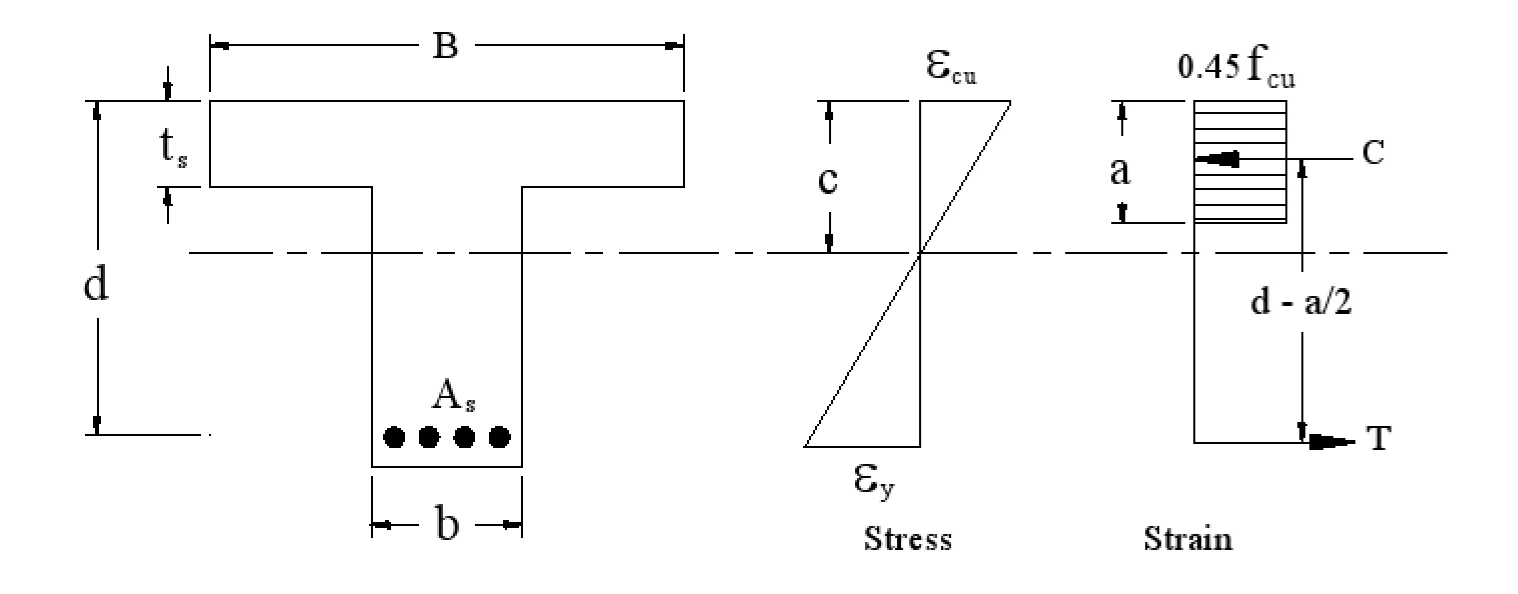
$E_s = 2 \times 10^5\ N/mm^2$

$$c_{max} = \frac{2}{3}\ \frac{600}{600+0.87 f_y}\ d$$

$$c_{max} = \frac{400}{600+0.87 f_y}\ d$$

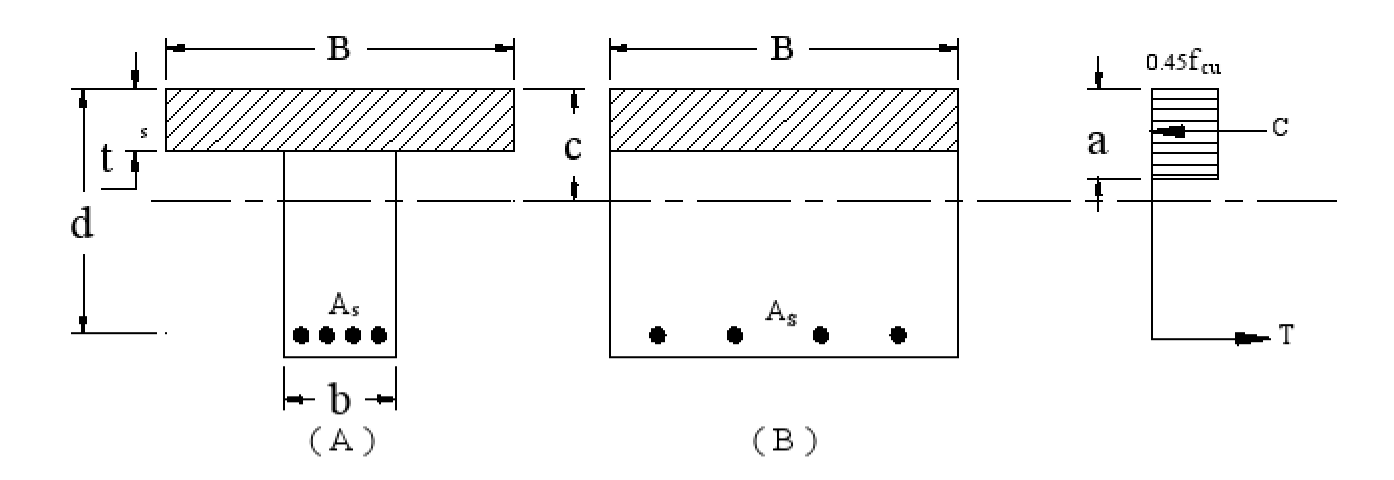
$$a_{max} = 0.80\ \frac{400}{600+0.87 f_y}\ d$$

$$a_{max} = \frac{3200}{6000+0.87 f_y}\ d = z.d \qquad (6\text{-}4)$$



6-2-1-1- عمق الجزء المعرض للضغط أقل من سمك البلاطة $a \ge t_s$:

في هذه الحالة يتم التعامل مع المقطع كأنه مقطع مستطيل لأن اجهادات الضغط لا تؤثر علي أى جزء من جذع (stem) الكمرة وإنما يقتصرعلى البلاطة فقط (t_s) وبذلك يتم التعامل مع المقطع كأنه مقطع مستطيل.



المقطعان الموضحان بالشكل متماثلان في مقاومتهما لعزوم الانحناء لأن الجزء المعرض للشد في كليهما وهو وجه الاختلاف يكون مهملا في الحالتين. ويكون المقطع الفعلي كالمقطع المستطيل تماما اذا كان $a_{max} \geq t_s$ ويتم تحديد عمق الكمرة كالتالي:

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ .\ (\ d - \frac{a}{2})$$

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ z\,d\ .\ (\ d - \frac{z.d}{2})$$

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ z\ .\ (\ 1 - \frac{z}{2})\ d^2 \qquad (6 - 5)$$

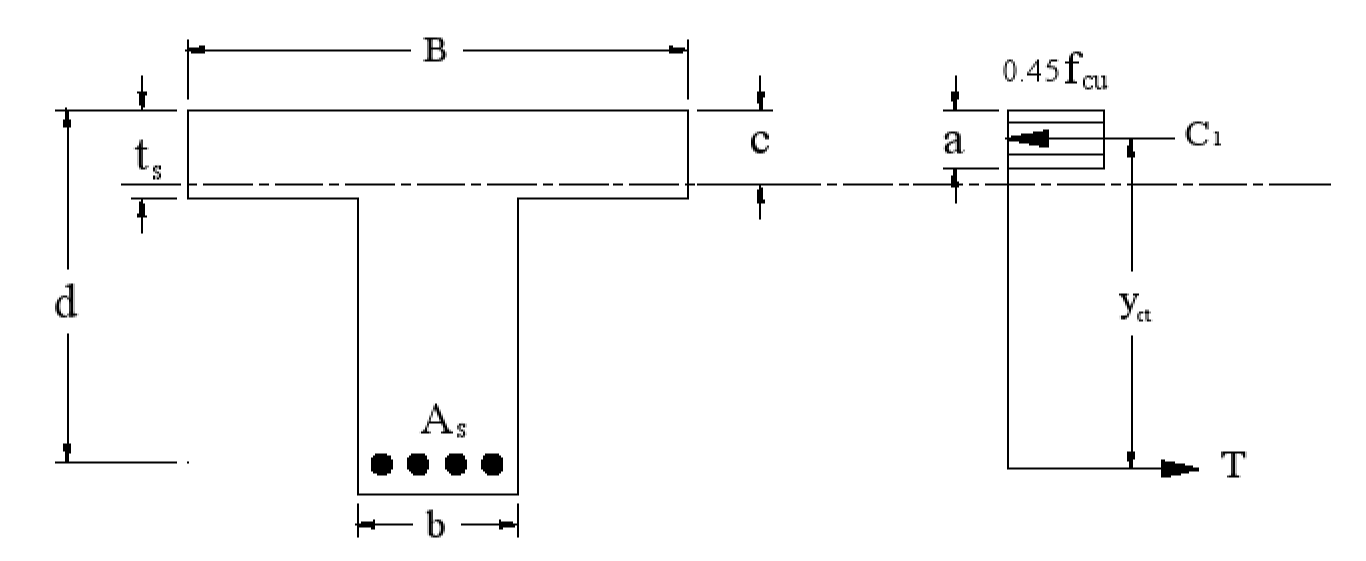
وبعد حساب d يتم التأكد من أن $a \geq t_s$ كي يتم التعامل مع المقطع كمقطع مستطيل.

6-2-1-2- عمق الجزء المعرض للضغط أكبر من سمك البلاطة $a > t_s$:

في هذه الحالة فإن جزءا من العرض الصغير (b) يكون معرضا لاجهادات ضغط ويتم حساب عمق الكمرة من المعادلة التالية:

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ t_s\ .\ (\ d - \frac{t_s}{2}) + 0.45\ f_{cu}\ .\ b\ .\ (\ a - t_s)\ (d - \frac{a + t_s}{2}\ ) \qquad (6 - 6)$$

6-2-2- عمق الكمرة معلوم depth is known:



$$M_u = C \cdot y_{ct} = C\left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_u = 0.45\ f_{cu} \cdot B \cdot a \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45} \frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right] \tag{6-8}$$

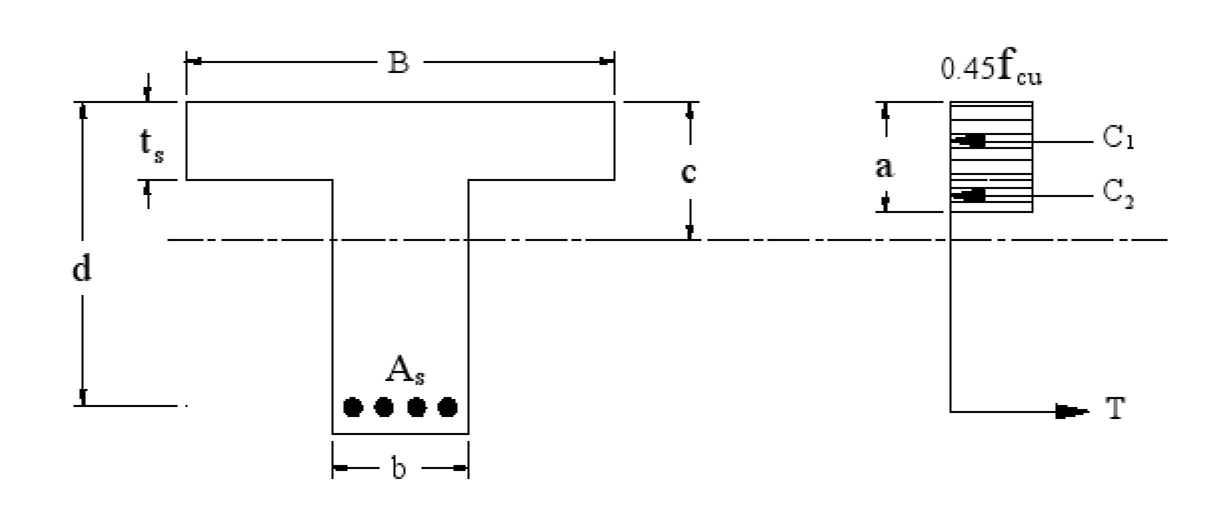
a) $a \le t_s$ ∴Rectangular Section

$C = T$

$0.45\ f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87\ f_y \cdot A_s$

$$A_s = \frac{0.51\ f_{cu}.B.a}{f_y} \tag{6-9}$$

b) $a > t_s$



في هذه الحالة تكون a الفعلية أكبر من a المحسوبة من المعادلة السابقة وذلك بسبب اختلاف عرض الكمرة في الجزء المعرض الجهادات الضغط. ويتم حساب a كما يلي:

$$M_u = C_1 \left(d - \frac{t_s}{2} \right) + C_2 \left(d - t_s - \frac{a - t_s}{2} \right) \qquad (6\text{-}10)$$

$C_1 = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ t_s$

$C_2 = 0.45\ f_{cu}\ .\ b\ .\ (a - t_s)$

ومن هذه المعادلة يتم حساب a ومن ثم C_1 , C_2 ومن معادلات الاتزان للقوي الأفقية.

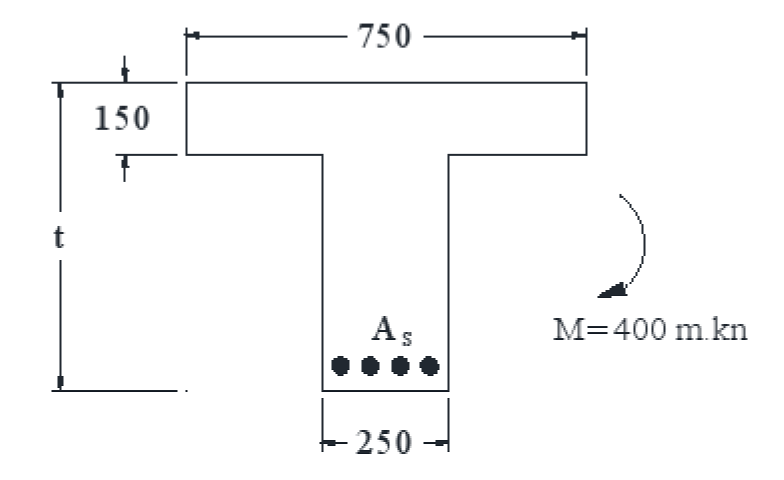
$T = C_1 + C_2$

$$0.87\ f_y\ A_s = 0.45\ f_{cu}\ .B.t_s + 0.45\ f_{cu}\ .b.(a - t_s) \qquad (6\text{-}11)$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب مساحة حديد التسليح. وفي بعض الأحيان يمكن اهمال الضغط في العرض الصغير من مقطع الكمرة أي اهمال قوة الضغط C_2 وحساب حديد التسليح علي أساس قوة الضغط C_1 فقط.

Example (6-1):

Design the beam section shown in figure subjected to an ultimate bending moment of 400.0 m.kn. $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$



Solution:

$$a_{max} = \frac{320}{600 + 0.87 f_y}\ d = \frac{320}{600 + 0.87 x 360}\ d$$

$a_{max} = 0.35\ d$

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ .\ (d - a/2)$

Make sure d is enough

$M_u = 0.45 \times 25 \times 750 \times 0.35\ d\ (1 - 0.35/2)\ d$

$400 \times 10^6 = 2436.33\ d^2 \Rightarrow d = 405$ mm Take t = 450 mm

0.35 d = 0.35 x 405 = 142 mm < 150 mm O.K.

$M_u = K_u\ B\ d^2$

$400 \times 10^6 = K_u \times 750 \times (405)^2$

$K_u = 3.25$

$\mu = 1.24$

$A_s = \frac{1.24}{100} \times 750 \times 405 = 3767\ mm^2$

Example (6-2):

Solve the previous example if $t_s = 120$ mm.

Solution:

From previous example 0.35d = 142 mm > t_s > 120 mm

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ t_s\ .\ (d - \frac{t_s}{2}) + 0.45\ f_{cu}\ .\ b\ .\ (a - t_s)\ (\frac{a + t_s}{2})$

$400 \times 10^6 = 0.45 \times 25 \times 750 \times 120 \times (d - \frac{12}{2}) + 0.45 \times 25 \times 250 \times (0.35d - 120) \times (d - \frac{0.35d - 120}{2})$

$d = 430$ mm $\Rightarrow t = 500$ mm

a = 0.35 d = 0.35 x 430 = 151 mm

$T = \frac{A_s f_y}{\gamma_s} = C_1 + C_2$

$0.87\ f_y\ A_s = 0.45\ f_{cu}\ .B.t_s + 0.45\ f_{cu}\ .b.(a - t_s)$

$0.87 \times 360 \times A_s = 0.45 \times 25 \times 750 \times 120 + 0.45 \times 25 \times 250\ (151 - 120)$

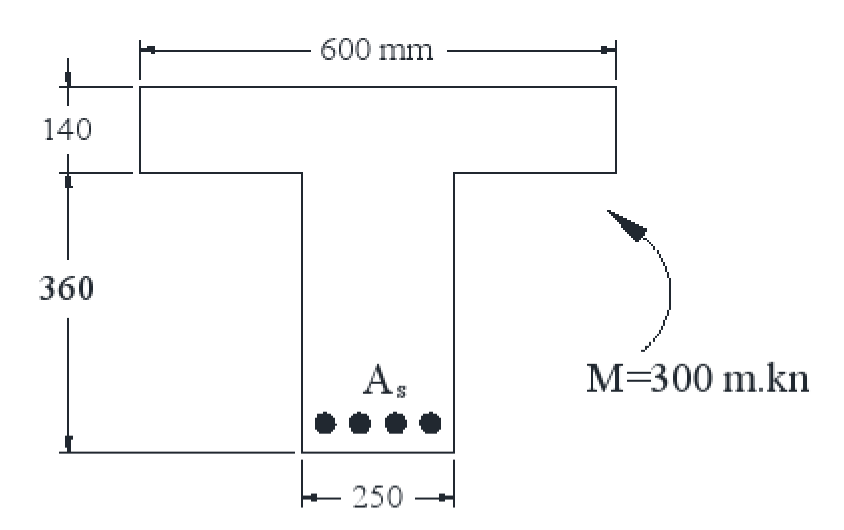
$313.2\ A_s = 1012500 + 87187.5$

$A_s = 3511\ mm^2$

$T = C_1 + C_2$ ويلاحظ أن قيمة C_2 صغيرة بالنسبة لـ C_1 (8%) ولذلك يمكن إهمالها بدون خطأ كبير.

Example (6-3):

The T-Section shown is subjected to an ultimate bending moment of 300.0 m.kn. Design the required reinforcement. $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 280\ N/mm^2$



Solution:

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right]$$

$$a = 450\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{300x10^6}{25x600x(450)^2}}\right] = 113\ mm$$

$a \leq t_s$ ∴ Rectangular Section

$$A_s = \frac{0.45x1.15\ f_{cu}.B.a}{f_y}$$

$$= \frac{0.45x1.15x25x600x113}{280} = 3132.7\ mm^2$$

or by using Tables:

$M_u = K_u\ B\ d^2$

$300x10^6 = K_u (600) (450)^2$

$K_u = 2.47$

$\mu = 1.15$

$A_s = \frac{1.15}{100} x\ 600\ x\ 450 = 3105\ mm^2$

Example (6-4):

Solve the previous example if $t_s = 100$ mm.

Solution :

From previous example $a = 113\ mm > t_s$

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ t_s\ .\ (\ d - \frac{t_s}{2}) + 0.45\ f_{cu}\ .\ b\ .\ (\ a - t_s)\ (\ d - \frac{a + t_s}{2}\ )$

$a = 132$ mm

$T = C_1 + C_2$

$0.87\ f_y\ A_s = 0.45\ f_{cu}\ .B.t_s + 0.45\ f_{cu}\ .b.(\ a - t_s\ )$

$0.87\ x\ 280\ x\ A_s = 0.45\ x\ 25\ x\ 600\ x\ 100 + 0.45\ x\ 25\ x\ 250\ (\ 132 - 100\ )$

$243.6\ A_s = 675000 + 90000$

$A_s = 3140.4\ mm^2$

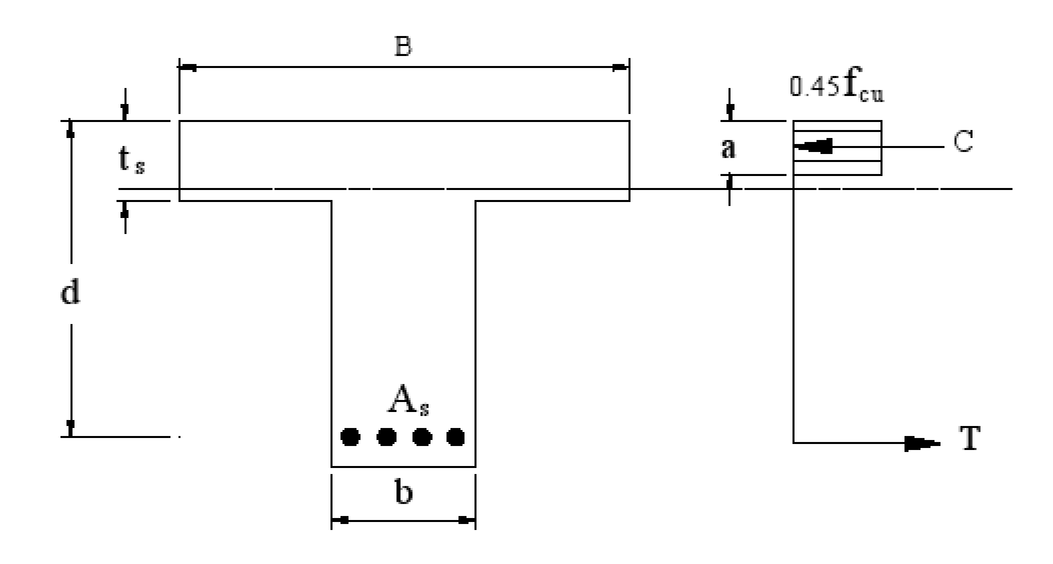
Check $a < a_{max}$

$a_{max} = 0.80\ \frac{400}{600 + 0.87x280} x\ 450 = 170$ mm

$a < a_{max}$ O.K

6-3- عزم الانحناء المقاوم للقطاع الخرساني علي شكل T Moment of Resistance :

6-3-1- عمق الجزء المعرض للضغط أقل من سمك البلاطة الخرسانية $a \geq t_s$:



T = C

$$0.87\ f_y\ A_s = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a \qquad (6\text{-}12)$$

get a

Check for ductility $a \leq a_{max} \leq 0.8 \dfrac{400}{600 + 0.87 f_y}\ d$

a – if $a \leq a_{max}$ O.K

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ (\ d - \frac{a}{2}\ ) \qquad (6\text{-}13)$$

b – if $a > a_{max}$

$a = a_{max}$

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a_{max}\ (\ d - \frac{a_{max}}{2}\ ) \qquad (6\text{-}14)$$

6-3-2- عمق الجزء المعرض للضغط أكبر من سمك البلاطة الخرسانية $a > t_s$:

T = C

$$0.87\ f_y\ A_s = 0.45\ f_{cu}\ .B.t_s + 0.45\ f_{cu}\ .b.(\ a - t_s\ )$$

get a

Check for ductility $a \leq a_{max} \leq 0.8 \dfrac{400}{600 + 0.87 f_y} d$

a – if $a \leq a_{max}$ O.K

neglect compression in the web

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ (\ d - \frac{t_s}{2}\ ) \qquad (6\text{-}15)$$

b – if $a > a_{max}$ $\therefore\ a = a_{max}$

في هذه الحالة هناك احتمالان الأول أن يكون $a_{max} > t_s$ وفي هذه الحالة تستخدم نفس المعادلة السابقة.

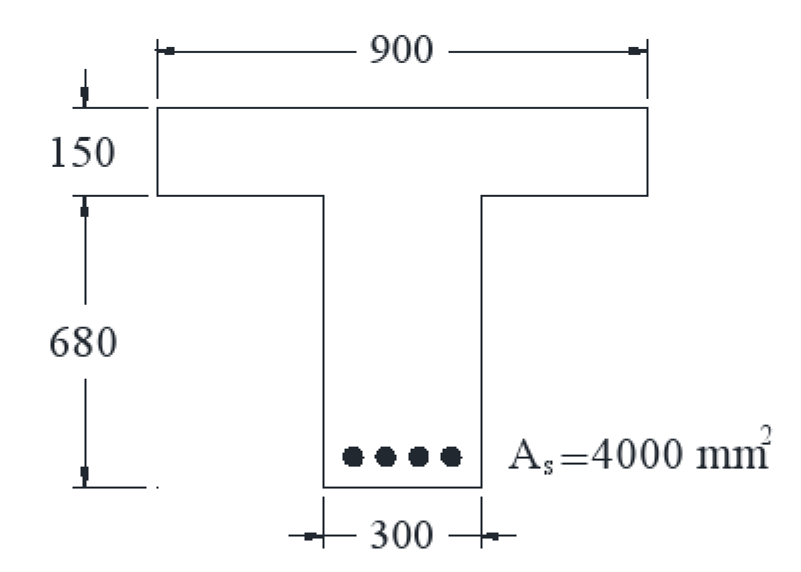
أما في حالة $a_{max} < t_s$ نستخدم قيمة a_{max} ويعامل المقطع علي كأنه مقطع مستطيل.

$$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ (\ d - \frac{a_{max}}{2}\ ) \qquad (6\text{-}16)$$

Example (6 - 5):

For the section shown in the figure $A_s = 4000\ mm^2$, $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 240\ N/mm^2$

Find the maximum allowable ultimate moment.



Solution:

$$a_{max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y}\ d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 x 240} \text{ x } 750$$

$a_{max} = 2967$ mm

T = C

$0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a = 0.87\ f_y\ A_s$

$0.45 \times 25 \times 900 \times a = 0.87 \times 240 \times 4000$

a = 8.5 mm

$a < a_{max}$ O.K

$a < t_s$ $\therefore$rectangular section

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a\ .\ (d - a/2)$

$M_u = 0.45 \times 25 \times 900 \times 82.5\ (750 - 82.5/2) = 592$ m.kn

or using tables

$M_u = K_u\ B\ d^2$

$$\mu = \frac{A_s}{B.d} = \frac{4000}{900x750} = 0.6\ \%$$

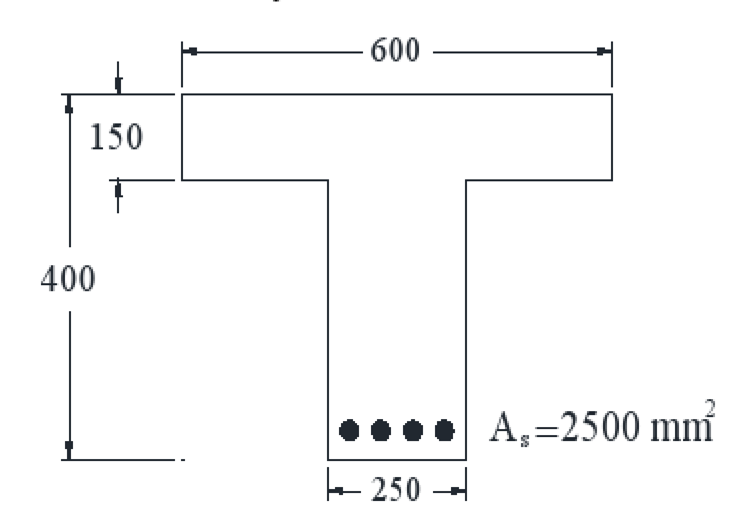
$K_u = 1.2$

$M_u = K_u\ B\ d^2 = 1.2 \times 900 \times (750)^2 = 607.5$ m.kn

ويلاحظ أن الفرق بسبب أن قيم μ , Ku في الجدول ليست علي فترات صغيرة بما يكفي لتحديد قيم أحدهما بدقة بواسطة الآخر.

Example (6-6):

Calculate the ultimate allowable bending moment for the reinforced concrete shown in figure $f_{cu} = 20$ N/mm^2, $f_y = 360$ N/mm^2.



Solution:

$$a_{max} = 0.80 \; \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \; d = 0.80 \; \frac{400}{600 + 0.87x360} \text{ x } 350$$

a_{max} = 122.6 mm

T = C

$0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a = 0.87\ f_y\ A_s$

0.45 x 20 x 600 x a = 0.87 x 360 x 2500

a = 145.0 mm

$a > a_{max}$ $\quad \therefore a = a_{max}$

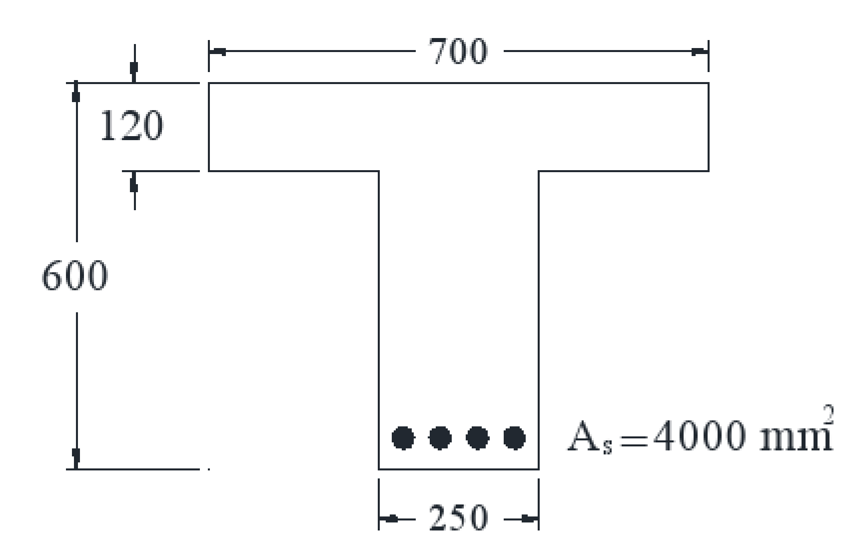
$a < t_s$ $\quad \therefore$ rectangular section

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a_{max}\ .\ (\ d - a_{max}/2)$

M_u = 0.45 x 20 x 600 x 122.6 (350 – 122.6/2) = 191.1 m.kn

Example (6-7):

Calculate the maximum allowable ultimate bending moment that the shown section can be resist. f_{cu} = 22.5 N/mm^2 , f_y = 280 N/mm^2.



Solution:

$$a_{max} = 0.80 \; \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \; d = 0.80 \; \frac{400}{600 + 0.87x280} \text{ x } 550$$

$a_{max} = 208.6$ cm

T = C

$0.45\ f_{cu} \cdot B \cdot a = 0.87\ f_y\ A_s$

$0.45 \times 22.5 \times 700 \times a = 0.87 \times 280 \times 4000$

a = 137.5mm

$a < a_{max}$ O.K

$a > t_s$ neglect compression in the web

$M_u = 0.45\ f_{cu} \cdot B \cdot t_s \cdot (d - t_s/2)$

$M_u = 0.45 \times 22.5 \times 700 \times 120\ (550 - 120/2) = 416.7$ m.kn

If compression in the web is not neglected

$M_{web} = 0.45 \times 22.5 \times 250 \times (550 - 120 - (137.5 - 120)/2) = 10.7$ m.kn

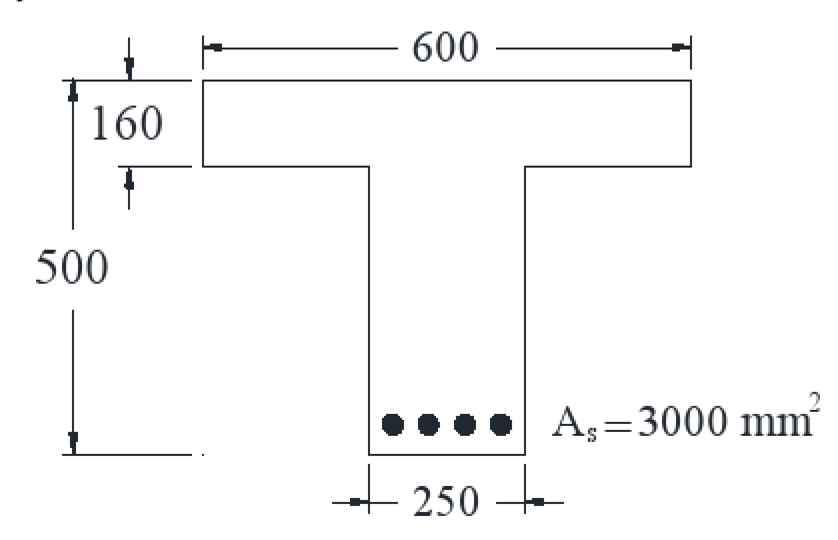
$M_{total} = 416.7 + 10.7 = 427.4$ m.kn

ومن هذا المثال يتضح أن نسبة الجزء المهمل من عزم الانحناء لا تتجاوز 2.5 % لكن في حالة الضرورة يمكن اخذه في الاعتبار.

Example (6-8):

For the section shown calculate the allowable ultimate moment.

$f_{cu} = 20$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2.



Solution:

$a_{max} = 0.80 \dfrac{400}{600 + 0.87 f_y} d = 0.80 \dfrac{400}{600 + 0.87 x 360} x 450$

$a_{max} = 157.7$ mm

T = C

$0.45 f_{cu} . B . a = 0.87 f_y A_s$

0.45 x 20 x 600 x a = 0.87 x 360 x 300

a = 174.0 cm

$a > a_{max}$ $\therefore a = a_{max}$

$a < t_s$ $\therefore$ rectangular section

$M_u = 0.45 f_{cu} . B . a_{max} . (d - a_{max}/2)$

$M_u = 0.45 x 20 x 600 x 157.7 (450 - 157.7/2) = 316.0$ m.kn

or using tables

$\mu = \dfrac{A_s}{B.d} = \dfrac{3000}{600 x 450} = 1.11 \%$, use μ= 1%

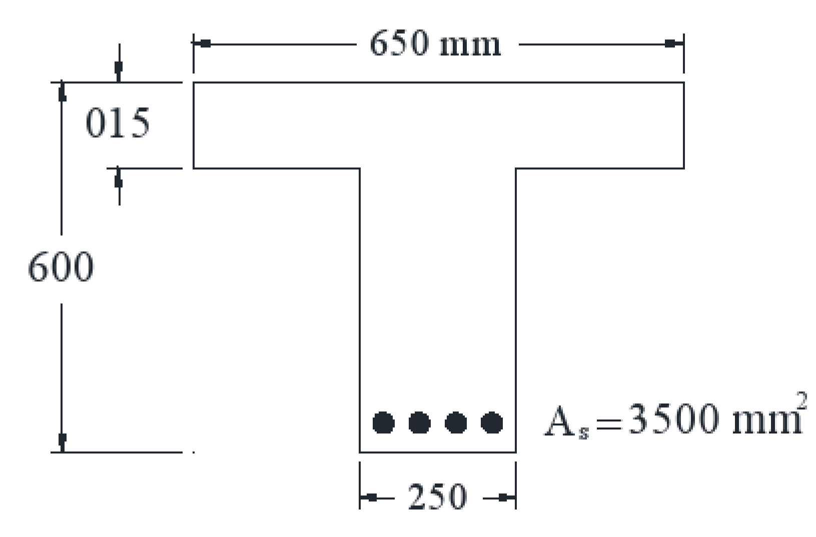
$K_u = 2.6$

$M_u = K_u B d^2 = 2.6 x 600 x (450)^2 = 316$ m.kn

Example (6-9):

Calculate the maximum ultimate bending moment that the shown section can resist.

$f_{cu} = 22.5 N/mm^2$, $f_y = 360 N/mm^2$.



Solution:

$$a_{max} = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 f_y} d = 0.80 \frac{400}{600 + 0.87 x 360} x\ 550$$

a_{max} = 177.7 mm

T = C

$0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ a = 0.87\ f_y\ A_s$

0.45 x 22.5 x 550 x a = 0.87 x 360 x 350

a = 196.8 mm

$a > a_{max}$ $\therefore$ $a = a_{max}$

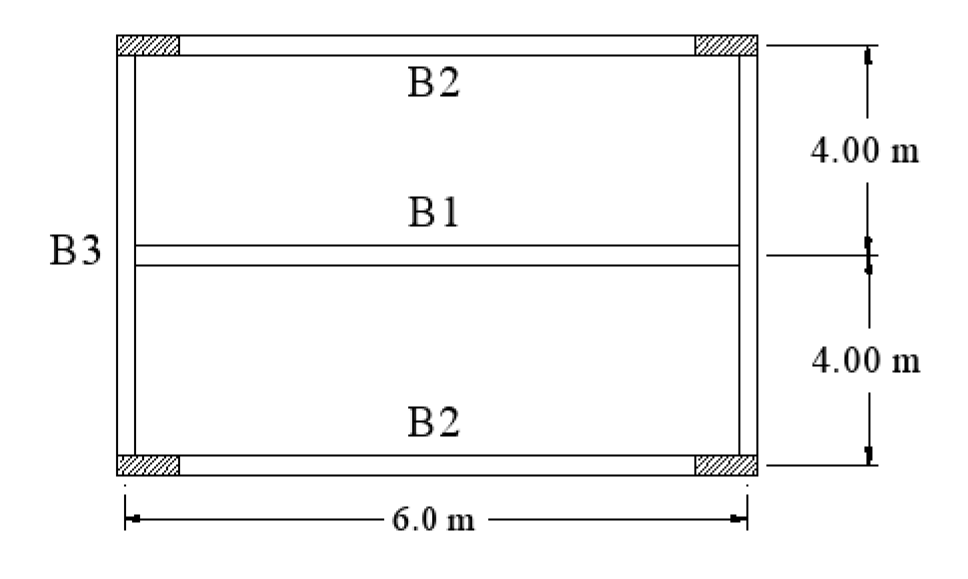
$a > t_s$ neglect compression in the web

$M_u = 0.45\ f_{cu}\ .\ B\ .\ t_s\ .\ (d - t_s/2)$

M_u = 0.45 x 22.5 x 550 x 150 (550 – 150/2) = 396.7 m.kn

Example (6-10):

For the roof shown , t_s = 120 mm , b = 250 mm for all beams f_{cu} = 22.5 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2. Ultimate load for B1 = 40 kn/m', B2 = 30 kn/m', B3 = 20 kn/m'. Design the critical sections for all beams.



Solution:

Beam (B1) :

$B = L/5 + b \quad = 6000/5 + 250 = 1450$ mm

$B = 16\ t_s + b \quad = 16x120 + 250 = 2170$ mm

$B = ½\ (L_1 + L_2) \quad = ½\ (4 + 4) = 4000$ mm

$\therefore B = 145$ cm

$$M_u = \frac{40(6)^2}{8} = 180 \text{ m.kn}$$

$$\text{Choose } t = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12} = 500 \text{ mm for all beams}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right]$$

$$a = 45\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{180x10^6}{25x1450x(450)^2}}\right] = 25.0 \text{ mm}$$

$a < t_s \quad \therefore$ Rectangular Section

$M_u = K_u\ B\ d^2$

$180x10^6 = K_u\ (1450)\ (450)^2$

$K_u = 0.61$

$\mu = 0.27$

$$A_s = \frac{0.27}{100} x\ 1450\ x\ 450 = 1761 \text{ mm}^2 \quad \text{Use} \rightarrow 6\phi 20$$

Beam (B2) :

$B = L/10 + b \quad = 6000/10 + 250 = 850$ mm

$B = 6\ t_s + b \quad = 6x120 + 250 \quad = 970$ mm

$B = L_1/2 \quad = 4000/2 \quad = 2000$ mm

$\therefore$ B = 850 mm

$$M_u = \frac{30(6)^2}{8} = 135.0 \text{ m.kn}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right]$$

$$a = 450\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{135x10^6}{25x850x(450)^2}}\right] = 32.5 \text{ mm}$$

$a < t_s$ $\therefore$ Rectangular Section

$M_u = K_u\, B\, d^2$

$1350x10^6 = K_u\,(850)\,(450)^2$

$K_u = 0.78$

$\mu = 0.27$

$$A_s = \frac{0.27}{100} x\ 850\ x\ 450 = 1032.75 \text{ mm}^2 \quad \text{Use} \rightarrow 6\phi16$$

<u>Beam (B3) :</u>

B = L/10 + b = 8000/10 + 250 = 1050 mm

B = 6 t_s + b = 6x120 +250 = 970 mm

B = L_1/2 = 6000/2 = 3000 mm

$\therefore$ B = 970 mm

$$M_u = \frac{20(8)^2}{8} + 40x\frac{6}{2}x\frac{8}{4} = 400 \text{ m.kn}$$

Assume $a < t_s$

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right]$$

$$a = 450\left[1-\sqrt{1-\frac{2}{0.45}\frac{400x10^6}{25x970x(450)^2}}\right] = 900 \text{ mm}$$

$a < t_s$ ∴ Rectangular Section

$M_u = K_u\, B\, d^2$

$400x10^6 = K_u\,(970)\,(450)^2$

$K_u = 2.04$

$\mu = 0.71$

$A_s = \frac{0.71}{100}$ x 970 x 450 = 3100 mm^2 Use → 7ϕ25

Check for ductility

$$a_{max} = 0.80\ \frac{400}{600+0.87f_y}\ d = 0.80\ \frac{400}{600+0.87x360} \text{ x } 450 = 157.6 \text{ cm}$$

$a < a_{max}$ O.K

Example (6-11):

Design a T-section of a simply supported beam with the following information:

b = 250 mm , ts = 120 mm , L = 6.00 m , Mu = 400 m.kn

$f_{cu} = 22.5$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2.

Solution:

$B = 16\, t_s + b$ = 16x120 +250 = 2170 mm

B = L/5 = 6000/5 = 1200 mm

Assume $t = \frac{L}{12} = \frac{6000}{12}$ = 500 mm ≈ 550 mm

$$a = d\left[1-\sqrt{1-\frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right] = 500\left[1-\sqrt{1-\frac{2}{0.45}\frac{400x10^6}{25x1200x(500)^2}}\right] = 630 \text{ mm}$$

$a < t_s$ ∴ Rectangular Section

$M_u = K_u\ B\ d^2$

$400x10^6 = K_u\ (1200)\ (500)^2$

$K_u = 1.33$

$\mu = 0.45$

$A_s = \frac{0.45}{100} x\ 1200\ x\ 500 = 2700\ mm^2$

Check for ductility

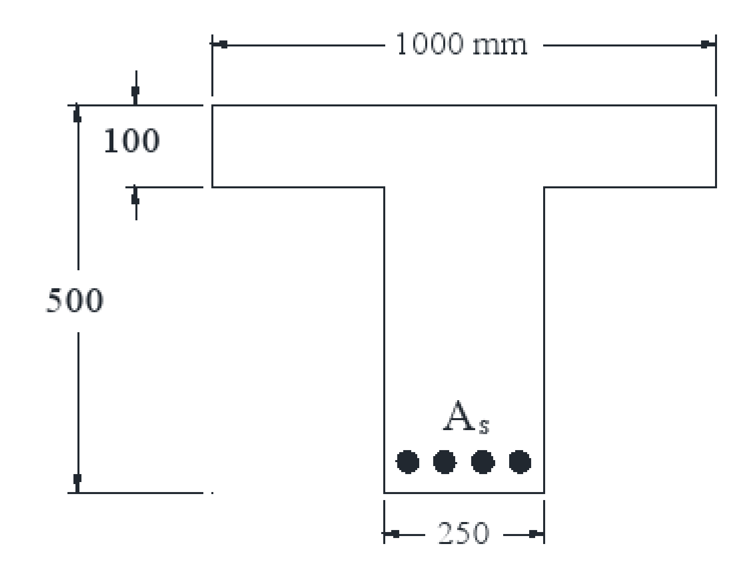
$a_{max} = 0.80\ \frac{400}{600 + 0.87 f_y}\ d = 0.80\ \frac{400}{600 + 0.87x360} x\ 500 = 175\ mm$

$a < a_{max}$ O.K

Example (6-12):

Design the T-Section shown in figure to resist an ultimate bending of 45 m.ton

$f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$.



Solution:

$$a = d\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{M_u}{f_{cu}.B.d^2}}\right]$$

$$a = 45\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2}{0.45}\frac{450x10^6}{25x1000x(450)^2}}\right] = 112.9\ mm$$

$a_{max} = 0.80 \ \frac{400}{600 + 0.87 f_y} \ d = 0.80 \ \frac{400}{600 + 0.87x360} \text{ x } 450 = 157.7 \text{ mm}$

$a < a_{max}$ O.K

$a > t_s$ neglect compression in the web

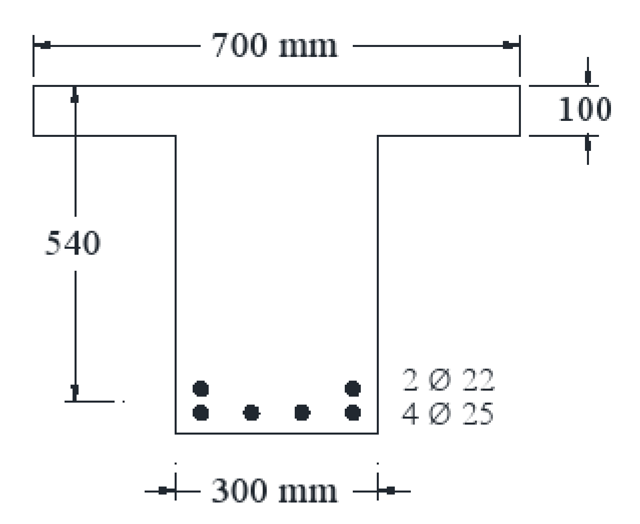
$M_u = 0.45 \ f_{cu} \ . \ B \ . \ t_s \ . \ (d - t_s/2)$

$M_u = 0.45 \text{ x } 25 \text{ x } 1000 \text{ x } 100 \ (450 - 100/2) = 450 \text{ m.kn}$

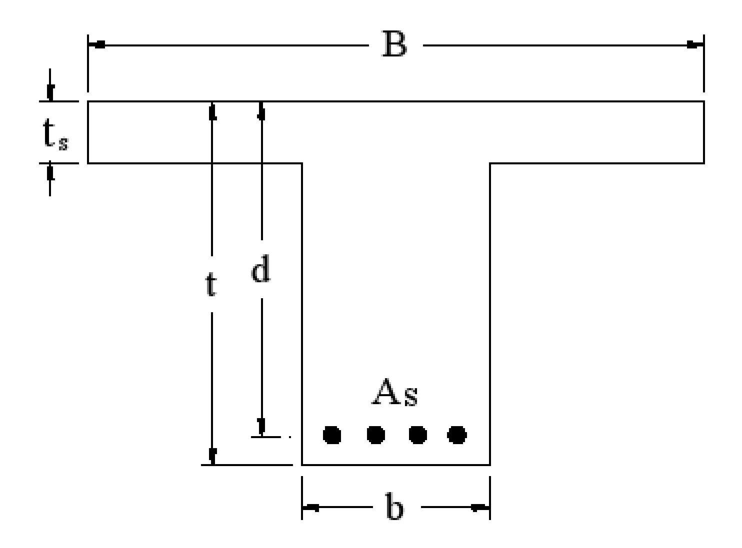
$As = \frac{M_u}{0.87 \ f_y.d} = \frac{450x10^6}{0.87x360x450} = 3190 \text{ mm}^2$ use 7Φ25

Chapter (6) – Problems

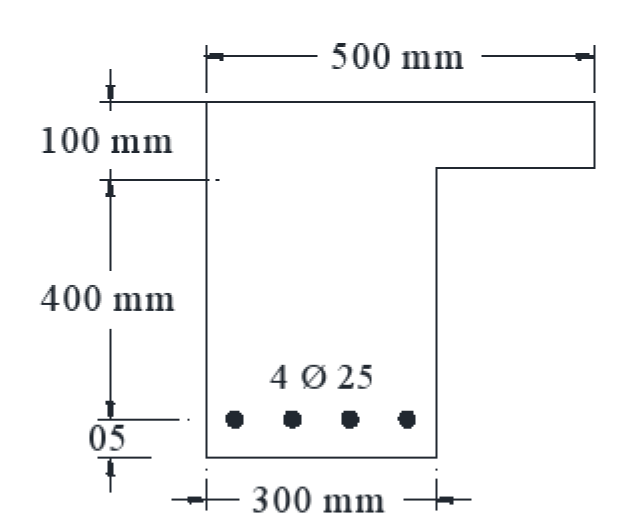
1 - Given a concrete beam, which is t = 600 mm, d = 540 mm with 4 Φ 25 and 2 Φ 22 reinforcement bars and f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Calculate the ultimate moment that the beam section can resist.



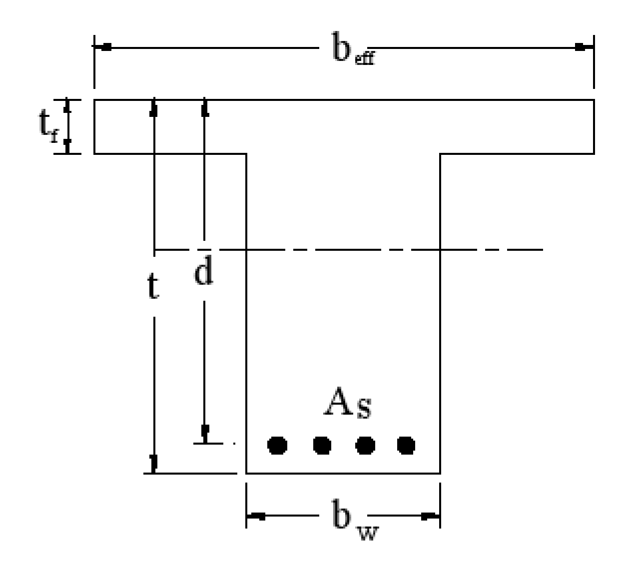
2 - Consider a simple rectangular beam reinforced with steel reinforcement of A_s = 2000.0 mm^2. Assume b_w = 250 mm, d = 550 mm., t = 600 mm , B = 750 mm ,and t_s =100 mm , and f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2. The beam is subjected to an ultimate moment of 240 m.kn. calculate the stress in concrete and in the reinforcing steel.



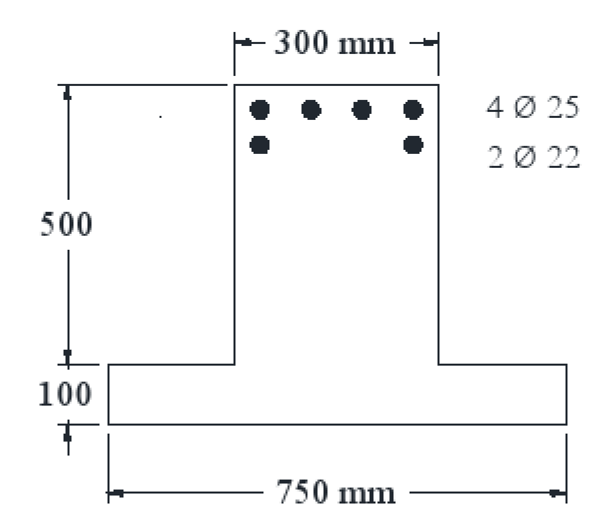
3 - For the given beam with f_{cu} =25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2. Determine the ultimate bending moment that the following section can resist.

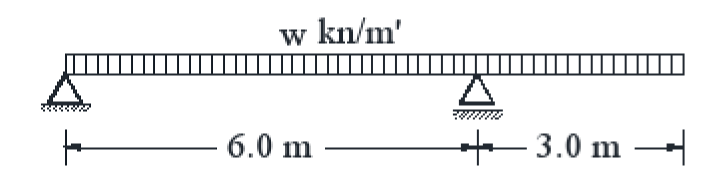


4 – The shown T-section is subjected to an ultimate bending moment of 450.0 m.kn. The dimensions are b_{eff} = 900 mm , b_w = 250 mm , d = 440 mm, t_f = 80 mm , t =500 mm. and A_s 7 Φ 25 bars. If the top is in compression and bottom is in tension. Determine the maximum stresses in the concrete and in the steel.

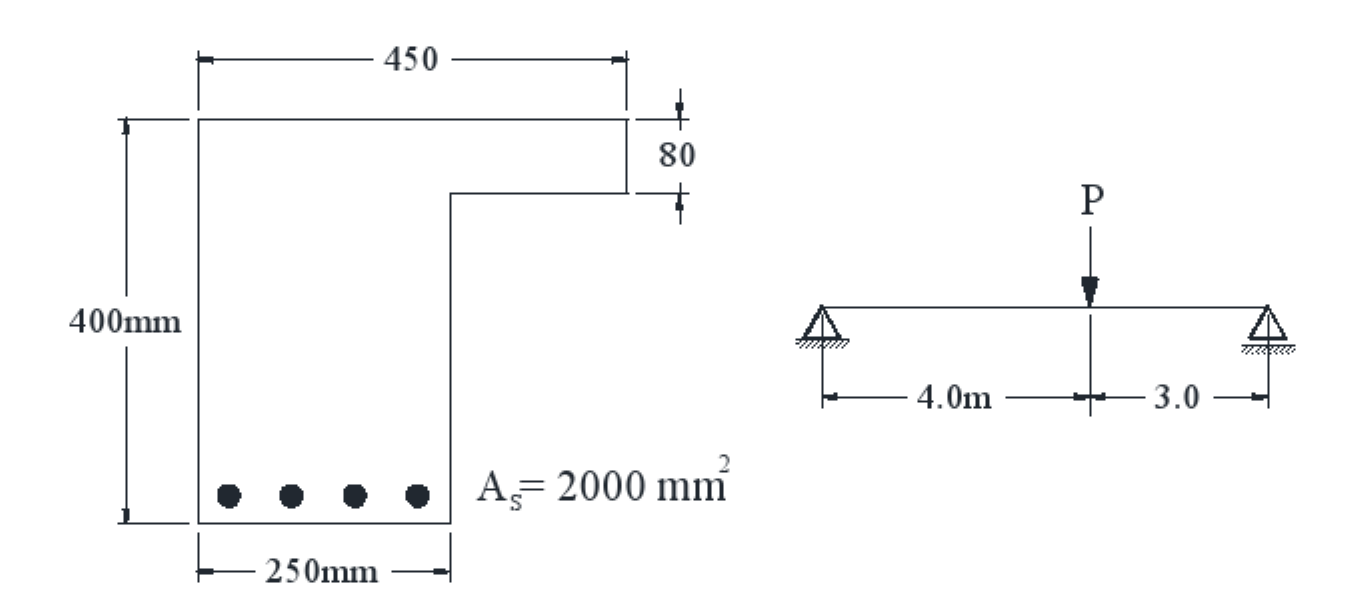


5 - For the beam section shown in figure, calculate the maximum ultimate load that the beam can carry. Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.

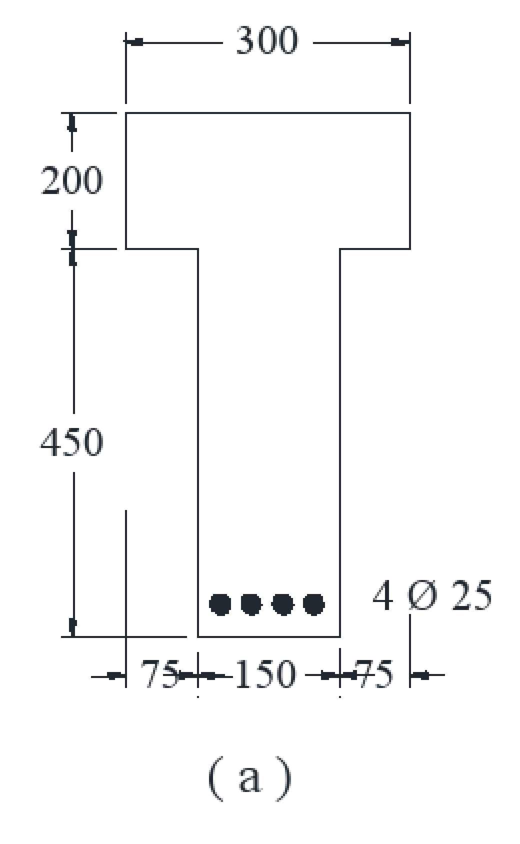




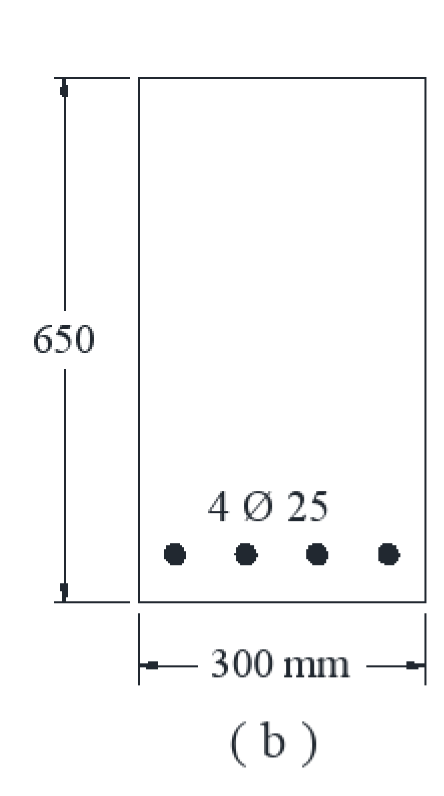
6 - For the beam section shown in figure, Calculate the maximum value of concentrated load P that the beam can resist at ultimate stage . Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



7 - Calculate the bending moment at ultimate stage for the following sections.
Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2



(a)



(b)

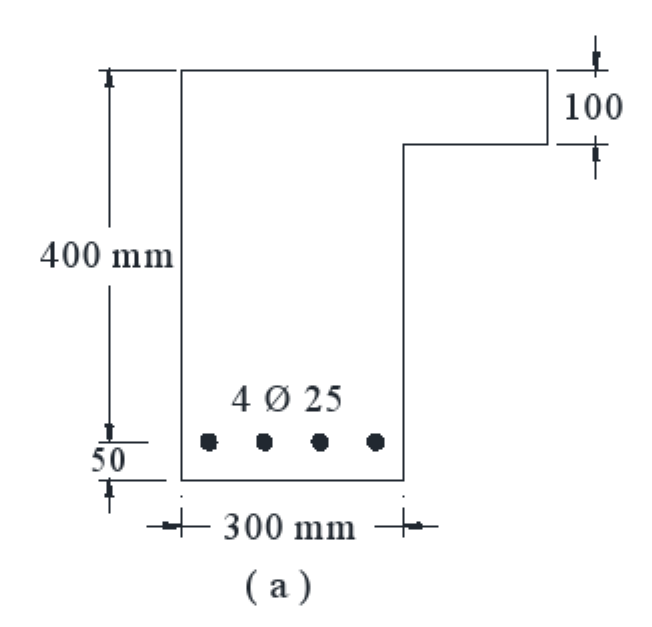
8 - For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$

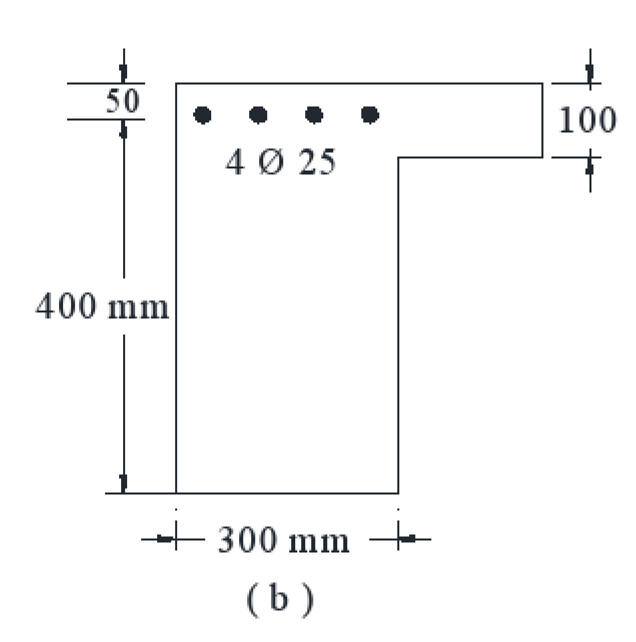
b) $f_c = 35\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$

c) $f_c = 25\ N/mm^2$, $f_y = 400\ N/mm^2$

d) $f_c = 35\ N/mm^2$, $f_y = 400\ N/mm^2$

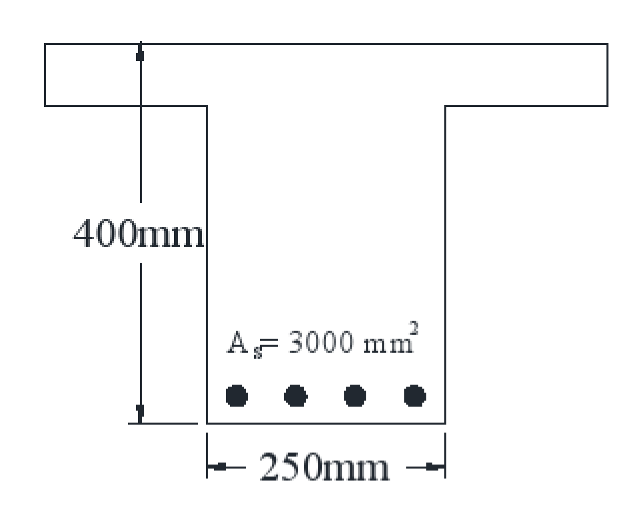


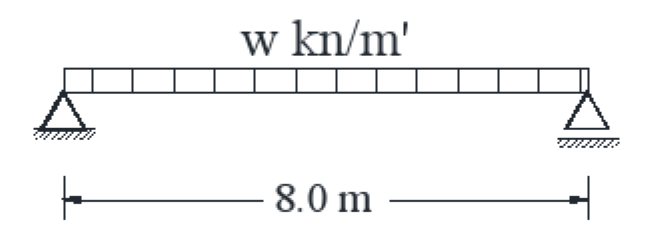
(a)



(b)

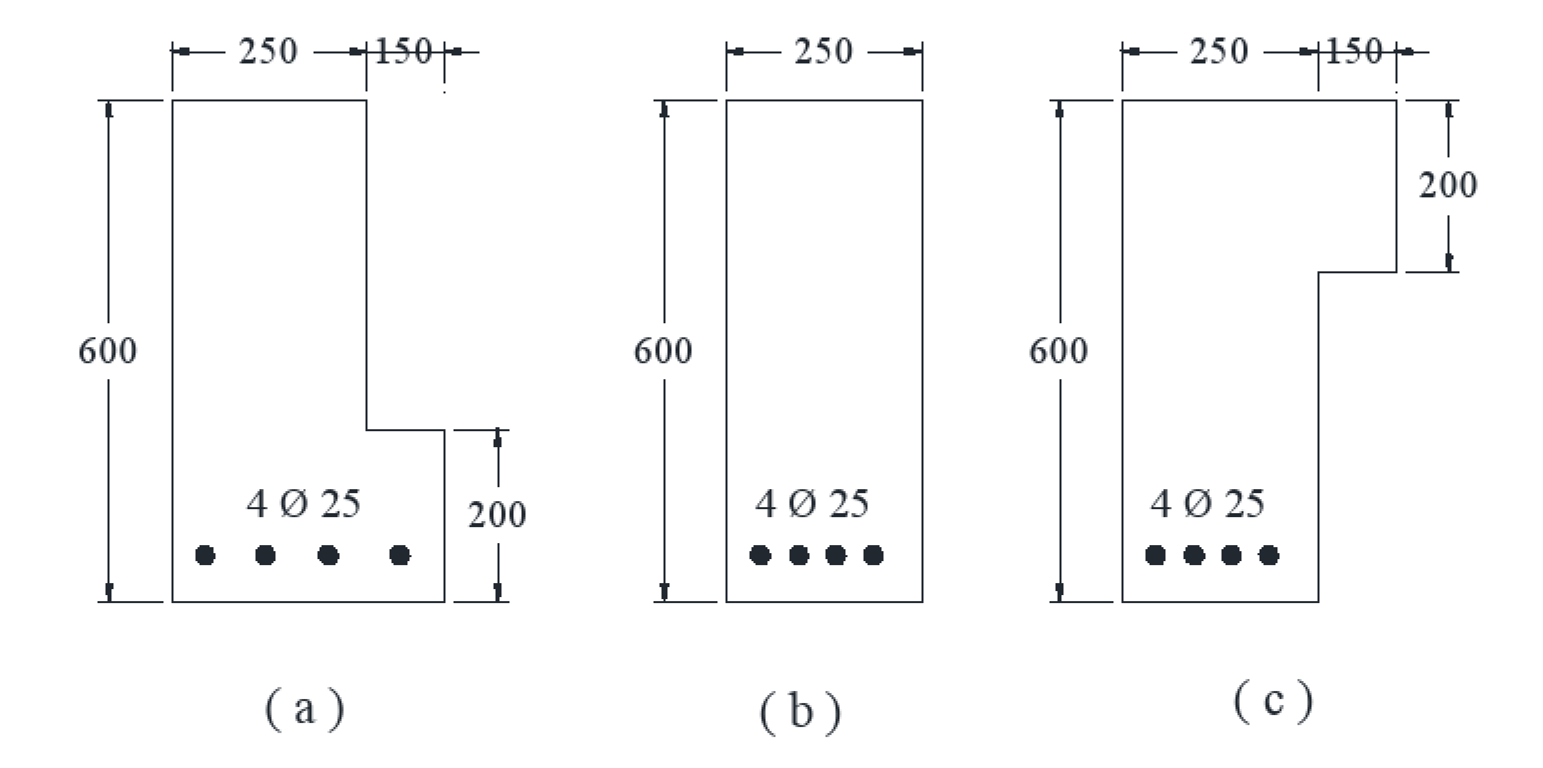
9 - Calculate the maximum safe factored distributed load intensity at ultimate stage that the beam can resist .$f_c = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$.



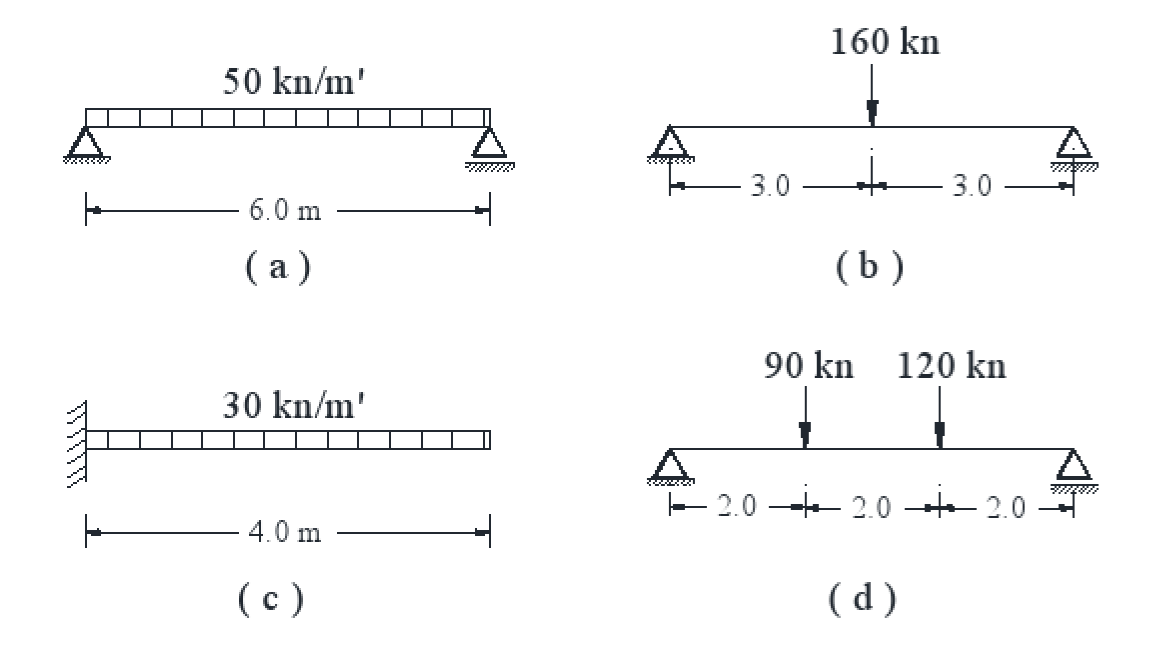


10 -For the reinforced concrete beam sections shown in figure ; Calculate the maximum bending moment that the sections can resist at ultimate stage.

a) $f_c = 25$ N/mm² , $f_y = 360$ N/mm²
b) $f_c = 35$ N/mm² , $f_y = 360$ N/mm²



11- Design the shown beams having a T sections with b = 250 mm. , t = 550 mm, t_s = 80 mm , B = 650 mm subjected to factored load as shown. $f_c = 25$ N/mm² , f_y = 360 N/mm²



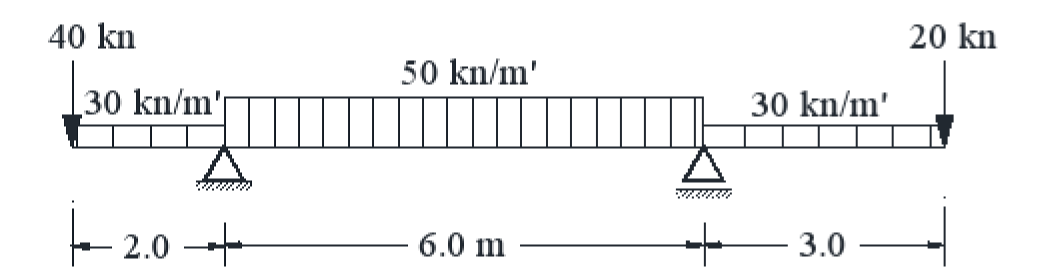
12- Consider a singly reinforced concrete beam, b =300 mm , d = 600 mm, t =650 mm, and f_c = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.

a) Determine the maximum ultimate moment that the section can resist.
b) Determine the area of reinforcement in case (a).

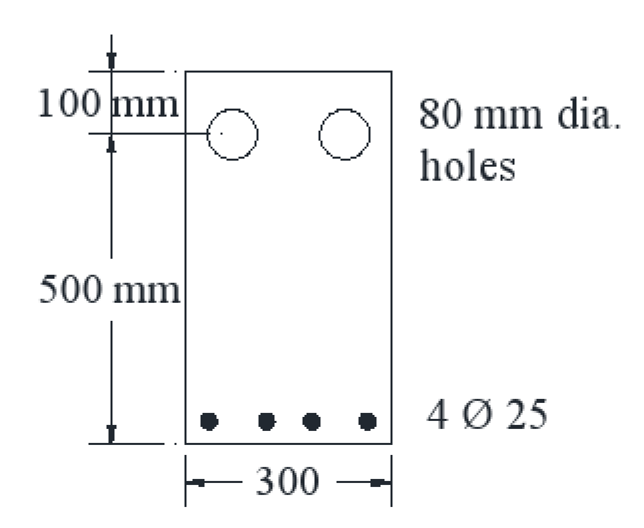
13 - Given a beam having width b=300 mm, t = 700 mm with 5 Φ 25 reinforcement bars and f_c = 30 N/mm^2 and f_y = 400 N/mm^2.

(a) Determine how you would find the NA and moment of inertia, I_{zz}, of beam in ultimate stage.
(b) Solve for the neutral axis and moment of inertia.
(c) Calculate the ultimate moment capacity of the section.

14 –The beam shown in figure has a rectangular section of width =25 cm, design the critical sections in the beam, f_c = 250 kg/cm2 and f_y = 3600 kg/cm^2.



15- For the concrete beam section shown in figure, calculate the maximum bending moment that the beam can resist, f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.
If the beam is subjected to a bending moment of 220 m.kn. ; calculate the stresses in the concrete and in the steel.



16 - If the value of c for a beam is greater than the c_{bal}, which one will fail first the steel or the concrete? Why?

17- What does α represent and what does 0.45 f_c stand for in the following equation?

$$0.45 * f_{cu} b \ \alpha \ c \left[d - \frac{a}{2} \right]$$

18 - What does γ represent in $f_s = \frac{f_y}{\gamma_s}$?

19 - Can we use the equation: $\mu_b = 0.41 \frac{f_{cu}}{f_y} .(\frac{c_b}{d})$

to get μ_{bal} for a T-beam? Why or why not ?

20 - A rectangular beam has a width b = 250 mm. and effective depth to the centroid of tension steel bars d = 450 mm Tension reinforcement consists of 6 Φ 25 bars in two rows; compression reinforcement consists of 2 Φ 22 at d' = 2.5 in. f_{cu} = 30 N/mm^2, and f_y = 400 N/mm^2.

a) Determine the ultimate moment capacity of the beam.
b) How would you calculate the moment capacity if the compression steel does not yield?

21 - What is the difference between over-reinforced beams and balanced beams?

22 - Consider a singly reinforced concrete beam, b =250 mm , d = 500 mm, t =550 mm and reinforcement consists of 4 Φ 22 . f_{cu} = 25 N/mm^2 , and f_y = 360 N/mm^2

c) Determine the ultimate moment capacity
d) Determine μ_{bal}, $A_{s\,(bal)}$, $A_{s\,max\,all.}$ and $A_{s\,(min)}$

23 - Determine the stresses in a rectangular double reinforced section subjected to an ultimate moment of 360 m.kn. given t = 600 mm, b = 250 mm , A_s =2400 mm^2, A'_s = 700 mm^2.

24- Calculate the ultimate moment capacity in a reinforced concrete section of 300 mm width and 800 mm total depth. A_s = 7 Φ 25, A'_s = 2 Φ 22, f_{cu} = 30 N/mm^2 , and f_y = 400 N/mm^2.

25– Solve problem 24 if $A_s = 7\ \Phi\ 22$, $A'_s = 2\ \Phi\ 22$, $f_{cu} = 25\ N/mm^2$, and $f_y = 360\ N/mm^2$

26- Why do we consider most of the beams as T or L-beams between the supports and rectangular beams over the support of continuous span ?

27- Draw cross-section of a beam with top slab and show the actual width and effective width of the T-beam.

28- Define "effective width" of flanged beams.

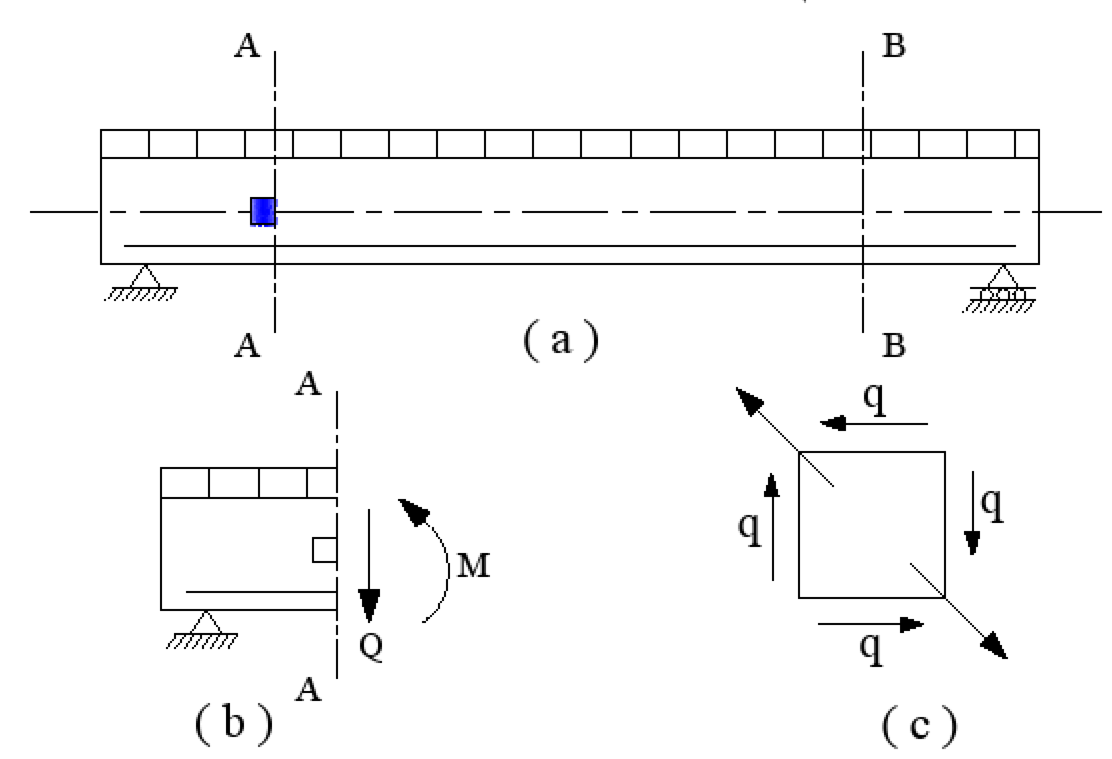
29- Write the expressions of effective widths of T and L-beams and isolated beams.

30- Is it common to use compression reinforcement in T- beam ? If yes when ?

الباب السابع

مقاومة القص في الكمرات الخرسانية المسلحة
Design for Shear in Reinforced Concrete Beams

تتعرض الكمرات الخرسانية لأحمال رأسية و هذه لاحمال تسبب عزوم انحناء (bending moments) وقوي قص (shearing force). وتعتبر الخرسانة جيدة في مقاومة اجهادات القص الناتجة عن قوي القص ولذلك فإن قوة القص لا تمثل أي مشكلة في حد ذاتها, ولكن اجهادات الشد الرئيسية (principal tensile stresses) الناتجة عن اجهادات القص (shear stresses) المشاركة مع الاجهادات العمودية (normal stresses). تمثل هذه الاجهادات مشكلة كبيرة لأن من المعلوم أن الخرسانة ضعيفة في مقاومة الشد. ولذلك فإن اجهادات الشد الرئيسية يمكن أن تسبب شروخا في الكمرات الخرسانية وتؤدي بالتالي الي انهيارها اذا لم يتم مقاومتها بتسليح الكمرات بطريقة تقاوم هذه الاجهادات.

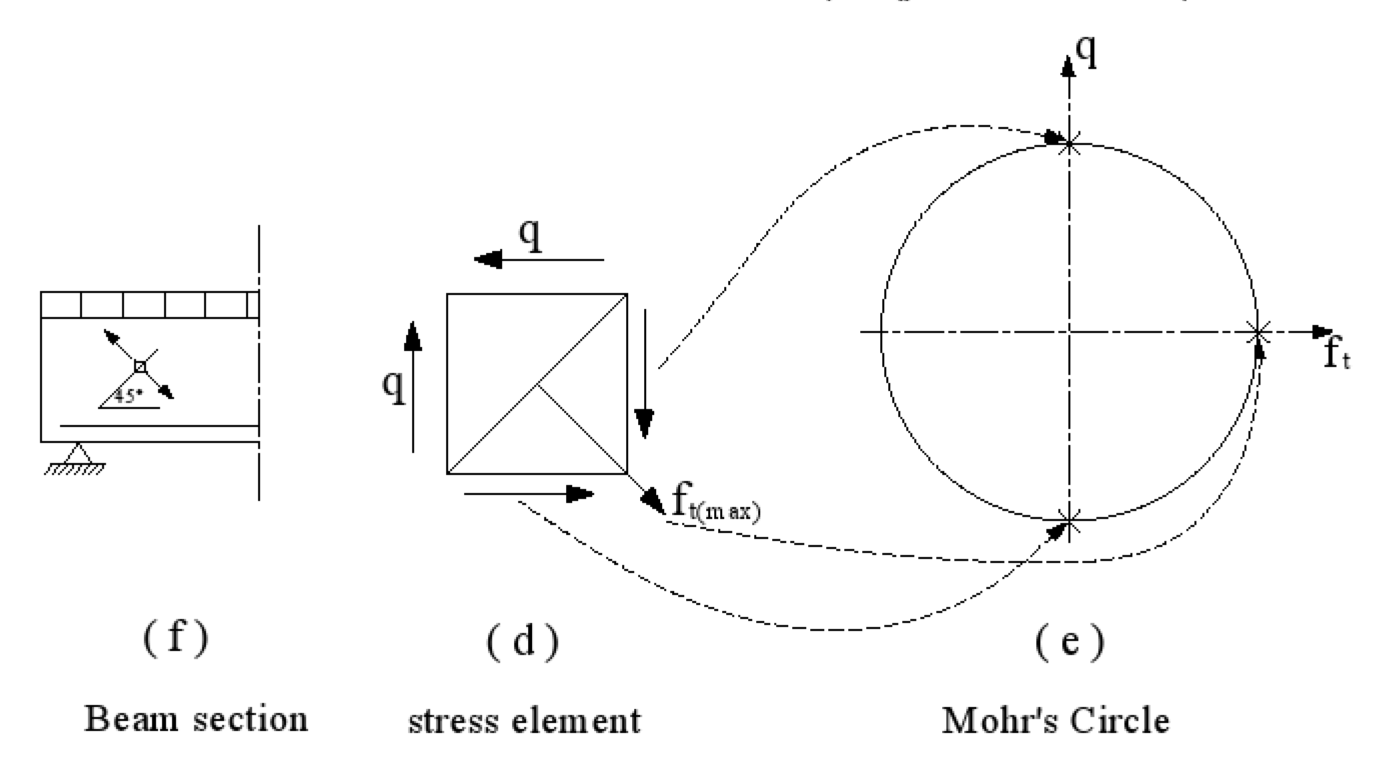


شكل (7-1) اجهادات الشد القطري نتيجة اجهادات القص في الكمرات الخرسانية:

7-1- اجهادات الشد القطري نتيجة اجهادات القص في الكمرات الخرسانية:
Diagonal Tension due to Shear:

ولتوضيح كيفية تكون اجهادات الشد نتيجة اجهادات القص. نعتبر الكمرة الموضحة في شكل (7-1-a) والمعرضة لأحمال عرضية. بأخذ مقطع رأسي في الكمرة وفصل الجزء الايمن تظهر القوي الداخلية و هي عزم الانحناء M ةوقوي القص Q . بأخذ عنصر متناهي الصغر عند مستوي محور التعادل (neutral axis) واظهار الاجهادات المؤثرة عليه (اجهادات القص فقط) كما هو موضح بالشكل (7-1-c). ثم برسم دائرة موهر

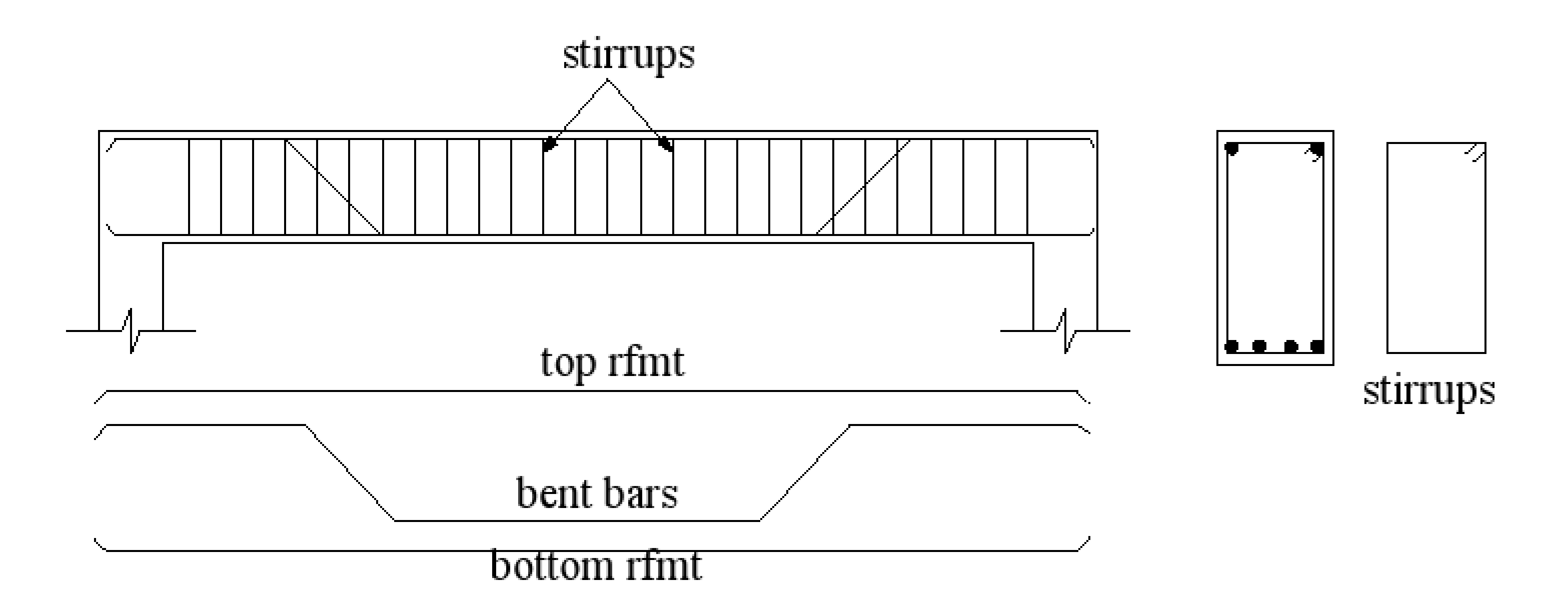
للاجهادات (Mohr's Circle) نجد أن أقصي اجهاد شد ($f_{t\ max}$) يكون مساويا لاجهاد الضغط (q) ويكون مائلا بزاوية مقدار ها 45° ويطلق علي اجهادات الشد الرئيسي اسم الشد القطري (diagonal tension) لأنها تكون في اتجاه القطر بالنسبة للعنصر الموضح بالشكل (7-1) ومائلة بزاوية 45° . واذا اخذنا مقطعا آخر B-B عند الطرف الآخر من الكمرة يحدث نفس الشئ ولكن زاوية ميل اجهاد الشد القطري تكون مائلة بزاوية 135° أي متعامدة علي اجهاد الشد القطري في الطرف الاخر من الكمرة وذلك لأن اجهادات القص مختلفة في الاشارة عند الطرفين. ويلاحظ أن اجهادات القص تتناقص من احد الطرفين حتي تصل الي الصفر ث تتزايد مرة اخري حتي تصل الي اكبر قيمة لها عند نهايتي الكمرة وذلك في حالة الكمرة الموضحة بالشكل(7-1) وعموما فإن اجهادات الشد القطري تكون مماثلة لبياني قوي القص بالكمرات.



شكل (7-2) اجهادات الشد الرئيسى الناتجة عن إجهادات القص

واجهادات الشد القطري (diagonal tension) يمكن أن تسبب شروخا قطرية أي مائلة بزاوية 45° تقريبا علي محور الكمرة والتي يمكن أن تؤدي الي انهيار الكمرة الخرسانية اذا لم تتخذ الاحتياطات اللازمة لمقاومة قوي الشد القطري بتسليح الكمرة بتسليح القص(web reinforcement).

ولمقاومة اجهادات الشد الرئيسي يتم تسليح الكمرات بكانات (stirrups) أوْ بحديد تسليح مائل (bent bars) في اتجاه الشد القطري أو كليهما كما هم موضح بالشكل(7-3).



شكل (7-3) تسليح الكمرات الخرسانية بالكانات والتسليح المائل لمقاومة قوى القص

ويلاحظ أنه يمكن حساب قوي الشد الرئيسي من معادلات الاجهادات الرئيسية بدلا من دائرة مور كما يلي:

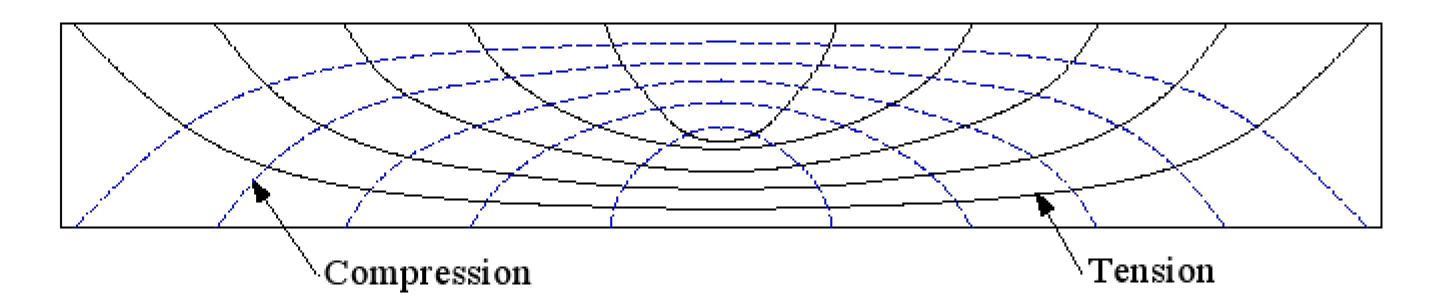
$$f_{1,2} = \frac{f_x + f_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{f_x - f_y}{2}\right)^2 + q_{xy}^2} = \pm\ q_{xy}$$

نظرا لأن العنصر الموضح فى شكل (7-1) لا تؤثر عليه أي اجهادات عمودية (f_x , f_y) وبذلك يكون اقصي اجهاد شد مساويا لـ q وأقصي اجاد ضغط مساويا لـ q . ونظرا لأن الخرسانة ذات مقاومة جيدة في الضغط وضعيفة في الشد فإنها تنهار في الشد. ولتحديد اتجاه الشد الرئيسي تستخدم المعادلة:

$$\tan 2\theta = \frac{-q_{xy}}{\frac{f_x + f_y}{2}} = \infty \quad \rightarrow \quad 2\theta = 90^\circ \quad \rightarrow \quad \theta = 45^\circ$$

أي أن الشد الرئيسي يميل بزاوية مقدارها 45° كما سبق توضيحه.

واذ تم حساب الاجهادات الرئيسية للكمرة الموضحة بالشكل (7-1) عند مواضع مختلفة وتم توصيل اجهادات الشد المتساوية واجهادات الضغط المتساوية نحصل علي الشكل التالي لاجهادات الشد (المستمرة) واجهادات الضغط (المتقطعة).

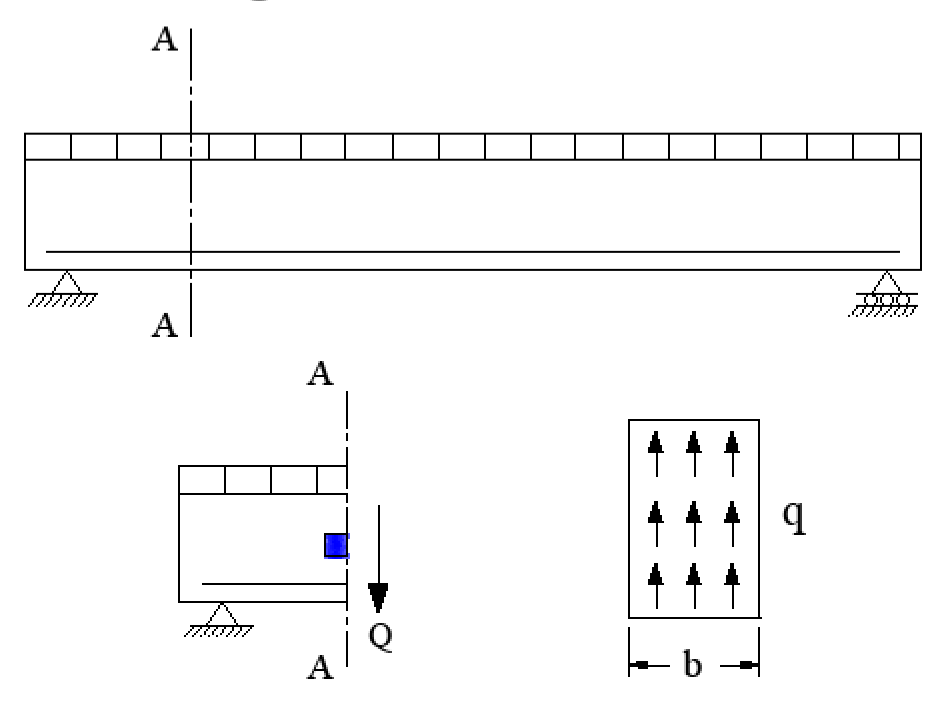


شكل (7-4) إجهادات الشد والضغط فى كمرة خرسانية بسيطة

وعند تصميم الكمرات يتم تصميم الكمرة لمقاومة عزم الانحناء أولا ثم يتم تصميم التسليح اللازم لمقاومة اجهادات القص اذا كان هناك ضرورة لذلك. وعموما فإن المتحكم في سلوك الكمرات أو انهيار ها عند زيادة الاحمال عن الحمل التصميمي يكون محكوما بمقاومتها لقوي القص وذلك لأنه من الصعب توقع انهيار الكمرات نتيجة لقوي القص لأن الانهيار نتيجة القص يحدث فجائيا وترخيم الكمرات المصاحب لانهيار الكمرات يكون صغيرا ويصعب ملاحظته.

7-2- اجهادات القص نتيجة قوي القص المؤثرة علي الكمرات:

Shear Stresses due to Shearing Force:



شكل (7-5) إجهادات القص فى كمرة خرسانية بسيطة

في حالة كمرة معرضة لأحمال موزعة كما هو موضح بالشكل فإن قوي القص الخارجية تقاوم داخليا باجهادات قص وعروف أن اجهادات القص نتيجة لقوي القص يتم حسابها من المعادلة:

$$q = \frac{Q.S_x}{I_x.b}$$

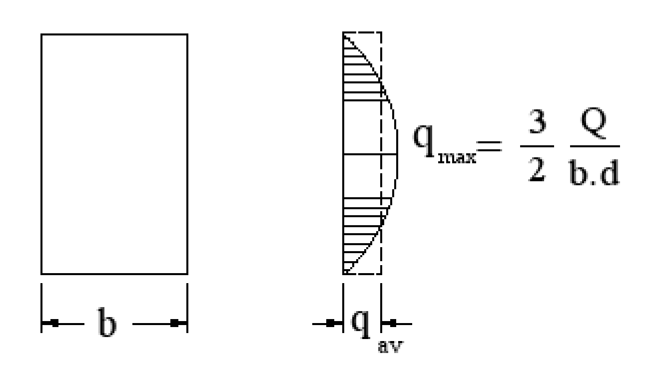
q : Shear Stress.

Q : Shear Force.

S_x : First statical moment of area above the level considered about the centroidal axis.

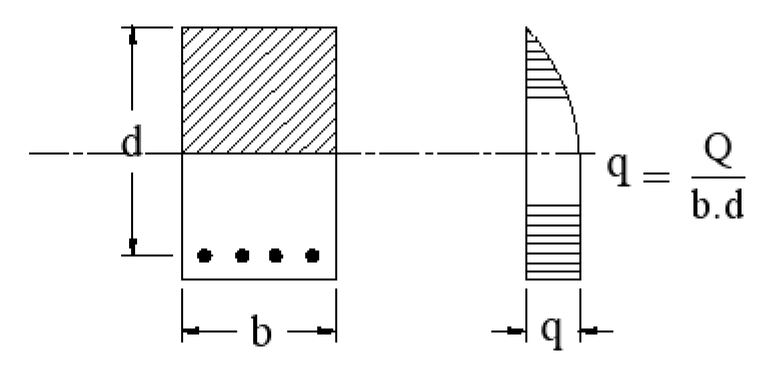
I_x : The second moment of area.

b : width of section at level considered



شكل (7-6) توزيع إجهادات القص على المقطع الخرسانى كاملا

ويكون توزيع اجهادات القص كما هو موضح بالشكل (7−6) أما في حالة المقطع الخرساني المتشرخ فيكون اجهاد القص كما يلي:



شكل (7-7) توزيع إجهادات القص فى مقطع خرسانى بعد تشرخه

7−3− تصميم الكمرات لمقاومة قوي القص Design to resist shear force :

تقاوم الخرسانة اجهادات القص وقيمة هذه المقاومة يحددها الكود بالمعادلة التالية:

$$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \quad N/mm^2, \quad \gamma_c = 1.50$$

$$q_{cu} = 0.19 \sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2$$

و هي قيمة اجهادات القص التي يمكن لقطاع الكمرة الخرسانية مقاومته بأمان. وعند تصميم الكمرات الخرسانية لمقاومة اجهادات القص لفإنه يتم مقارنة اجهادات القص الناتجة عن الاحمال (q_u) بمقاومة الخرسانة القصوي لاجهادات القص (q_{cu}). و هناك ثلاثة حالات:

1- الحالة الأولي $q_u < q_{cu}$:

وفي هذه الحالة يتم تسليح الكمرة بتسليح القص الادني كما يلي:

$$A_{st(minimum)} = \frac{0.35}{f_y/\gamma_s} \, . \, b \, . \, s$$

A_{st} : area of branches of one Stirrup.

b : Beam width.

f_y : Yield Stress of stirrup steel.

γ_s : Strength reduction factor of steel.

s : Spacing between stirrups.

كما ينص الكود علي ألا تقل نسبة تسليح القص عن القيم التالية:

For mild steel (24/35):

$$A_{st(minimum)} = (0.15/100) . b . s$$

For high grade steel :

$$A_{st(minimum)} = (0.10/100) . b . s$$

2- الحالة الثانية $q_{u\,max}$ > q_u > q_{cu} :

حيث:

$$q_{u\,max} = 0.70 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \qquad N/mm^2$$

$$= 0.57 \sqrt{f_{cu}} \qquad \leq 3.0\ N/mm^2$$

في هذه الحالة يتم تسليح الكمرة لمقاومة اجهادات القص = $(q_u - 0.5q_{cu})$ وعادة يكون تسليح القص عبارة عن كانات أو تسليح مائل (bent up bars) وهو جزء من التسليح الرئيسي لمقاومة العزوم كما هو موضح بالشكل رقم(7-3).

بحساب اتزان الإجهادات :

$$q_u = 0.5q_{cu} + q_{su}$$

$$q_{su} = q_u - 0.5q_{cu}$$

$$Q_{cu} = q_{cu} . b. d$$

وبحساب اتزان القوى

$$Q_u = 0.5Q_{cu} + Q_{su}$$

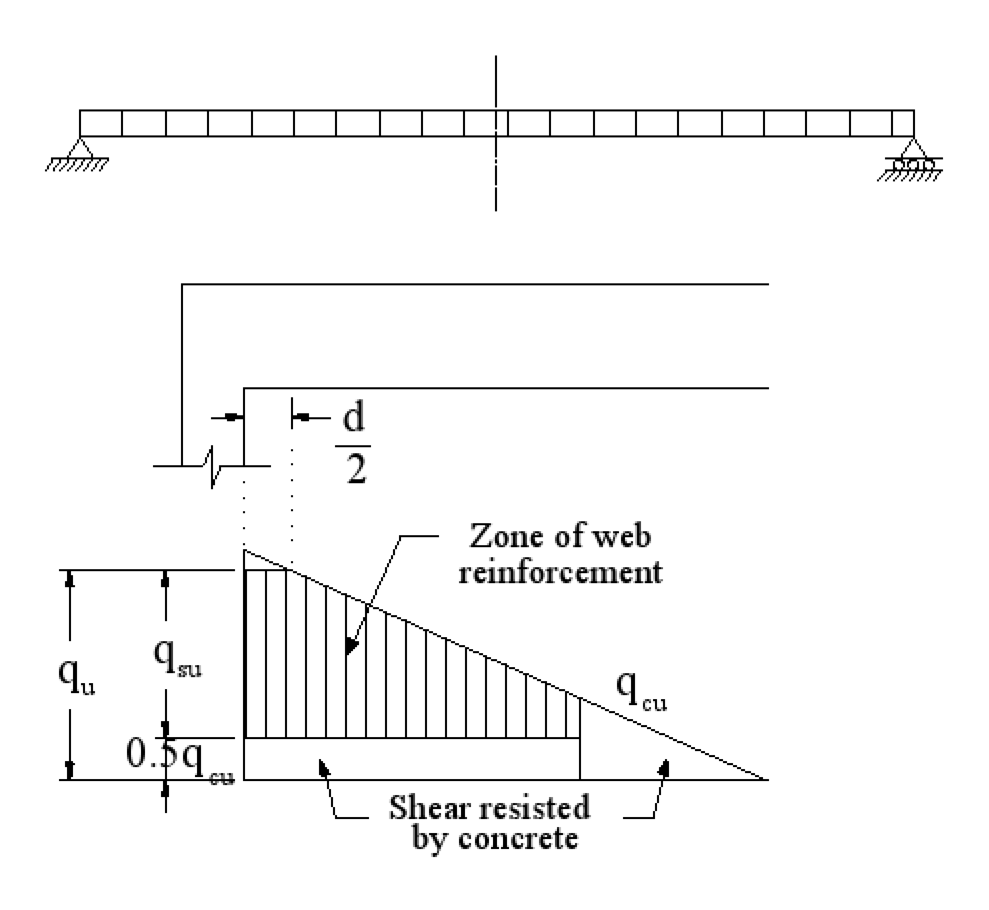
$$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$$

حيث:

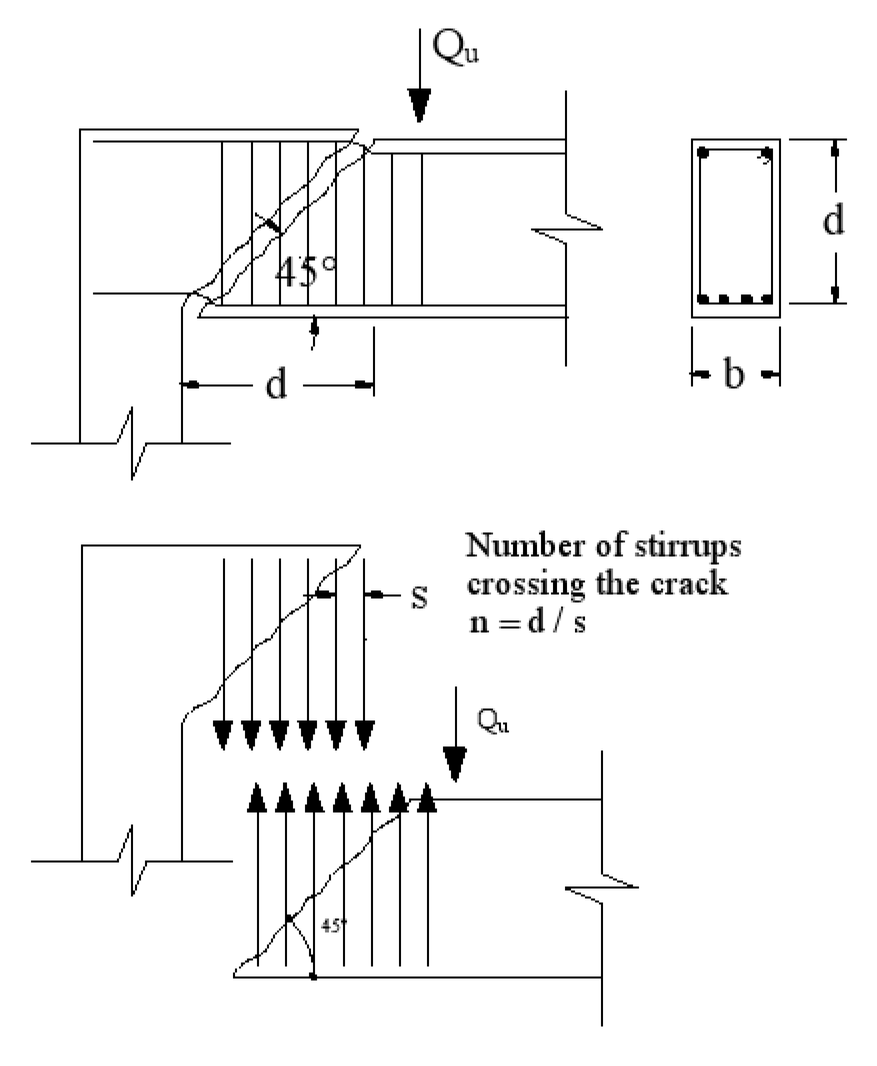
$$Q_u = q_u . b. d$$

$$Q_{cu} = q_{cu} . b. d$$

$$Q_{su} = q_{su} . b. d$$



شكل (7-8) توزيع إجهادات القص بين الخرسانة وحديد التسليح



شكل (7-9) مقاومة قوى القص بالكانات الرأسية

وبالرجوع الي الشكل (7-9) نجد أن مقاومة قوي القص بواسطة تسليح القص (الكانات) يمكن حسابها من المعادلة التالية:

$$Q_{su} = A_{sv} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot n$$

$$= A_{sv} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot \frac{d}{s}$$

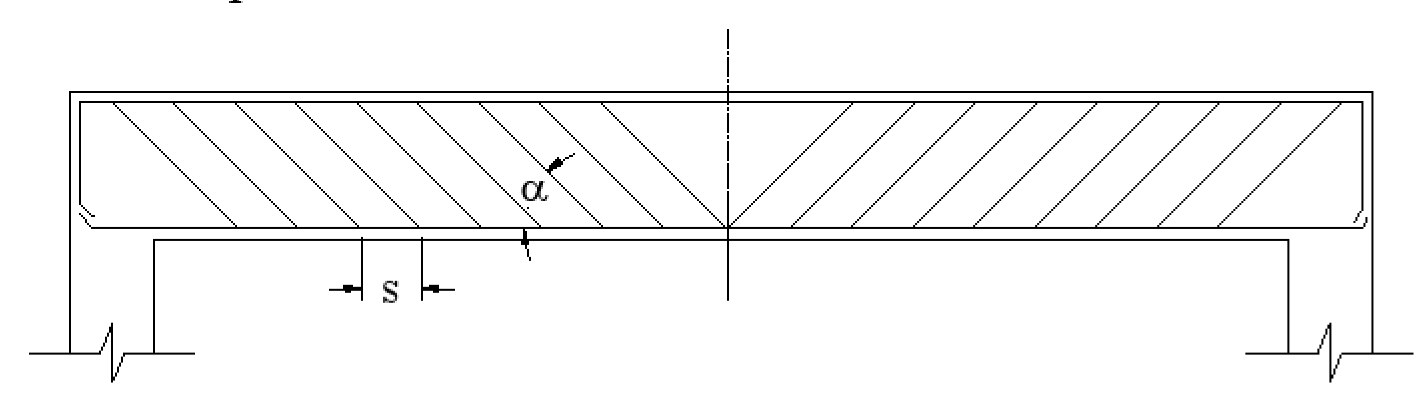
$$s = \frac{A_{sv} . f_y . d}{Q_{su} . \gamma_s} = \frac{A_{sv} . f_y . d}{q_{su} . b . d . \gamma_s} = \frac{A_{sv} . f_y}{q_{su} . b . \gamma_s}$$

n : number of stirrups affected by the crack.

s : Spacing between stirrups.

A_{sv} : The area of stirrups branches resisting shear. i.e for two branch stirrup, it is twice the area of bar.

d : Effective depth of the beam section.



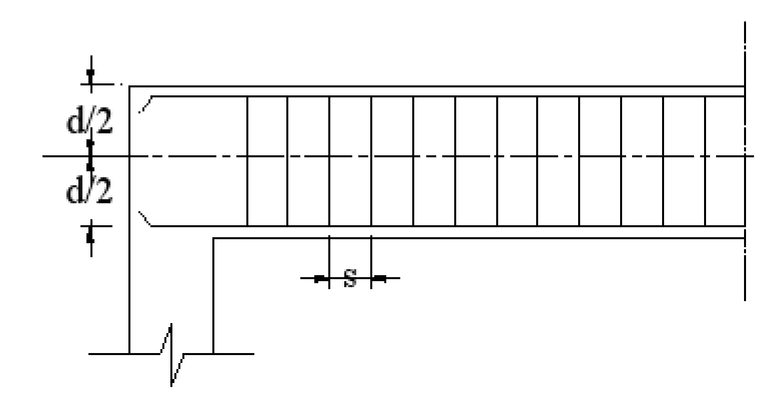
شكل (7-10) توزيع الكانات المائلة فى كمرة بسيطة

بالنسبة للكانات المائلة أو حديد التسليح الرئيسي المائل

$$s = \frac{A_{sv} . f_y . d}{Q_{su} . \gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha) = \frac{A_{sv} . f_y}{q_{su} . b . \gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

for an angle (α) of 45°.

$$s = \sqrt{2} \, \frac{A_{sv} . f_y . d}{Q_{su} . \gamma_s} = \sqrt{2} \, \frac{A_{sv} . f_y}{q_{su} . b . \gamma_s}$$

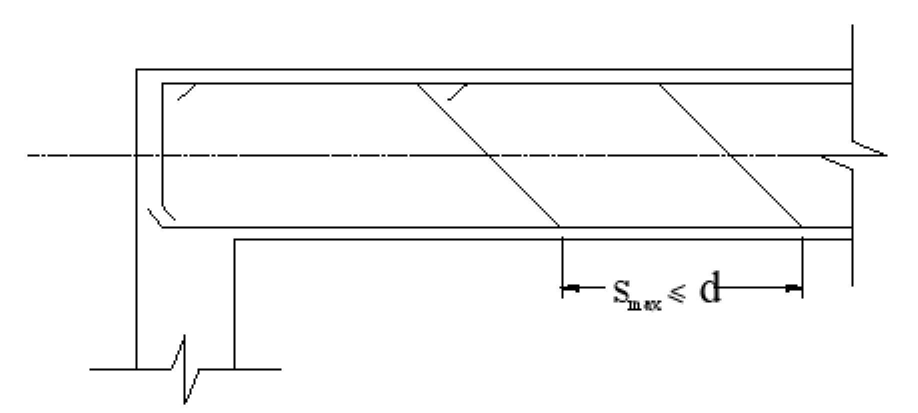


شكل (7-11) كمرة مسلحة بكانات رأسية

ولضمان عدم حدوث شروخ بـالكمرات الخرسـانية بين الكانـات فـإن الكود ينص علـي عدم زيـادة المسـافة بين الكانات الرأسية عن نصف العمق الفعال للكمرة أو 300 مم أيهما أقل.

$$s_{max} \leq \frac{d}{2} \leq 300 \text{ mm}$$

كما أنه في حالة الكانات المائلة أو التسليح الرئيسي المائل لمقاومـة قوي القص (bent bars) فإن المسافة بين صفوف هذا التسليح لاتزيد عن عمق الكمرة الفعال $s_{max} \leq d$.



شكل رقم (7-12) كرة ذات تسليح مـائل (مكسح) (bent bars)

ويلاحظ أنه في جميع الحالات لابد من تسليح الكمرات بالحد الادنـي من الكانـات المذكورة سابقا ولا يكتفي فـى أي حال بالتسليح المائل فقط.

ويشترط الكود أنه في حالـة استخدام كانات مائلـة أو جزء من التسليح الرئيسي مائل يشترط ألا تقل زاويـة الميل مع محور الكمرة عن 30^{o} .

وفي حالة استخدام جزء من التسليح الرئيسي مائل لمقاومة قوي القص فلابد من استخدام الحد الادني من الكانات مع هذا التسليح المائل. ولذلك لا يسمح الكود باستخدام جزء من التسليح الرئيسي المائل لمقاومة قوي القص بمفرده.

$$Q_{su} = Q_{sus} + Q_{sub}$$

وفي حالة استخدام صف واحد من حديد التسليح مائلا لمقاومة قوي القص فإن هناك حدا لا يجب تجاوزه لقوي القص التي يقاومها هذا التسليح. وتستخدم المعادلة التالية لحساب مساحة التسليح المائل المستخدم لمقاومة قوي القص:

$$Q_{sub} = A_{sb} \, . \, \frac{f_y}{\gamma_s} . \sin \alpha$$

بشرط

$$Q_{sub} \leq 0.24 \sqrt{f_{cu} / \gamma_c} \; . \, b \, . \, d$$

3- الحالة الثالثة $q_u > q_{cu\,max}$:

في هذه الحالة لابد من زيادة أبعاد المقطع الخرساني بحيث لاتزيد قيمة q_u عن $q_{cu\,max}$.

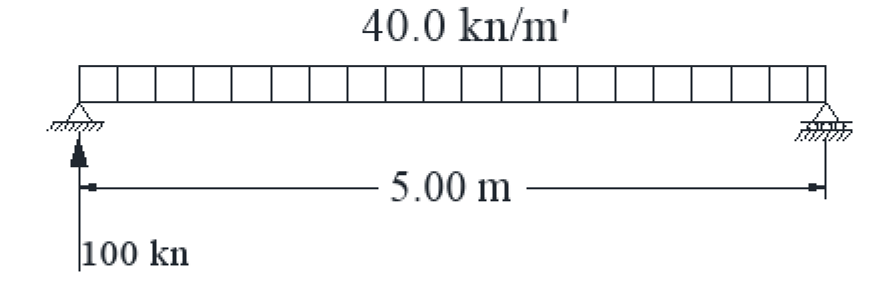
ويلاحظ أن في جميع الحالات السابقة يتم حساب Q_u علي بعد $\frac{d}{2}$ من الركيزة لأن هذا الوضع هو الذي يحدث به أكبر قوة قص.

Example (7-1):

Design the shear reinforcement for the shown beam.

beam width = 250 mm , beam depth = 550 mm

f_{cu} = 20 N/mm^2 , $f_{y(stirrups)}$ = 240 N/mm^2



***Solution*:**

$$Q_u = 100 - \frac{0.50}{2} x40 = 90 \text{ kn}$$

$$q_u = \frac{90x1000}{250x500} = 0.72 \text{ N/mm}^2$$

$$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} = 0.24 \sqrt{20/1.50} = 0.87 \text{ N/mm}^2$$

$q_u < q_{cu}$ $\therefore$ provide minimum stirrups.

$$\text{Minimum spacing} = \frac{500}{2} = 250 \text{ mm} < 300 \text{ mm}$$

$$A_{sv} = \frac{0.35}{f_y/\gamma_s} . b . s$$

$$= \frac{0.35}{240/1.15} . 250 . 250 = 104.8 \text{ mm}^2$$

For stirrups of 2 legs, area of one leg = 104.8/2 = 52.4 mm^2

ϕ8 is enough (area of one bar = 0.502 cm^2)

$\therefore$use Φ 8mm @ 25 cm or use 4 Φ 8/m'.

Example (7-2):

Solve the previous example if the ultimate distributed load is 70 kn/m'.

Solution:

$Q_u = \frac{1}{2} x5x70 - \frac{0.50}{2} x70 = 157.5$ kn , $q_u = \frac{157.5x1000}{250x500} = 1.26$ N/mm^2

$q_{cu} = 0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} = 0.24 \sqrt{20/1.50} = 0.87$ N/mm^2

$Q_{cu} = q_{cu}$ x b x d =0.87 x 250 x 500 =108750 N =108.75 kn < Q_u

$q_{cu\,max} = 0.57 \sqrt{f_{cu}} = 0.57 \sqrt{20} = 2.55$ kn

$q_u < q_{cu\,(max)}$ O.K

$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$

$= 157.5 - 0.50 \text{ x } 108.75 = 103.13$ kn

$$s = \frac{A_{sv}.f_y.d}{Q_{su}.\gamma_s}$$

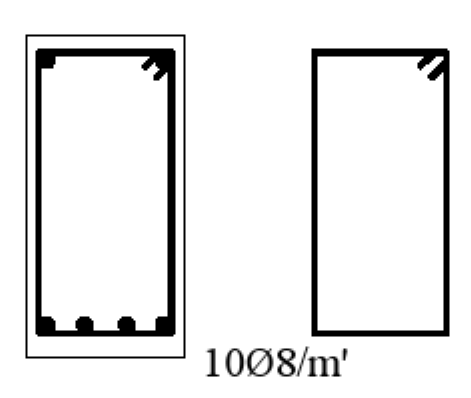
يلاحظ أن هذه المعادلة بها مجهولان ولذلك يتم اختيار أحدهما s أو A_{sv} ويتم تحديد الآخر من المعادلة, فإذا تم اختيار ϕ8 بفرعين two branches وبالتالي تكون المساحة A_{sv} = 100 mm^2 .

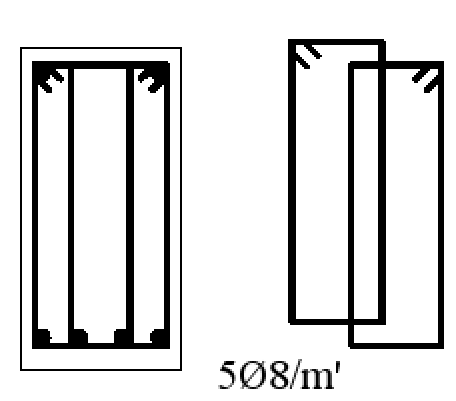
$$s = \frac{2x50x.240x500}{103130x1.15} = 101.2 \text{ mm} \approx 100 \text{ mm}$$

أما اذا تم اختيار ϕ8 بأربعة فروع وبالتالي تكون المساحة A_{sv} = 200 mm^2 .

$$s = \frac{4x50\ \ x.240x500}{1031130\ x1.15} = 202.4 \text{ mm} \approx 200 \text{ mm}$$

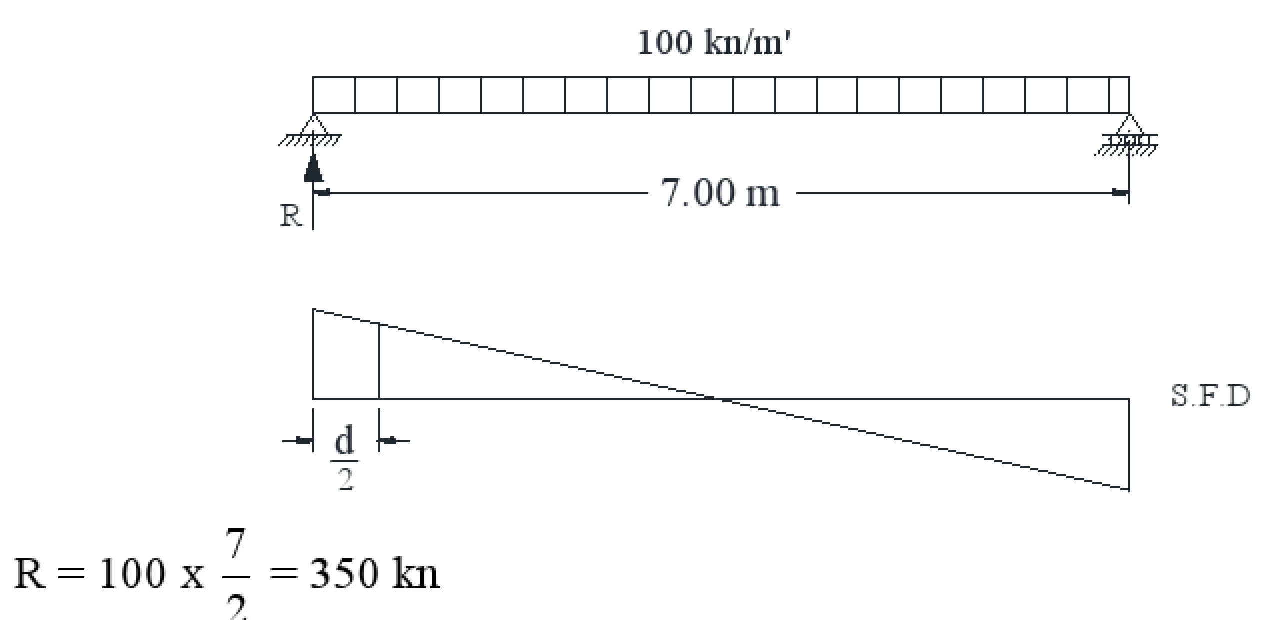
وفي هذه الحالة يمكن استخدام كانة بفرعين ϕ8 كل 125.0 مم أو كانة ϕ8 بأربعة فروع كل 200 مم .





Example (7-3):

A simply supported rectangular beam 300 mm width having an effective depth of 700 mm carries a total factored load of 100 kn/m' on a 7.00 m clear span. It is reinforced with 6400 mm^2 of tensile steel. If f_{cu} = 25 N/mm^2 determine the required length to be reinforced for shear.



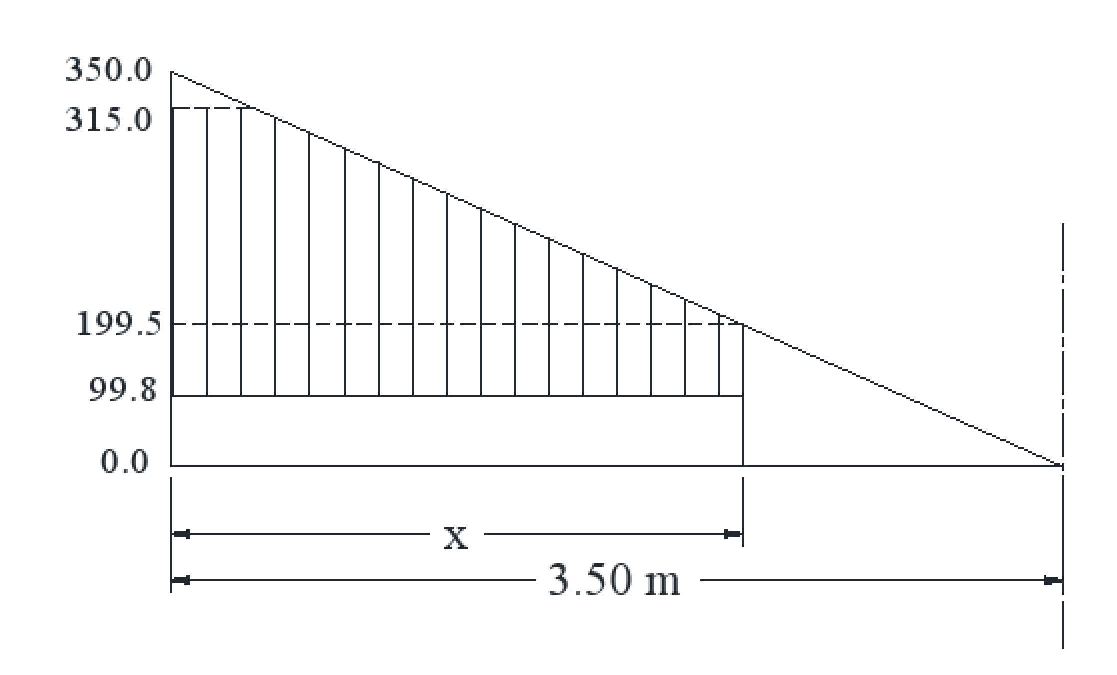
$$R = 100 \text{ x } \frac{7}{2} = 350 \text{ kn}$$

$$Q_u = 350 - 100 \text{ x } \frac{0.7}{2} = 315.0 \text{ kn}$$

$$q_{cu} = 0.19 \sqrt{25} = 0.95 \text{ N/mm}^2$$

$$Q_{cu} = 0.95 \text{ x } 300 \text{ x } 700 = 199.5 \text{ kn} < Q_u$$

$$Q_{cu\,max} = 0.7 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \text{ . b . d } = 0.7 \sqrt{25/1.5} \text{ x } 300 \text{ x } 700 = 600.0 \text{ kn} > Q_u$$



$x = \frac{350-199.5}{350}$ x 3.50 = 1.50 m

using stirrups ϕ10 mm two branches

f_y = 240 N/mm^2

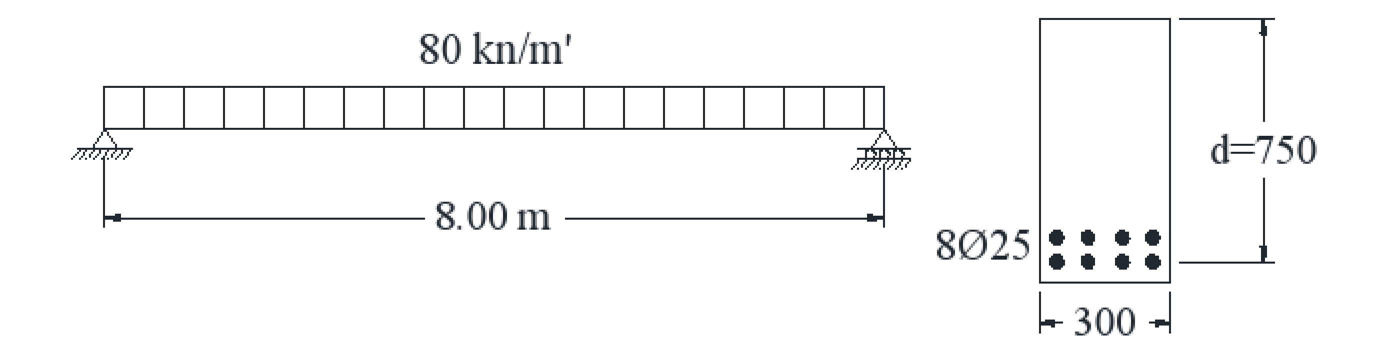
Q_{su} = 315.0 – 0.50 x 199.5 = 215.0 ton

$$s = \frac{A_{sv}.f_y.d}{Q_{su}.\gamma_s} = \frac{2x78.5x240x700}{215000x1.15} = 106.7 \text{ mm}$$

use ϕ10 @ 100 mm or use 10 ϕ10/m'

Example (7-4):

For the shown beam, use one raw of bent up bars to resist the shearing force. f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2



Solution:

$Q_u = \frac{80x8}{2} - \frac{1}{2}$ x 80 x 0.75 = 290 kn

$Q_{cu} = 0.24\sqrt{f_{cu}/\gamma_c}$. b . d = $0.24\sqrt{25x1.5}$ x 300 x 750 = 217.8 kn

$Q_{cu\,max} = 0.7\sqrt{f_{cu}/\gamma_c}$. b . d = $0.7\sqrt{25x1.5}$ x 300 x 750 = 630.9 kn

$Q_{cu} < Q_u < Q_{cu\,max}$

$Q_{su} = Q_u - 0.5Q_{cu}$

= 290 – 0.50 x 217.8 = 181.1 kn

في حالة استخدام صف واحد مائل من التسليح الرئيسي لمقاومة قوة القص بفرض $\alpha = 45^o$.

$$Q_{sub} = A_{sb} \cdot \frac{f_y}{\gamma_s} \cdot \sin \alpha$$

$$181100 = A_{sb} \text{ x } \frac{360}{1.15} \text{ x } \frac{1}{\sqrt{2}} = 818 \text{ mm}^2$$

$$\text{No. of bars} = \frac{818}{491} = 2 \text{ bars}$$

$$0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \cdot b \cdot d = 0.24 \sqrt{25x1.5} \text{ x } 300 \text{ x } 750 = 217.8 \text{ kn}$$

$$Q_{su} < 0.24 \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \cdot b \cdot d \quad \text{O.K}$$

برغم استخدام حديد مائل لمقاومة قوي القص لابد من استخدام كانات لا تقل عن الحد الادني الذي حدده الكود.

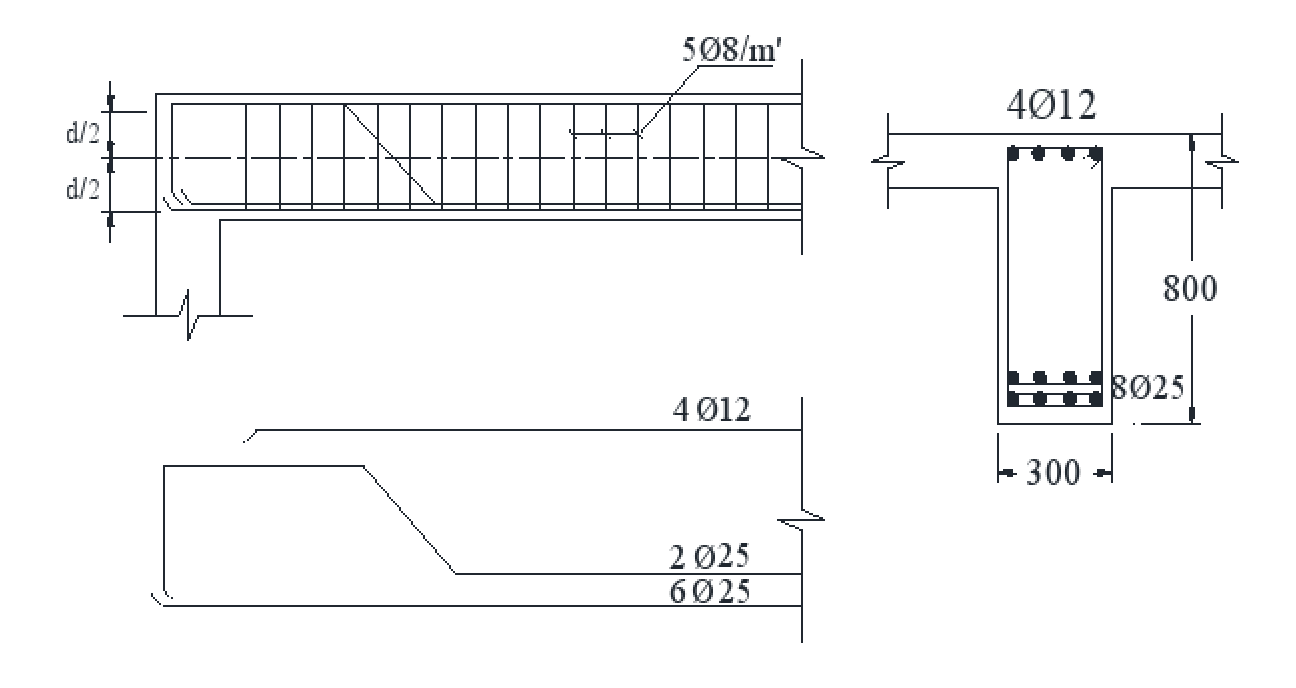
بفرض $s = 200$ mm .

$$A_{sv(min)} = \frac{0.35}{f_y/\gamma_s} \cdot b \cdot s$$

$$= \frac{0.35}{240/1.15} \cdot 300 \cdot 200 = 100 \text{ mm}^2$$

$\therefore$use ϕ8mm @ 200 mm or use 5ϕ8/m'.

يلاحظ أنه يمكن استخدام ثلاثة أسياخ بدلا من أثنين.



Chapter (7) – Problems

1- The simply supported beam spans 6 m, support width 400 mm, w_D= 20 kn/m', w_L= 30 kn/m' , f_y = 240 N/mm^2 and f_{cu} =25 N/mm^2 , f_{ys} = 240 N/mm^2. Design a vertical stirrup.

2- Redesign the beam in problem (1) for stirrup at the middle half of span.

3- Given a simply supported beam with a load w_D = 27 kn/m' (including self-weight) and a live load w_L = 36 kn/m', f_{cu} = 30 N/mm^2 , f_y = 240 N/mm^2 , f_{ys} = 240 N/mm^2 d = 540 mm, b = 300 mm, A_s = 3200 mm^2, and L_n = 8.0 m.

4 -A simply supported beam has a clear span L_n= 7.0 m and is subjected to an external uniform service load w_D = 15 kn/m', and live load w_L = 18 kn/m' . Determine the maximum factored shear V_u at the critical section. Design the size and spacing of the diagonal tension reinforcement. Given b = 300 mm , d = 450 mm , t = 500 mm , A_s = 3800 mm^2 , f_{cu} = 30 N/mm^2 , f_y = 400 N/mm^2, f_{ys} = 240 N/mm^2

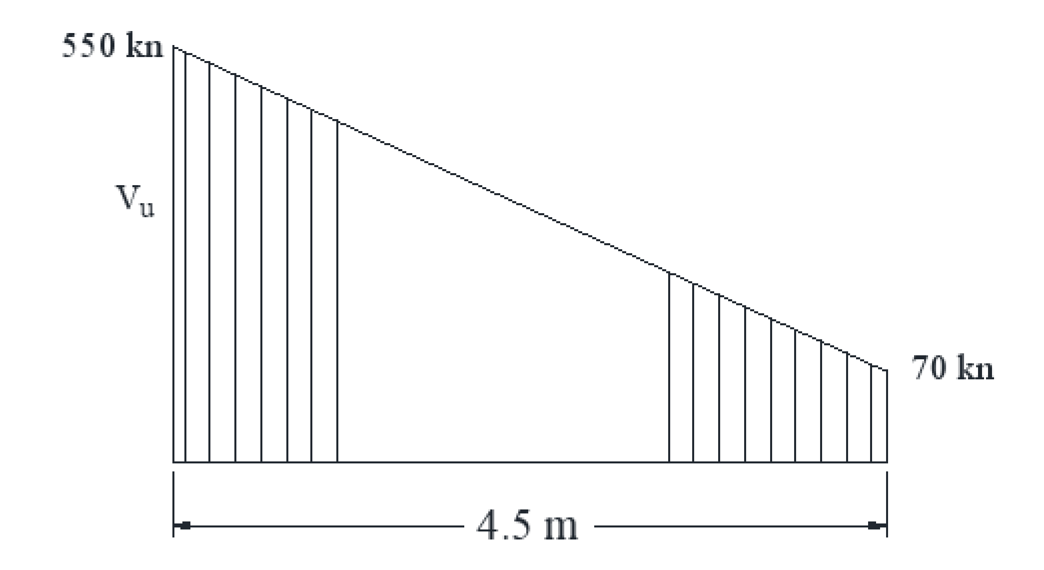
5- A cantilever beam is subjected to a concentrated service live load of 120 kn. acting at a distance of 1.2 m. from the wall support. It crosses section is 250 x 500 mm. with an effective depth d =450 mm. Design the stirrups needed Given f_{cu} = 30 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2, f_{ys} = 240 N/mm^2

6- If Φ 10 bars at an angle of 60° are used as shear reinforcement, determine the spacing, s, between bars, if d = 550 mm , f_{cu} = 25 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2, and f_{ys} = 240 N/mm^2. V_u = 700 kn.

7- If D. L. =30 kn/m' and L. L. = 25 kn/m' for a continuous beam (b = 300 mm, h = 550 mm. and d = 500 mm), design the shear reinforcement. The beam is 8.0 m.

measured center to center of 500 mm . square columns. f_{cu} = 25 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2, and f_{ys} = 240 N/mm^2.

8- For the given shear diagram, design the shear reinforcement for a beam with d = 600 mm. and b = 300 mm. Use f_{cu} = 30 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2, and f_{ys} = 240 N/mm^2. Draw the shear diagram, which shows the shear envelope with type of bars, their spacing and the capacity (V_u). Use at least 3 changes in size and/or spacing of the stirrups.



9- For a simply supported reinforced concrete beam subjected to uniformly distributed load , use combinations of columns A and B to locate :

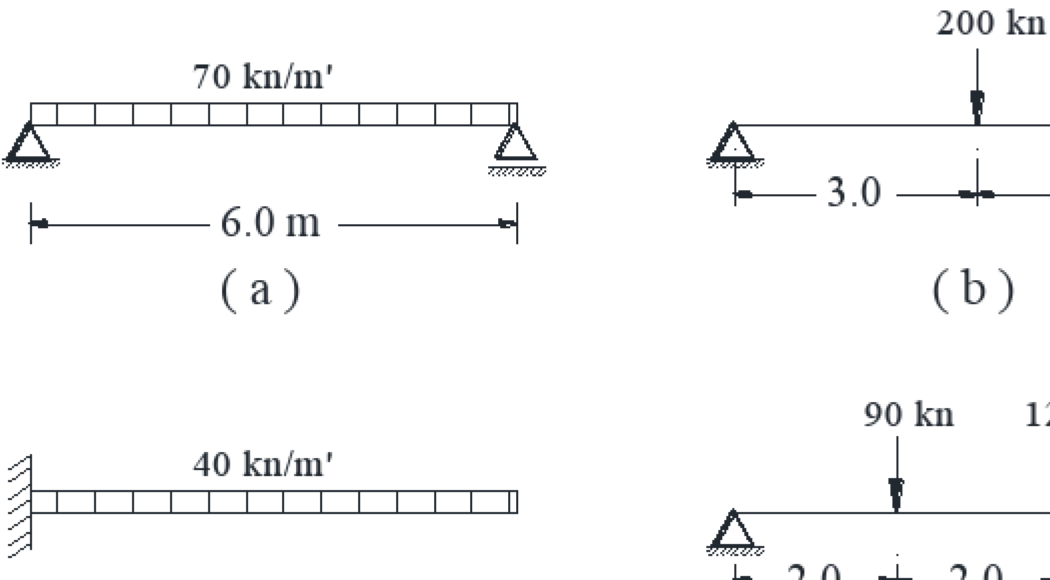
a- Maximum tensile stress.

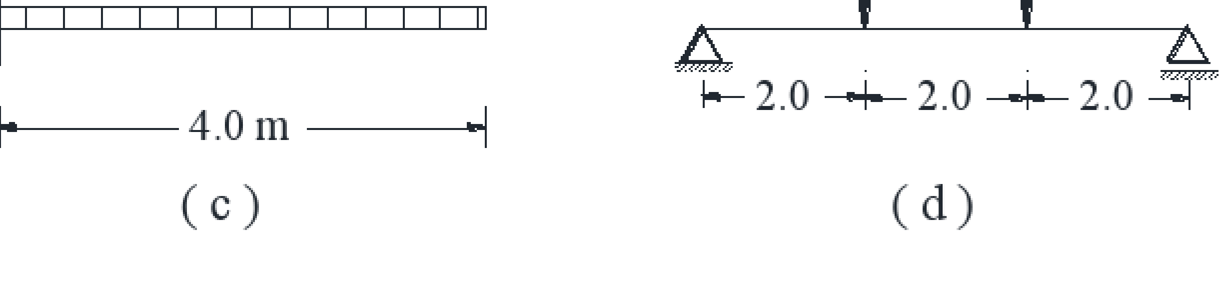
b - Maximum compressive stress.

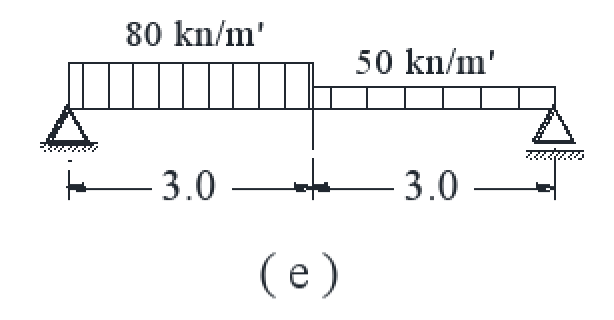
c- Maximum shear stress.

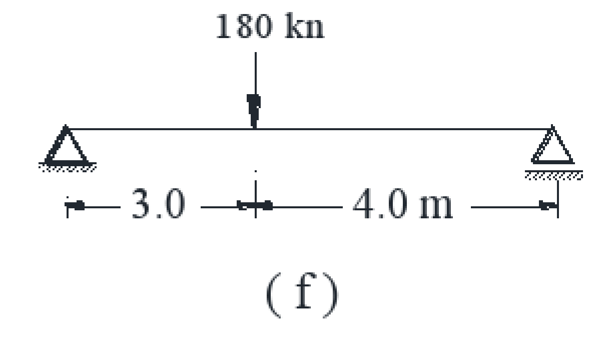
A (horizontal)	B (vertical)
Middle	Top
Third	Middle
End	Bottom

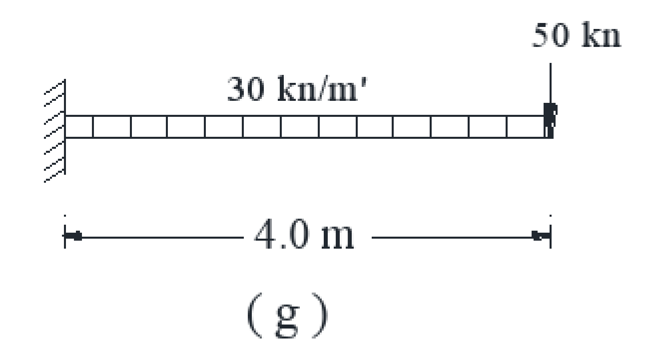
10 - Design the shear reinforcement for the shown beams having a rectangular sections with b = 250 mm. subjected to factored load as shown. f_{cu} = 25 N/mm^2 , f_y = 360 N/mm^2 . f_{ys} = 240 N/mm^2

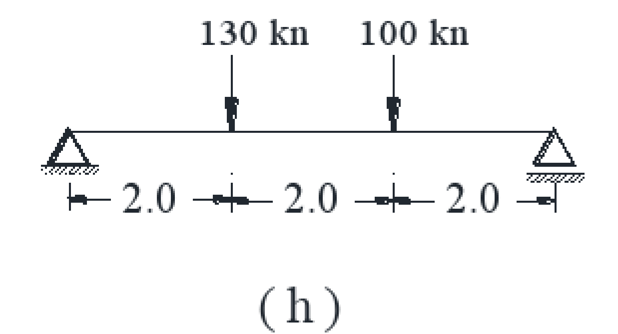












11- Name and explain the three different failure modes of reinforced concrete beams under the combined effects of bending moment and shear force.

12- Define nominal shear stress q_{cu} of rectangular and T-beams of

(i) uniform depth .

(ii) varying depth.

subjected to bending moment and shear force.

13- What is meant by "Design shear strength of concrete q_u ?

14- On what parameters q_{cu} of beams without shear reinforcement depends ? How do you get q_{cu} for different grades of concrete ?

15- How can the maximum shear stress of concrete beams $q_{cu}(max)$ with shear reinforcement is determined ?

16- How do you determine the critical sections for shear in a beam ?

17- When and why do we consider enhanced shear strength of concrete ?

18- How do we determine the minimum shear reinforcement in rectangular and T-beams ? Why do we provide the minimum shear reinforcement ?

19- What are the three different ways to provide shear reinforcement ? Explain the method of design of each of them.

20- State the conditions to be satisfied for the curtailment of tension reinforcement when designing the shear reinforcement.

21- How do we place the vertical stirrups in a beam ?

الباب الثامن

تصميم الكمرات الخرسانية المسلحة

Design of Reinforced Concrete Beams

يتم تصميم الكمرات الخرسانية فى المنشآت الخرسانية لتقاوم الأحمال المؤثرة عليها مثل الوزن الذاتى للكمرات ، والأحمال المنتقلة إليها من البلاطات المرتكزة على الكمرات ، وأحمال الحوائط. وتقوم الكمرات بنقل هذه الأحمال إلى العناصر التى ترتكز عليها سواء كانت أعمدة أو كمرات أخرى.

8-1- الأحمال المؤثرة من البلاطات إلى الكمرات : Load transferred from slabs to Beams

تنتقل الأحمال المؤثرة علي البلاطات الخرسانية إلي الكمرات ثم إلي الأعمدة ومنها إلي القواعد التي ترتكز علي تربة التأسيس . وسوف نتناول في هذا الجزء كيفية حساب قيمة الأحمال المؤثرة علي الكمرات من البلاطات :

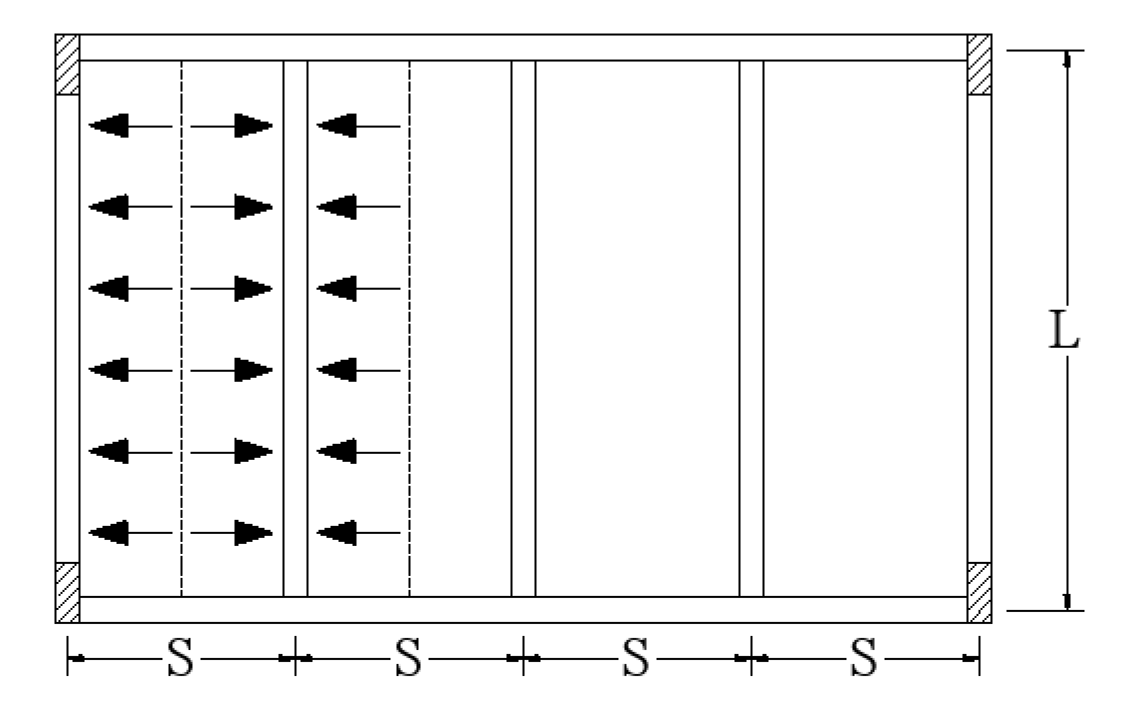
8-1-1-- البلاطات ذات الاتجاه الواحد: One way slabs

و هي البلاطات التي يزيد طولها عن ضعف عرضها أو يساويه

$$L / S \geq 2.0$$

حيث S : طول البلاطة في الاتجاه القصير.

L : طول البلاطة في الاتجاه الطويل .



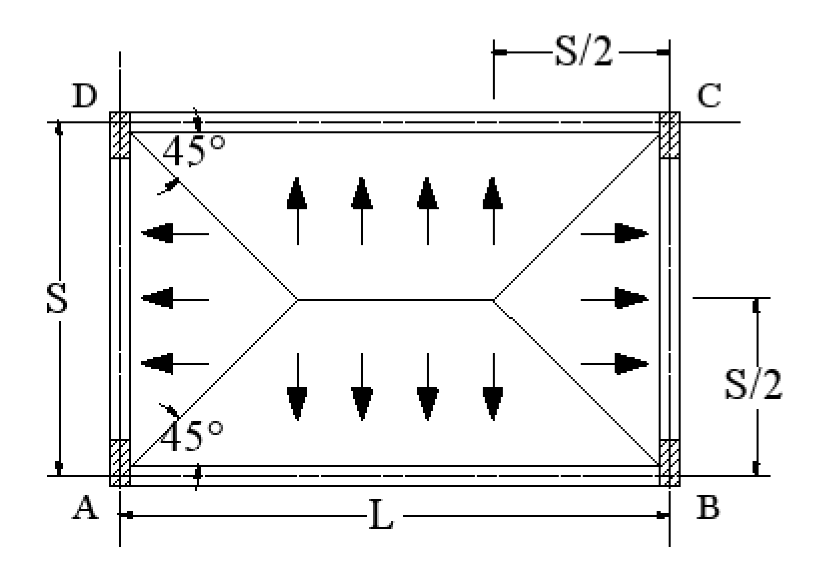
إذا كان الحمل المؤثر علي البلاطة الخرسانية w فان الحمل المؤثرة علي الكمرة يساوي ws لكل متر طولي من الكمرات الوسطية.

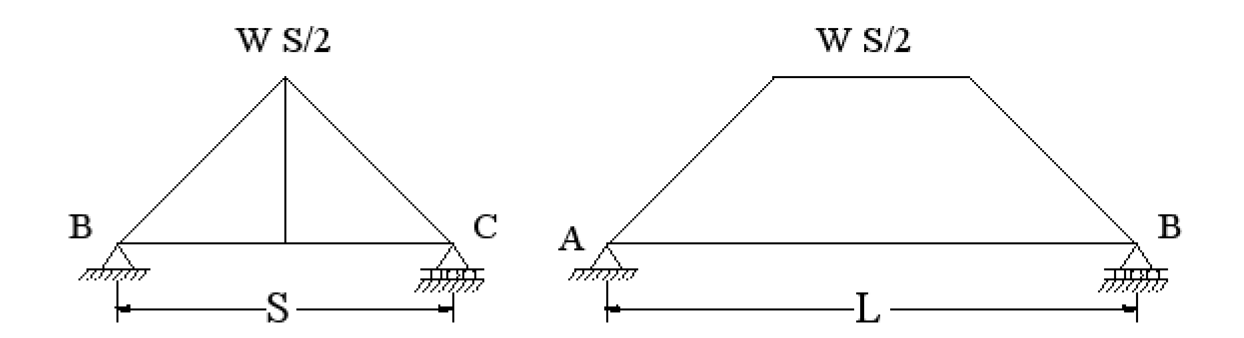
Floor Load = w N/mm^2

Beam Load = w.S kn/m^2

8-1-2- البلاطة ذات الاتجاهين: Two Way Slabs

الحمل علي البلاطة ($w\ kg/\ m^2$) وكما هو موضح بالشكل يكون الحمل المنتقل من البلاطة الي الكمرة BC حمل مثلثي والمنتقل إلي الكمرة AB حمل علي شكل شبه منحرف كما هو موضح بالشكل . ولإمكانية حساب عزوم الانحناء وقوي القص يتم تحويل هذا الحمل غير المنتظم إلي حمل موزع بانتظام وذلك بضرب كثافة الحمل w.S/2 في المعامل β للحصول علي الحمل المكافئ لقوي القص وبضربه في المعامل α للحصول علي الحمل المكافئ لعزوم الانحناء. وتعتمد قيم α و β علي ابعاد البلاطة. ويمكن حساب كل معامل بمساواة قوي القص في حالتي الحمل المنتظم والحمل غير المنتظم وكذلك بالنسبة لعزوم الانحناء.





ويلاحظ أنه بالنسبة للبعد الصغير S أو الكمرات في الاتجاه القصير AD ، BC يتم حساب معامل القص ومعامل عزم الانحناء علي أساس معامل أبعاد البلاطة $m = \frac{L}{S} = 1.0$ أي أن البلاطة مربعة ، أما بالنسبة للبعد الأكبر ، أو الكمرتين AB ، CD فيتم حساب معاملي قوي القص وعزوم الانحناء علي أساس معامل أبعاد البلاطة $m= \frac{L}{S}$.

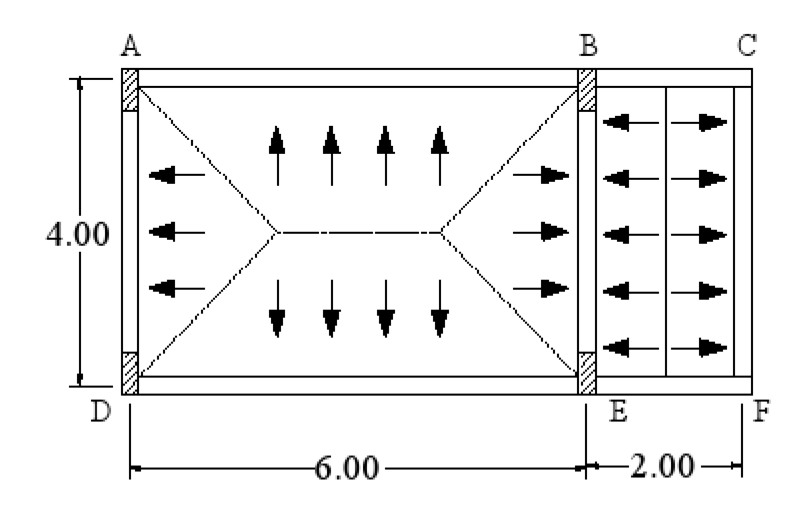
والجدول التالى يوضح معاملات α و β بالنسبة لمعاملات مختلفة لأبعاد البلاطة :

معاملات تعديل الأحمال الغير منتظمة إلى أحمال منتظمة مكافئة لقوى القص وعزوم الانحناء

L / S	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.667	0.725	0.769	0.803	0.819	0.853	0.870	0.885	0.897	0.908	0.917
β	0.500	0.544	0.582	0.615	0.642	0.667	0.688	0.706	0.722	0.737	0.750

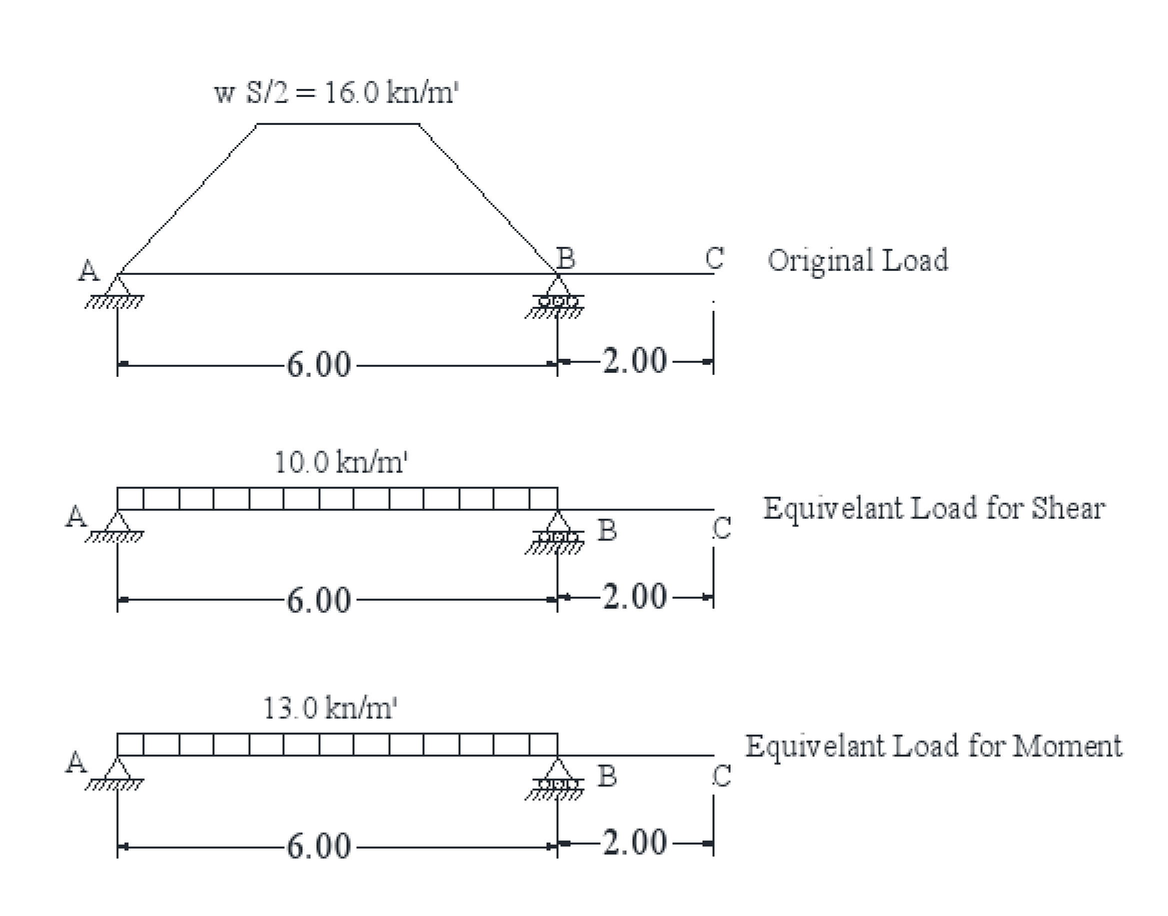
Example (8-1) :

Calculate the equivalent load on the beams ABC , BE , CF assume that the slab is subjected to 8 kn /m^2 .



***Solution*:**

a) Beam ABC:

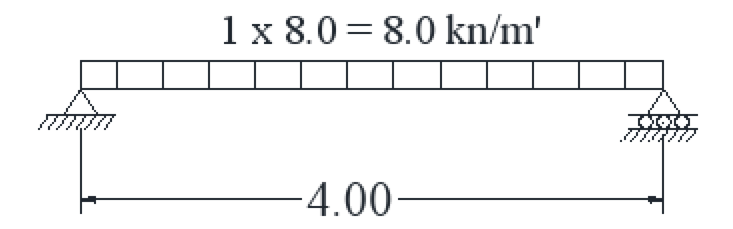


$m = \frac{L}{S} = \frac{6}{4} = 1.33 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0.81 \quad , \quad \beta = 0.62$

Equivalent load for shear $= \beta$ W = 0.62 x 16.0 = 10.0 kn/m'

Equivalent load for moment = α W = 0.81 x 16.0 = 13.0 kn/m'

b) Beam CF:



Load for shear = Load for moment = 8.0 kn/m'

b) Beam BE (left Part):

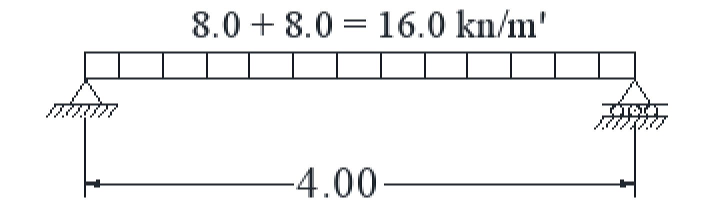
$m = 1.0 \quad \rightarrow \quad \alpha = 0.67 \quad , \quad \beta = 0.50$

load for shear $= \beta$ W (S/2) = 0.67 x 8.0 x (4.00/2) = 8.0 kn/m'

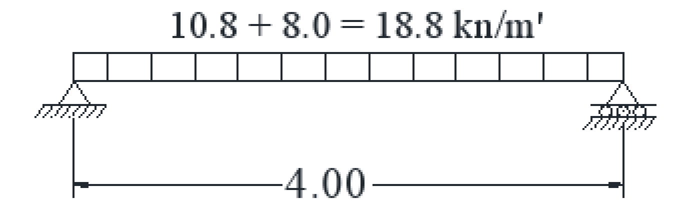
load for moment = α W(S/2) = 0.50 x 8.0 x (4.00/2) = 10.8 kn/m'

b) Beam BE (Right Part):

load for shear = load for moment = W (S/2) = 8.0 x (4.00/2) = 8.0 kn/m'



Load for shear



Load for Moment

Example (8-2)

Design B1 in the floor plan shown below.

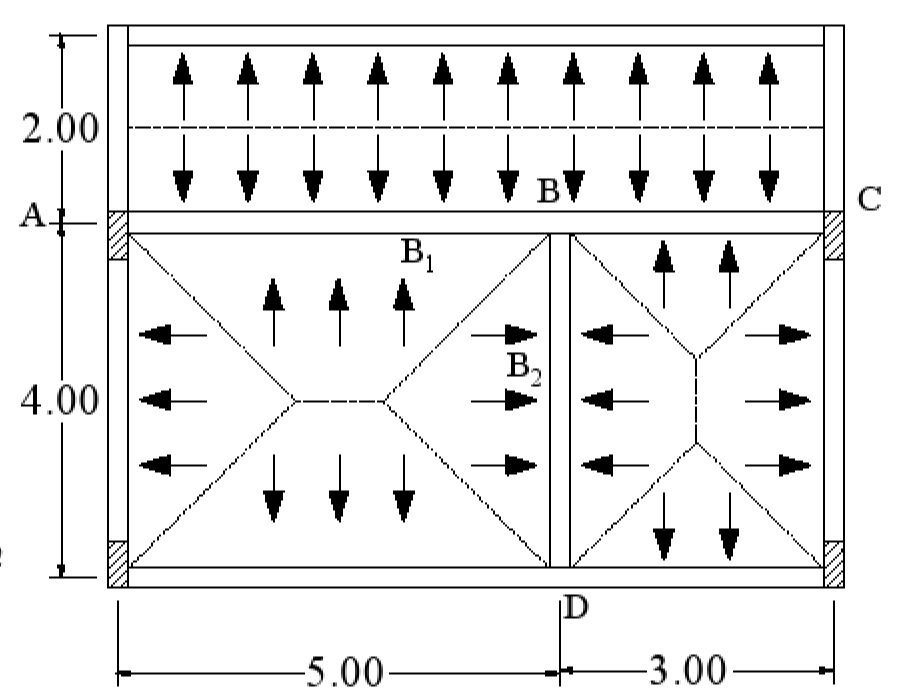
Slab thickness 120 mm

Flooring = 1.50 kn/m^2

L.L = 3.0 kn/m^2

f_c' = 25 N/mm^2

f_y = 400 N/mm^2



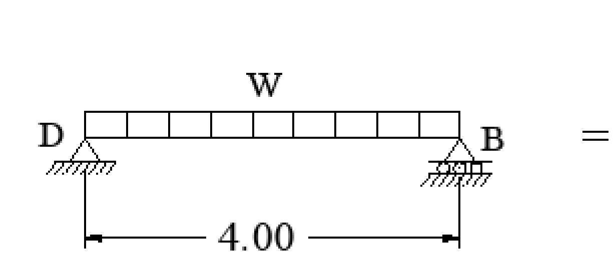
Solution:

D.L = 0.12 x 25 + 1.5 = 4.50 kn/m^2

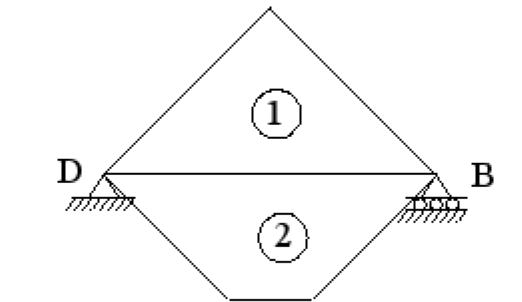
U = 1.40 D.L + 1.60 L.L

= 1.40 x 4.5 + 1.60 x 3.0 = 11.4 kn/m^2

Beam (B2):



=

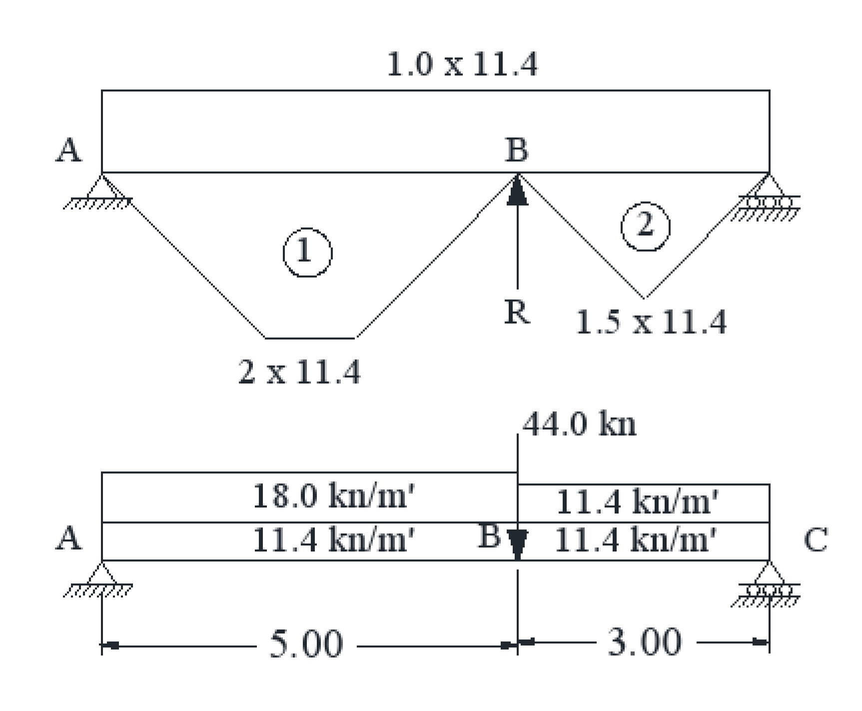


Load (1) m = 1.0 β = 0.50

Load (2) m = 1.33 β = 0.62

W for shear and reaction = 0.50 x 2 x 11.4 + 0.62 x 1.50 x 11.4 = 22.0 kn/m’

$$R = \frac{22x4}{2} = 44.0 \text{ kn}$$



Load (1) $m = \frac{5}{4} = 1.25$ $\alpha = 0.786$, $\beta = 0.60$

Load for moment = 0.786 x 2 x 11.4 = 18.0 kn/m'

Load for Shear = 0.60 x 2 x 11.4 = 13.7 kn/m'

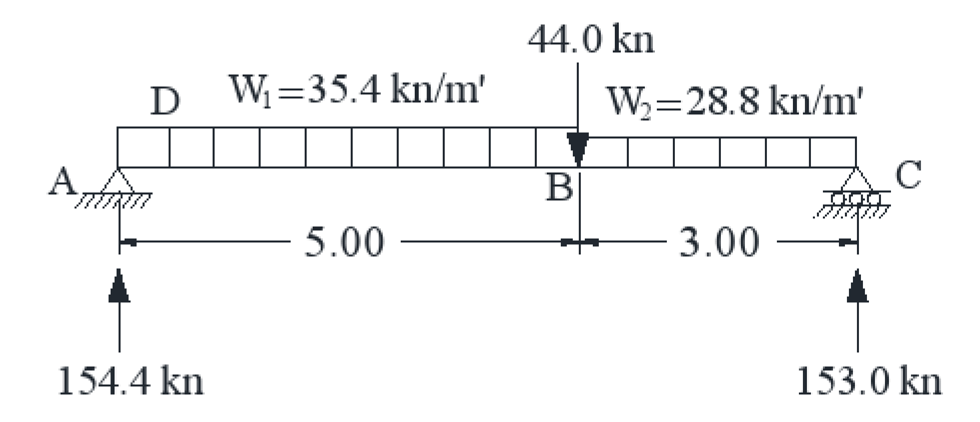
Load (2) m = 1.00 $\alpha = 0.667$, $\beta = 0.50$

Load for moment = 0.667 x 1.5 x 11.4 = 11.4 kn/m'

Load for Shear = 0.50 x 1.5 x 11.4 = 8.6 kn/m'

Assume $h = \frac{800}{12} = 700$ mm , b = 250 mm

own weight = 1.40 x 0.7 x 0.25 x 25 = 6 kn/m'



Load for Shear

$W_1 = 11.4 + 13.7 + 6.0 = 31.1$ kn/m'

$W_2 = 11.4 + 8.6 + 6.0 = 26.0$ kn/m'

Load for moment

$W_1 = 11.4 + 18.0 + 6.0 = 35.4$ kn/m'

$W_2 = 11.4 + 11.4 + 6.0 = 28.8$ kn/m'

$\Sigma M_A = 35.4 \times 5 \times 2.5 + 44.0 \times 5 + 3 \times 28.8 \times 6.5 - 8\ y_c = 0.0$

$y_c = 153$ kn

Maximum moment at section of zero shear :

$$x = \frac{154.4}{35.4} = 4.36 \text{ m}$$

$$M_{max} = 154.4 \text{ x } 4.36 - 35.4 \text{ x } 4.36 \text{ x } \frac{4.36}{2} = 336.7 \text{ m.kn}$$

$M_u = K_u \, b \, d^2$

$336.7 \text{ x } 10^6 = K_u \, (250) \, (660)^2$

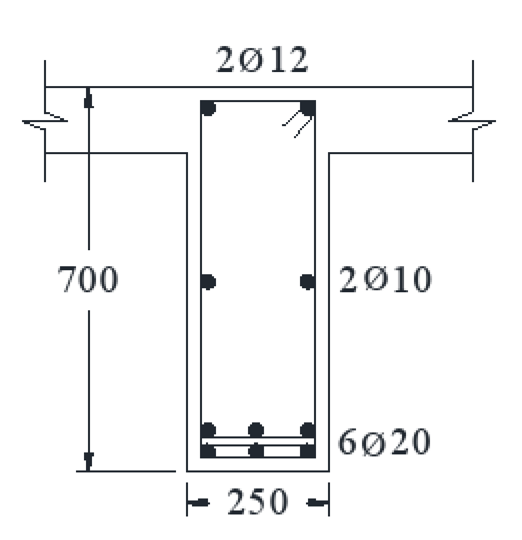
$K_u = 3.09$

From tables $\mu = 1.07$ %

$$A_s = \frac{1.07}{100} \text{ x } 250 \text{ x } 660$$

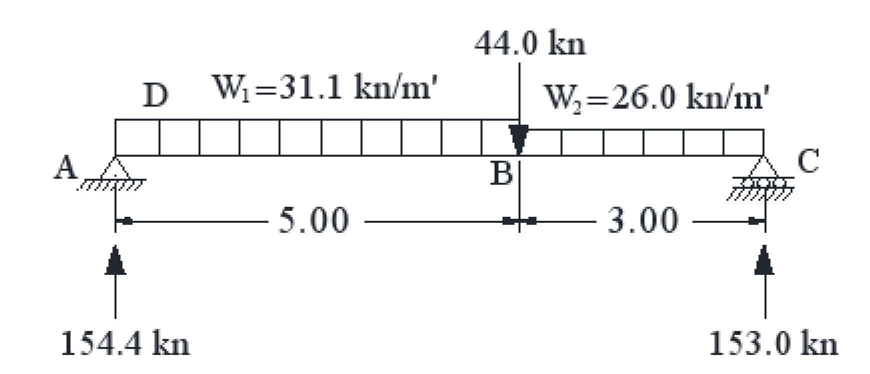
$= 1765.5 \text{ mm}^2$

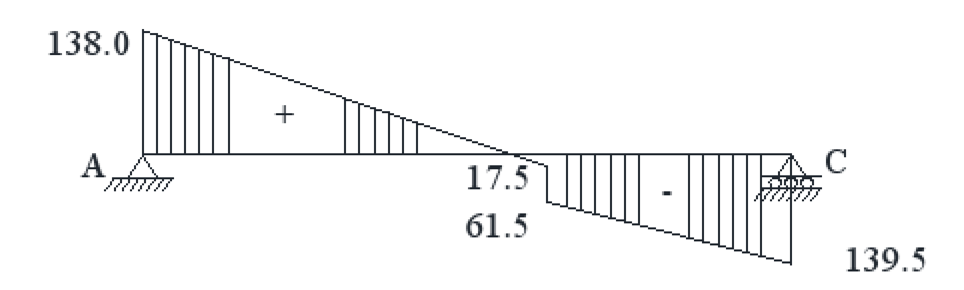
Choose → 6 ϕ 20



Section (1) + ve M

Design of Shear:





$\Sigma M_A = 31.1 \text{ x } 5 \text{ x } 2.50 + 44.0 \text{ x } 5 + 26.0 \text{ x } 3 \text{ x } 6.50 - 8 \text{ x } y_c = 0.0$

$y_c = 139.5$ kn

$\Sigma M_C = 26.0 \text{ x } 3 \text{ x } 1.50 + 44.0 \text{ x } 3 + 31.1 \text{ x } 5 \text{ x } 5.50 - 8 \text{ x } y_A = 0.0$

$Y_A = 138.0$ kn

$\Sigma Y = 31.1 \text{ x } 5 + 44.0 + 3 \text{ x } 26.0 - 139.5 - 138.0 = 0.0$ O.K

$q_{cu} = 0.19\ \sqrt{f_{cu}}\ =\ 0.19\ \sqrt{25}\ = 0.95\ N/mm^2$

$Q_{cu} = q_{cu} .\ b\ .d = 0.95\ x\ 250\ x660 = 156.75\ kn$

$Q_{cu} > Q_u$

$S_{max} = d/2 = 650\ /\ 2 = 325$ mm or 300 mm = 300 mm

$$A_{st(min)} = \frac{0.35}{f_y / \gamma_s}\ .\ b\ .\ s = \frac{0.35}{240/1.15}\ x\ 250\ x\ 200 = 84\ mm^2$$

use $5\phi8/m'$ $A_{st} = 100\ mm^2$

8-2- العزم الأكبر وقوة القص العظمى فى الكمرات الخرسانية Absolute Bending Moment and Shearing Force in Concrete Beams

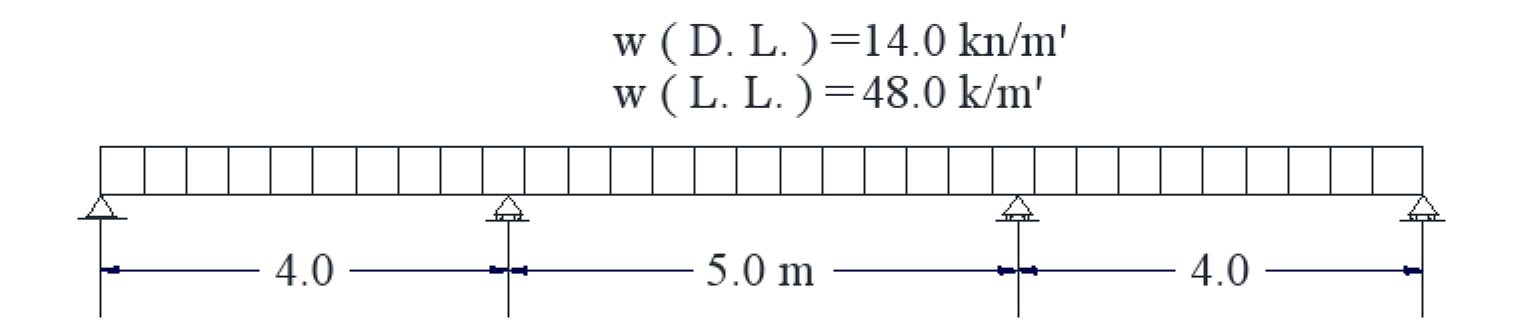
عند تصميم الكمرات الخرسانية يتم حساب الأحمال المؤثرة على الكمرة والتى تشمل الوزن الذاتى للكمرة ، ووزن الحائط فوقها (إن وجد) ، والوزن المنقول إليها من البلاطة المرتكزة عليها. ووزن البلاطة يتكون من جزئين : الحمل الثابت (Dead Load) والحمل الحى (Live Load) . ومعروف أن الحمل الحى يمكن أن يكون موجودا أو غير موجود. وأحيانا يكون عدم وجود الحمل الحى سببا فى زيادة قوة معينة مثل قوة القص أو عزم الإنحناء أكثر من وجوده. ولذلك تكون هناك حالات تحميل للحصول على أكبر عزم انحناء أو قوة قص تؤثر فى جزء معين من الكمرة. وعموما قبل تصميم بحر معين من الكمرة (span) لابد من عمل حالات تحميل للحصول على أكبر قوة قص وأكبر عزم انحناء موجب أو سالب وتصميم مقطع الكمرة لمقاومة هذه القوى. والمثال التالى يوضح حالات مختلفه من التحميل للكمرة وكيف تتغير قيمة قوة القص وعزم الانحناء بتغير موضع وقيمة الحمل المؤثر على الكمرة بتأثير الحمل الحى.

Example (8 – 3) :

For the shown beam subjected to factored dead load = 14.0 kn/m', and live load 48 kn/m':

a- Draw the shearing force and bending moment diagrams due to different cases of loading.

b- Draw the absolute shearing force and bending Moment diagrams.



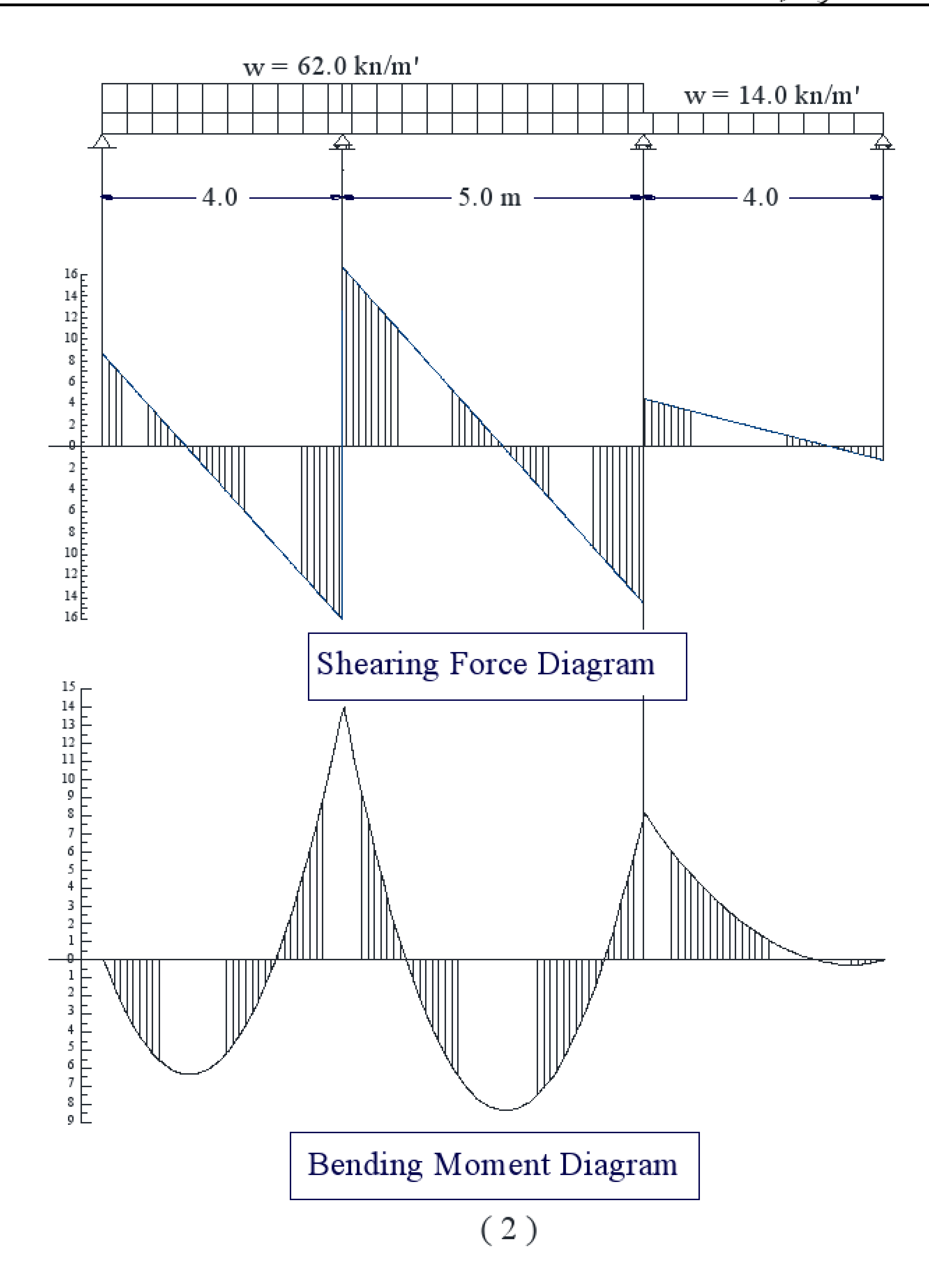
w = 14.0 kn/m'

4.0 5.0 m 4.0

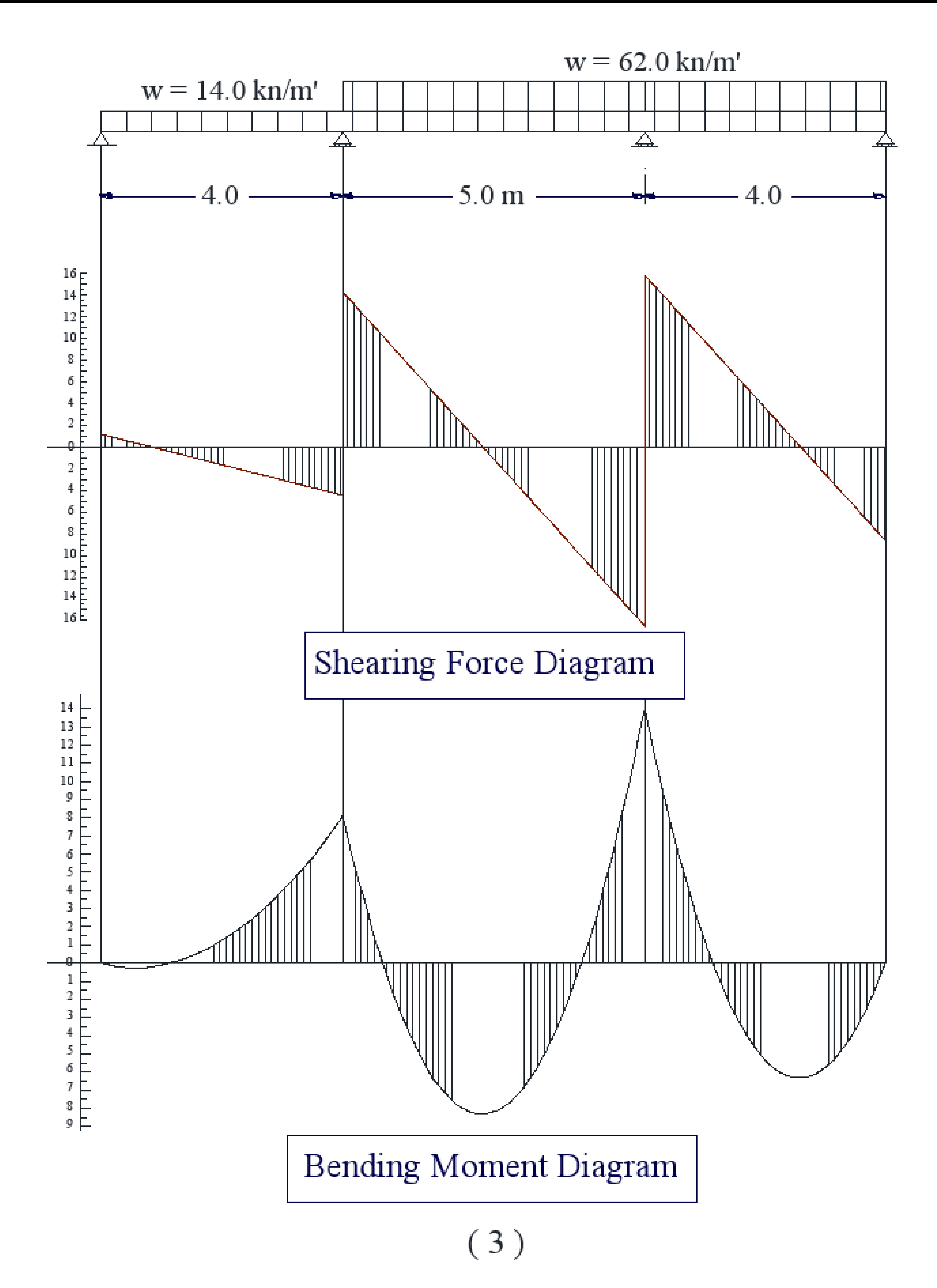
Shearing Force Diagram

Bending Moment Diagram

(1)

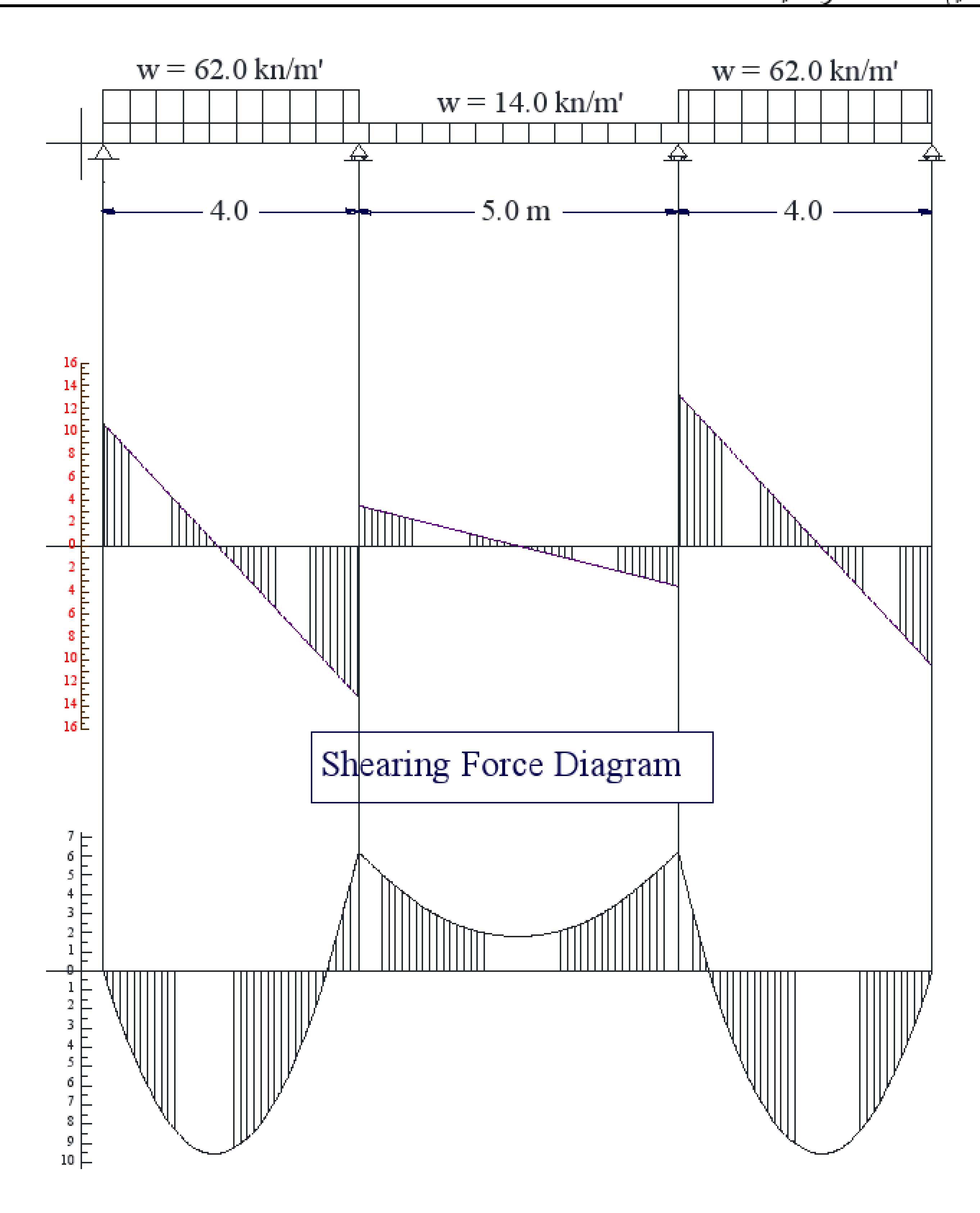

w = 62.0 kn/m'
w = 14.0 kn/m'
4.0
5.0 m
4.0
Shearing Force Diagram
Bending Moment Diagram

(2)



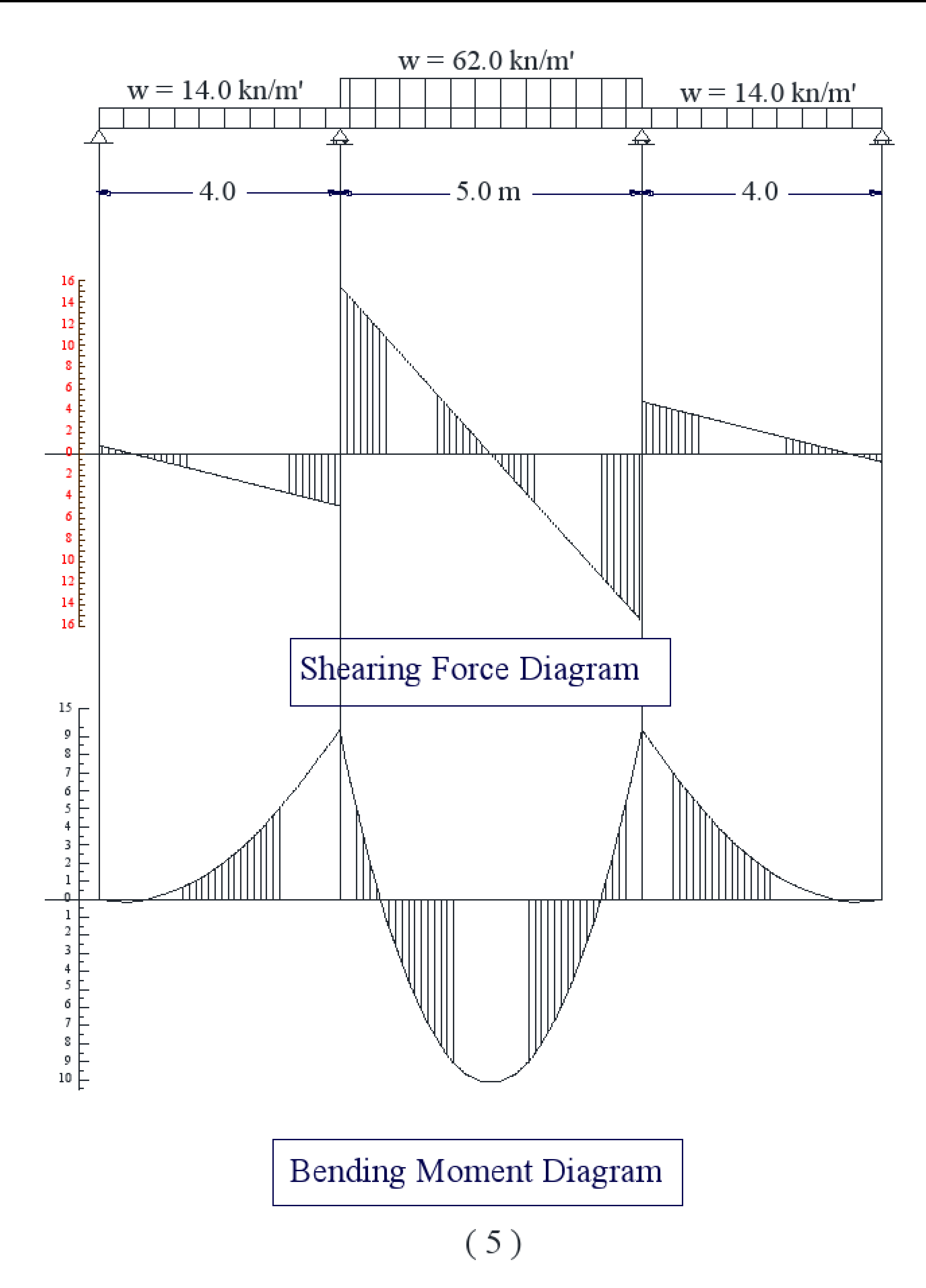
w = 14.0 kn/m'
w = 62.0 kn/m'
4.0
5.0 m
4.0
Shearing Force Diagram
Bending Moment Diagram

(3)

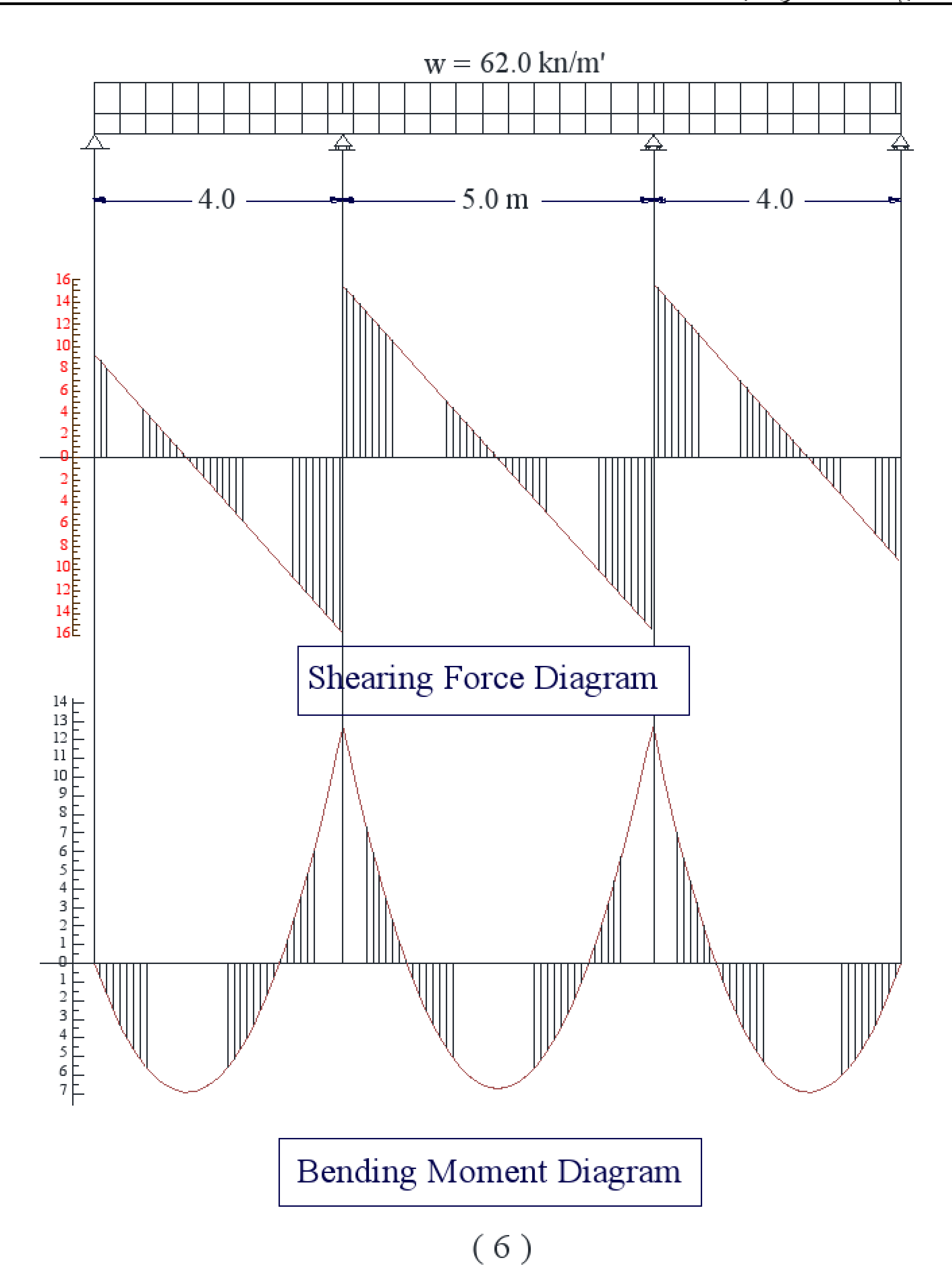


Bending Moment Diagram

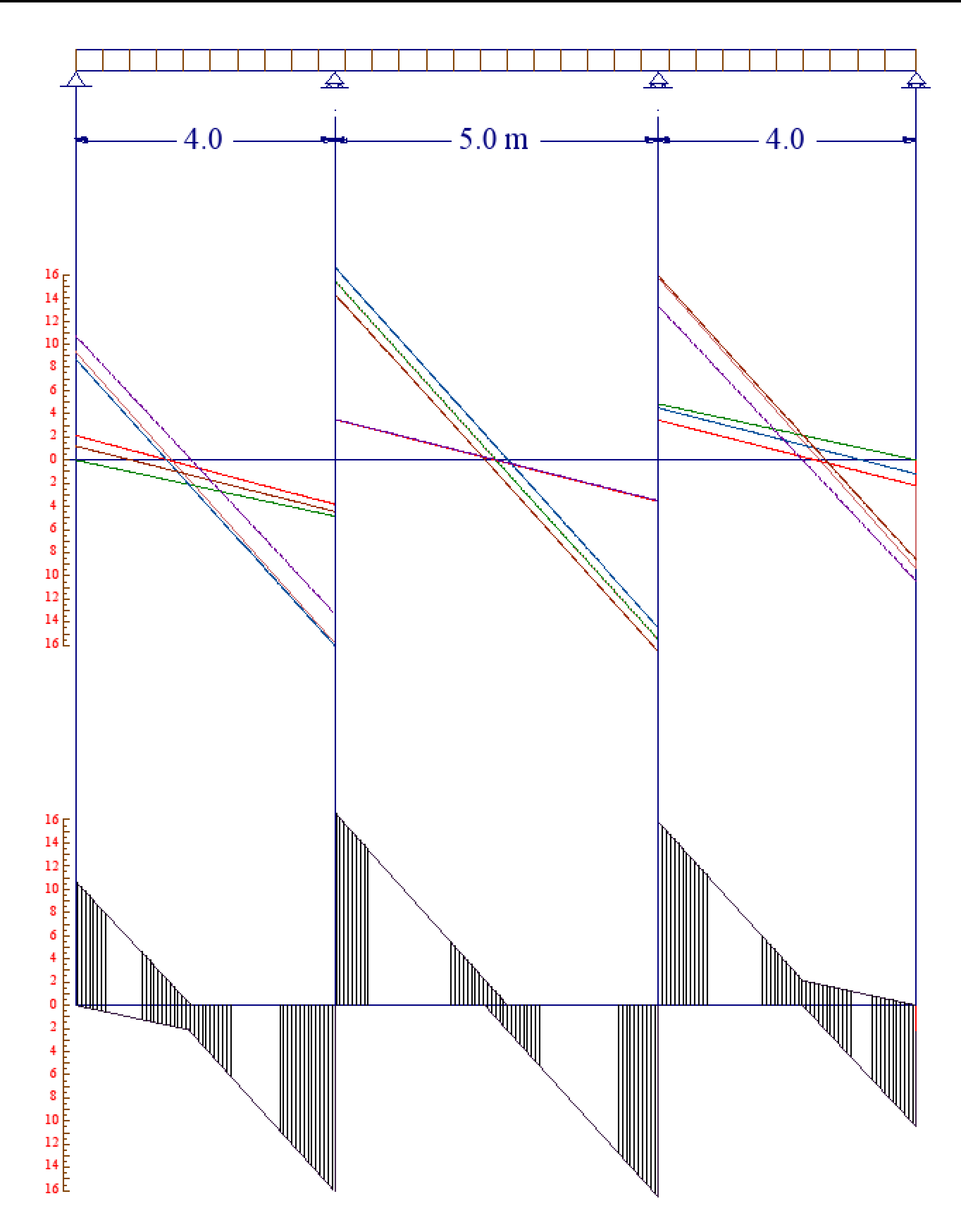
(4)


w = 62.0 kn/m'
w = 14.0 kn/m'
w = 14.0 kn/m'
4.0
5.0 m
4.0
Shearing Force Diagram
Bending Moment Diagram

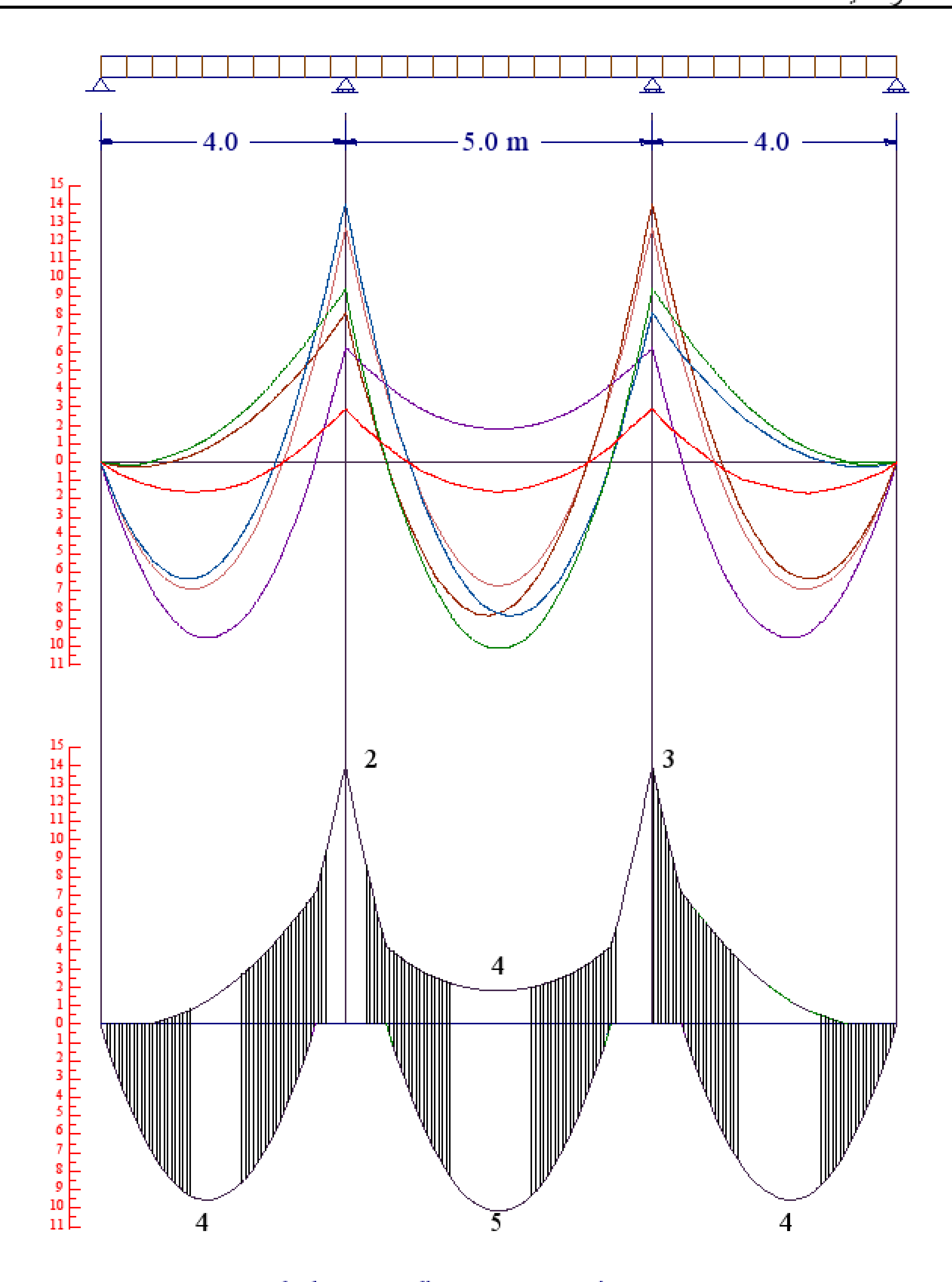
(5)


w = 62.0 kn/m'
4.0
5.0 m
4.0
Shearing Force Diagram
Bending Moment Diagram

(6)

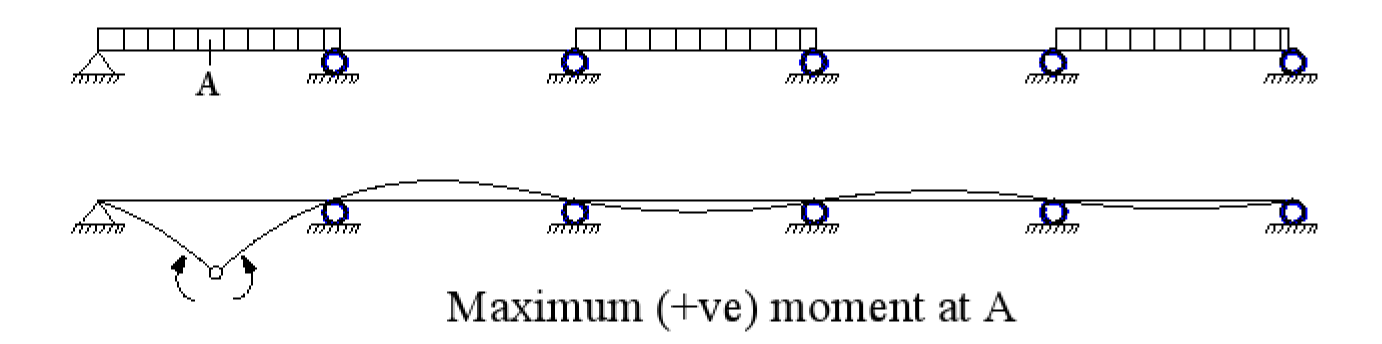


Absolute Shearing Force Diagram

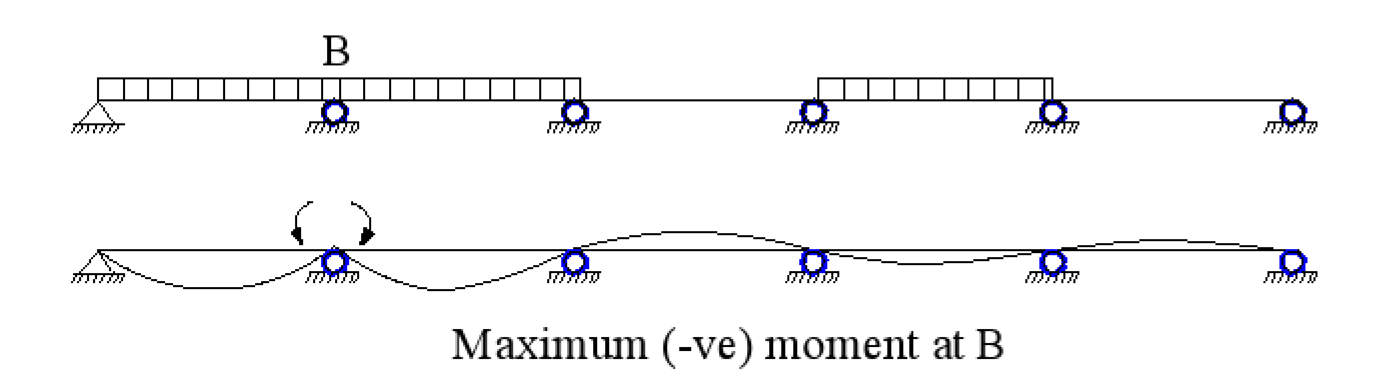


Abolute Bending Moment Diagram

ولتحديد مكان الحمل الحى للحصول على أكبر عزم موجب أو أكبر عزم سالب فى الكمرات هو أن نتخيل أن عزم الانحناء تسبب فى كسر الكمرة ونرسم الكمرة بعد كسر ها مع التشكلات الحادثة بها (elastic line) ومن ثم نقوم بتحميل الأجزاء أو الباكيات (spans) المقعرة (الهابطة لأسفل) بالحمل الحى ، ولا نحمل الأجزاء المحدبة (المرتفعة لأعلى) كما فى المثال الآتى

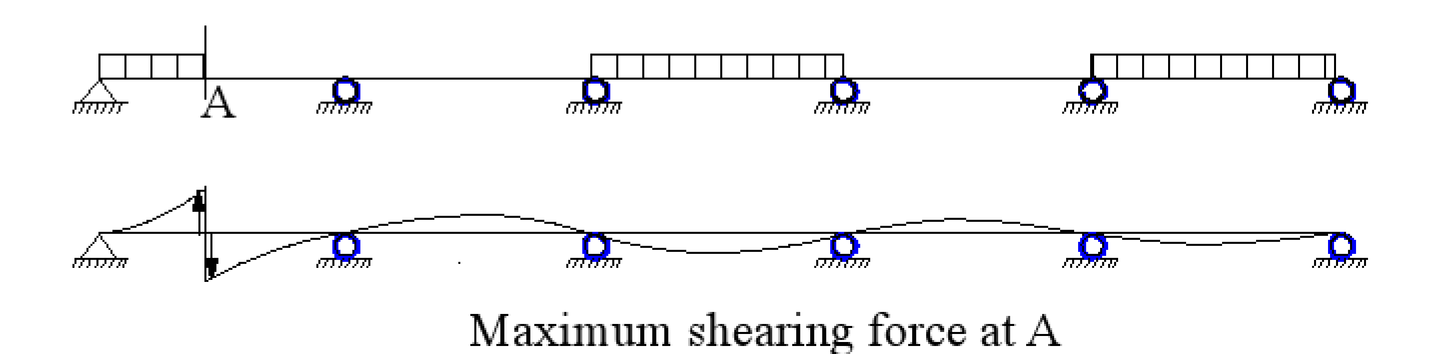


Maximum (+ve) moment at A



Maximum (-ve) moment at B

ويمكن تكرار نفس الشئ بالنسبة لقوة القص (shearing force) فمثلا للحصول على أكبر قوة قص عند المقطع A يتم تحميل الكمرة بالحمل الحى كما يلى :



Maximum shearing force at A

8-3- تصميم الكمرات الخرسانية : Design of Reinforced Concrete Beams

لتصميم الكمرات الخرسانية يتم اتباع الخطوات التالية :

8-3-1- اختيار المواد : Selection of Materials

والمقصود باختيار المواد هو اختيار الإجهاد الأقصى للخرسانة (fcu) وإجهاد الخضوع لحديد التسليح (fy). ويعتمد ذلك على طبيعة المبنى ، وأبعاده ، والمواد المتاحة ، والتكلفة المتوقعة، والأحمال المؤثرة على المبنى.

8-3-2- حساب عزوم الانحناء وقوى القص : Calculations of Bending Moment and Shearing Forces

يتم حساب الأحمال المؤثرة على الكمرات والمؤثرة عليها مباشرة من الحوائط أو من البلاطات المرتكزة عليها بعد زيادتها بمعامل الحمل (Load factor) ، بعد ذلك يتم حساب عزوم الانحناء وقوى القص القصوى عند مقاطع الكمرة المختلفة لكل باكية (span). وفى حالة الكمرات المستمرة والمعرضة لأحمال موزعة توزيعا منتظما بحيث لايزيد الفرق بين البحور المتجاورة والأحمال عن 20% من القيمة الأصغر؛ فى هذه الحالة يمكن اعتبار القيم التالية لعزوم الإنحناء وقوى القص الموضحة فى الشكل التالى . وعند حساب عزوم الإنحناء السالبة فوق الركيزة يؤخذ متوسط البحربن والحملين على جانبى الركيزة.

8-3-3- اختيار أبعاد المقطع : Choose Values for Width and Depth of the Beam

يتم تحديد أبعاد المقطع ؛ العرض (b) والعمق الفعال (d) لاستيفاء متطلبات التصميم .ويفضل اختيار انسبة بين عمق الكمرة إلى عرضها بحيث تتراوح بين 1.5 إلى 2.5 . وعادة يتم اختيار عرض الكمرة حسب التصميم المعمارى بحيث يكون مساويا لعرض الركيزة (العمود) التنترتكز عليها الكمرة أو أقل. وفى أحيان أخرى يتم اختيار عرض الكمرة مساويا لعرض الحائط أسفلها بحيث لا يظهر بروز لعرض الكمرة عن الحائط . ويتم اختيار عرض الكمرة 120.0 – 250.0 – 300.0- 400.0 – 500.0 مم. ولتلافى حدوث انبعاج (buckling) فى عرض الكمرة نظرا لنحافتها (slender) فإن عرض الكمرة يجب أن يحقق القيمة الأكبر من المعادلتين التاليتين للكمرات البسيطة أو المستمرة :

$$L_e \le \frac{200\ b_c^2}{d}$$

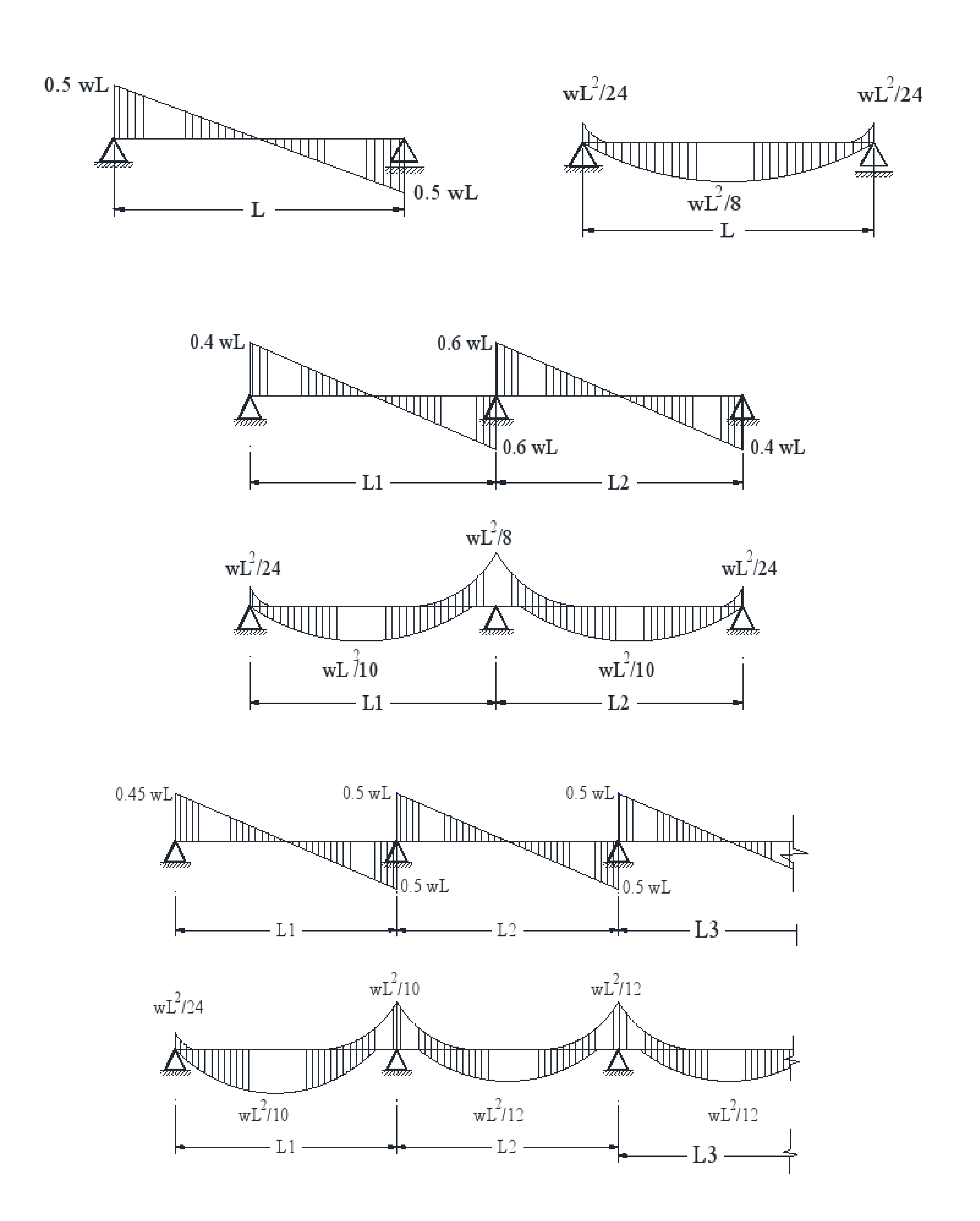
$$L_e \le 40\ b_c$$

حيث L_e = الطول الحر للكمرة مقاسا بين نقط الانقلاب . وكما سبق ذكره

$L = L_e$ للكمرات المرتكزة ارتكازا بسيطا

$0.87\ L$ للكمرات المستمرة منة جهة واحدة .

0.76 L للكمرات المستمرة منة جهتين .



بيانى عزوم الانحناء وقوى القص فى الكمرات المستمره والمعرضه لحمل منتظم التوزيع

أما بالنسبة للكمرات الكابولية فإن عرض الكمرة يجب أن يحقق القيمة الأكبر من المعادلتين التاليتين :

$$L_e \le \frac{80\ b_c^2}{d}$$

$$L_e \le 40\ b_c$$

والمعادلات السابقة تضمن حدا أدنى لعرض الكمرة بحيث لا يحدث انبعاج فى جذع الكمرة نتيجة نحافة عرض الكمرة وزيادة إجهادات الضغط .

يتم تحديد عمق الكمرة بحيث لا يحدث ترخيم (deflection) أكبر من المسموح به وبحيث لا يشعر به مستخدم المبنى وبحيث لا تحدث اهتزازات بالأعضاء الإنشائية أثناء استخدام المبنى. ولضمان ذلك يتم حساب ترخيم الكمرات والتأكد من أنه لا يتعدى القيم المسموح بها فى الكمرات و هى كما يلى :

$$\Delta_{max} \le \frac{L_e}{250} \qquad \text{for beams}$$

$$\Delta_{max} \le \frac{L_e}{450} \qquad \text{for cantilever}$$

حيث L_e = طول الكمرة مقاسا بين نقط الانقلاب أو طول الكابولى .

و هناك طريقة بسيطة أوصى بها الكود يمكن استخدامها بدلا من حساب الترخيم و هذه الطريقة لا تطبق على الكمرات ذات البحور أكبر من عشرة أمتار وكذلك الكوابيل التى يتعدى طولها المترين. و هذه الطريقة تحدد النسبة بين طول الكمرة و عمقها بحيث تضمن عدم حدوث ترخيم أكبر من اللازم حسب الجدول التالى :

Minimum Depth of Beams if Deflection is not computed

Simply supported	One end continuous	Both ends continuous	Cantilever
L/16	L/18	L/20	L/5

8-3-4- تصميم القطاع : Design of Critical Section

يتم تصميم القطاع إما بطريقة المرونة أو بطريقة المقاومة القصوى حسب ما تم شرحه مسبقا ، ويتم اختيار القطاعات المعرضة لأكبر عزم انحناء فى كل باكية (span) وذلك باستخدام المعادلات التالية :

بطريقة المرونة :

$$d = K_1\sqrt{\frac{M}{b}} \qquad As = \frac{M}{K_2 .\ d}$$

بطريقة القاومة القصوى :

$$M_u = K_u \,.\, b \,.\, d^2 \quad , \qquad A_s = \mu .\ b .\ d$$

8-3-5- اختيار العمق الكلى للكمرة : Choose total depth (t)

يتم تحديد العمق الكلى للكمرة بإضافة الغطاء الخرسانى إلى العمق الفعال (d) . وتتراوح قيمة الغطاء الخرسانى بين 40-70 مم بالنسبة للكمرات ، ويفضل أن يكون العمق الكلى لقطاع الكمرة مضاعفات الرقم 5 وذلك لسهولة التنفيذ.

8-3-6- تصميم القطاع : Choose the Reinforcement

يتم اختيار حديد التسليح بعد حسابه من المعادلات السابقة بحيث تكون مساحته لا تقل عما تم حسابه. ويمكن اختيار حديد التسليح من قطر واحد أو من قطرين متتالين فى جدول حديد التسليح ، وتستخدم الأقطار 10-12-14-16-18-20-22-25 مم فى تسليح الكمرات. وعند رص حديد التسليخ فى قطاع الكمرة يجب أن يستوفى الاشتراطات التالية :

أ- أن يكون حديد التسليح متماثلا مع محور التماثل الرأسى للقطاع.

ب- أن تكون الأقطار الأكبر أقرب إلى حافة القطاع.

حـ- ألا تقل المسافة بين أى سيخين فى الاتجاه الأفقى أو الرأسى عن 250 مم.

د - فى حالة وجود أكثر من صف تكون الأسياخ فوق بعضها مباشرة.

هـ- فى حالة زيادة عمق الكمرة عن 700مم يضاف سيخين لمقاومة الانكماش على جانبى الكمرة كل 350

و- لابد من وجود سيخ فى كل ركن من أركان القطاع لتثبيت الكانات فى موضعها.

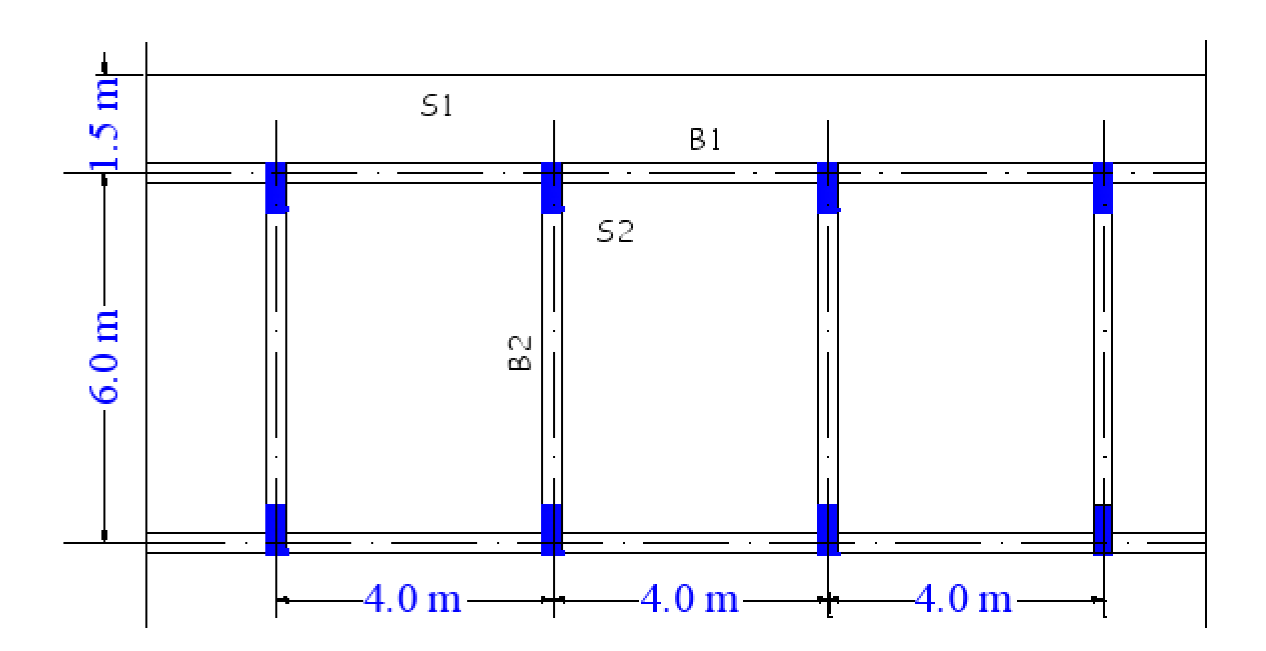
ز- لابد من وجود تسليح مقاومة قوى القص $5\Phi 8/m'$ على الأقل.

8-3-7- تصميم تسليح القص : Design of Shear Reinforcement

تصمم كل باكية (span) لمقاومة قوى القص المؤثرة عليها ويتم حساب التسليح اللازم لذلك كما سبق توضيحه.

Chapter (8) – Problems

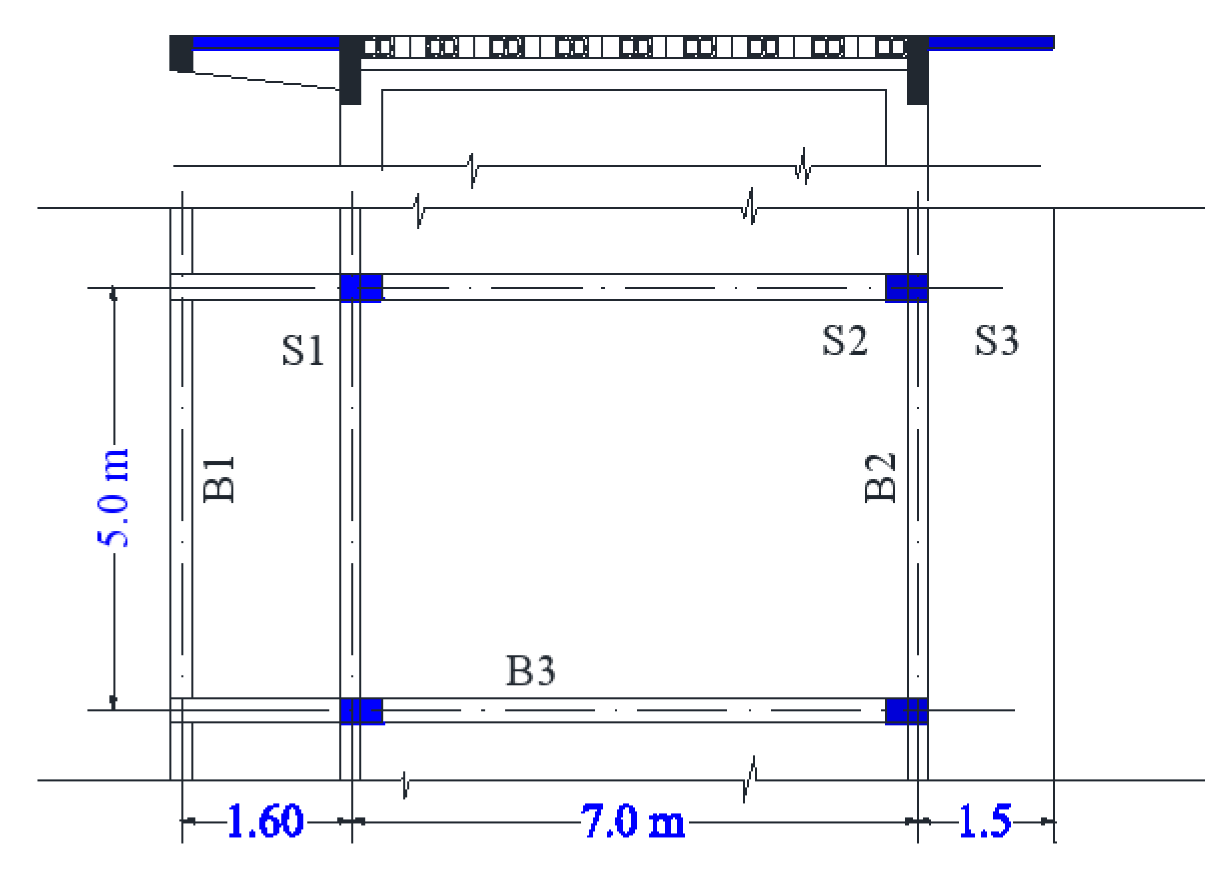
1- For the reinforced concrete floor shown: Live load = 3.0 kn/m^2 , beam width = 250 mm. assume appropriate thickness for slabs ; Design the beams B1, B2.



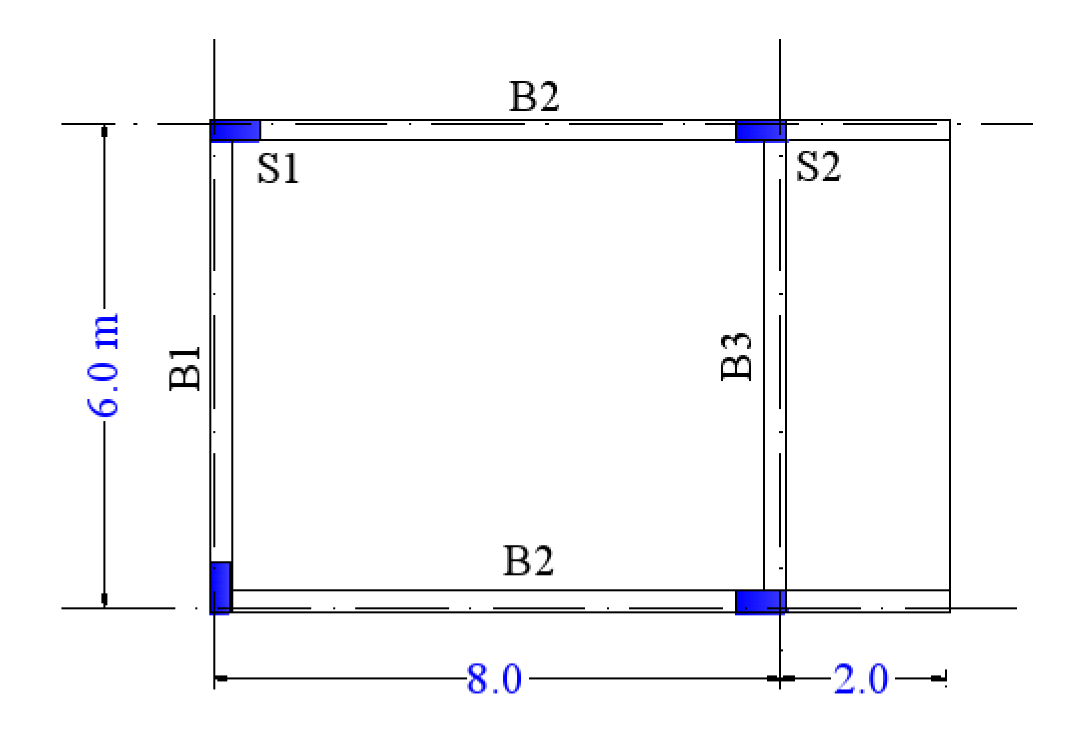
2- For the reinforced concrete floor shown:

a- Design the continuous beams B1, B2.

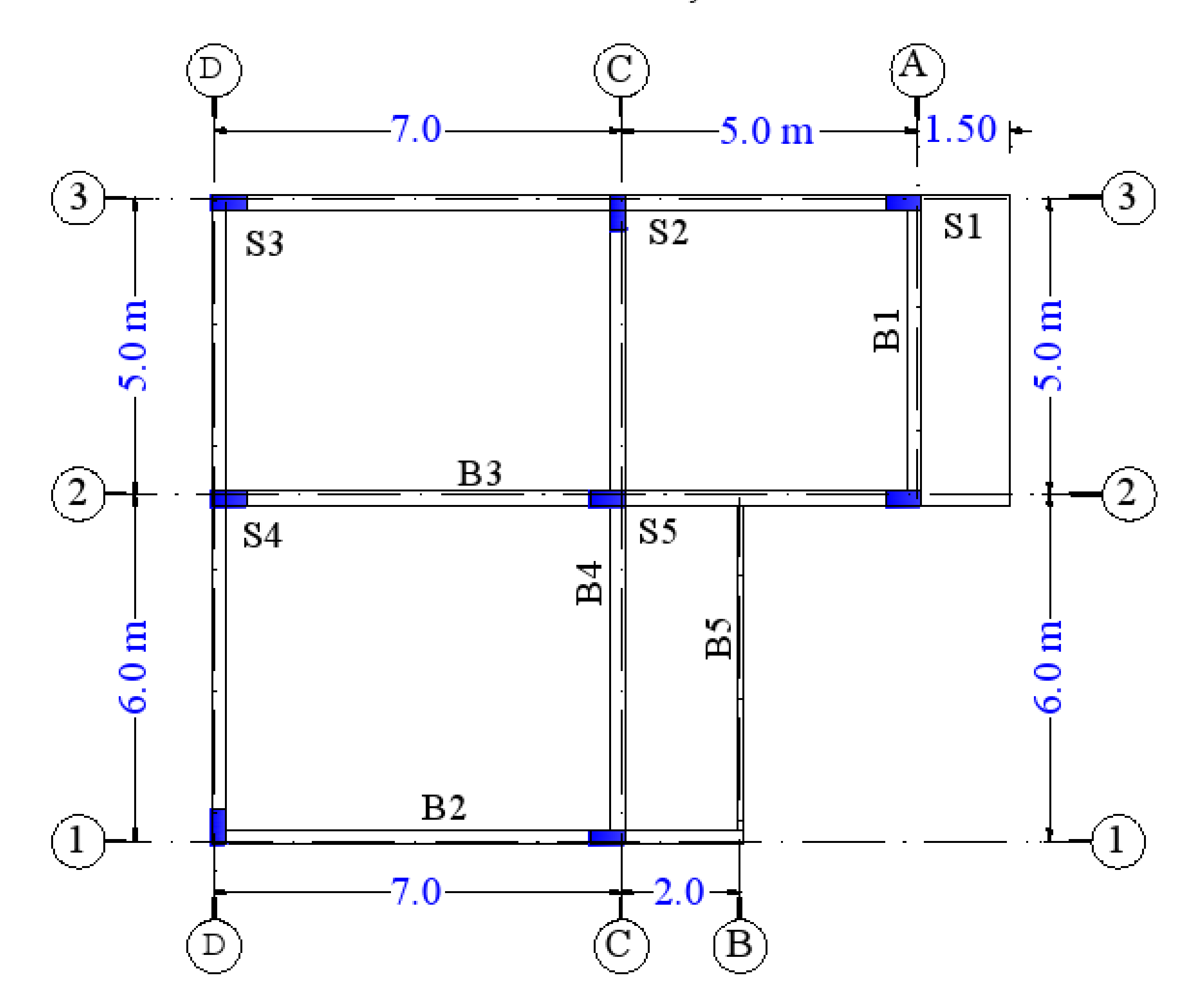
b- Design the girder B3.



3- For the floor shown in fig., make complete design for Beams B1, B2, and B3. L.L.= 2.5 km/m^2 , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



4- For the floor shown in fig., make complete design for Beams B1, B2, B3, B4, and B5 . L.L.= 3.0 kn/m^2 , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



5- Choose the correct answer from brackets, correct answer = 1 , wrong answer = -1

a- In reinforced concrete beam section, the beam (width, depth, length) is more effective in resisting bending moment.

b- In two-way slabs, long direction resist load *(more than, equal to, less than)* the short direction.

c- In *(one way, two way, cantilever)* slabs, the main reinforcement is at the top side of slab.

d- A beam section can be designed as T-section only when the *(web, flange, steel)* is subjected to compression.

e- In one way slab, the slab can be considered as supported on *(two, three, four)* sides.

f- In beam section subjected to +ve bending moment, the top reinforcement resist *(tension, shear, compression)* stresses.

g- In reinforced concrete beams, (top bars, bottom bars, bent bars) resist shear stresses.

h- Stirrups in reinforced concrete beams are used to resist *(tension, compression, shear)* stresses.

6- Fill in the spaces, be as short as possible:

a- f_{cu} is ……………………………….

b- f_s is ……………………………….

c- f_c is ……………………………….

d- f_y is ……………………………….

e- Compression reinforcement is provided when ………………………………….

f- Maximum reinforcement ratio in beams is provided to prevent ……………..

g- Minimum reinforcement ratio in beams is provided to ………………………

h- In R.C. beams at balance condition, the strain in concrete is equal to……….

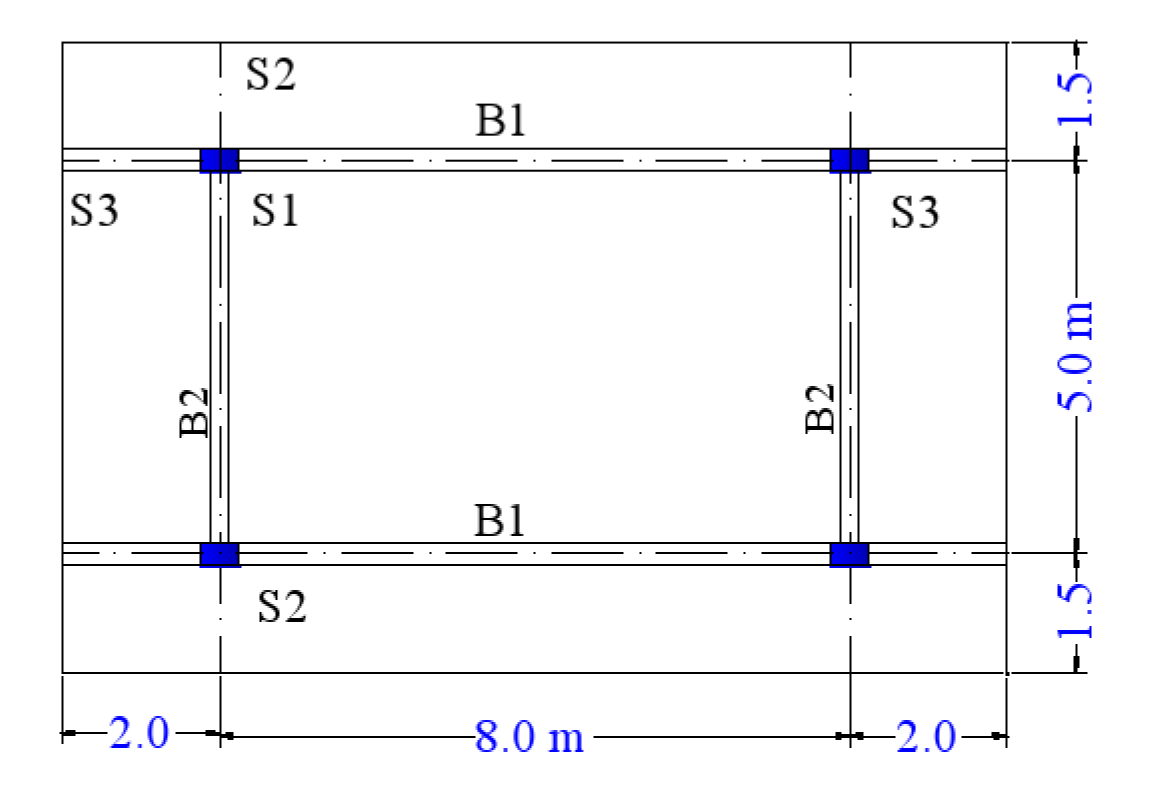
i- In R. C. beams, the strain in reinforcing steel is equal to …………………….

j- In design of columns, the minimum eccentricity is equal to …………………

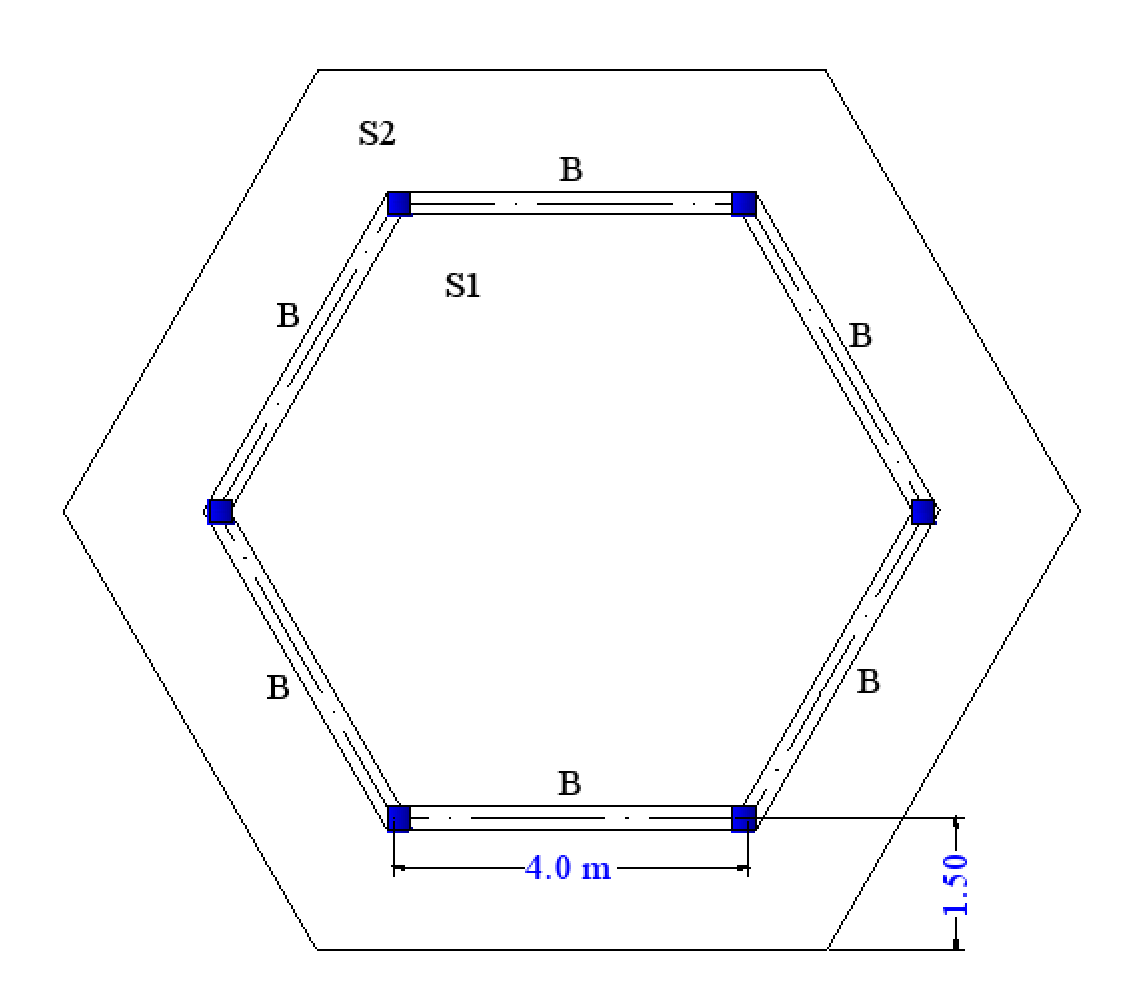
k- The weight of one Quebec meter of plain concrete is equal to ………………

l- The weight of one Quebec meter of steel is equal to ……………………….

7- For the floor shown in figure , make complete design for Beams B1, and B2.
L.L.= 3.0 kn/m^2 , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



8- For the floor shown in figure , make complete design for Beams B1,
L.L.= 3.0 kn/m^2 , f_{cu} = 250 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



9- Select a b, d and h and the reinforcement for 9.0 m span continuous beam. The beam will be support its own dead load plus a superimposed serve dead load of 30.0 kn/m' plus a uniform service load of 50 kn/m'. Design for the negative and positive moments of an interior beam with multiple spans (>2). Use b= 0.55d , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.

10- A two span beam having span length of 7.0 m. The beam will be support its own dead load plus a superimposed serve dead load of 25 kn/m' plus a uniform service load of 50 kn/m'. Design the sections of the negative and positive moments. Use b= 0.50 d , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.

11- Write the equations of equilibrium needed to design the reinforced concrete beams.

12- Write the final expression of the total compressive force C and tensile force T for a rectangular reinforced concrete beam in terms of the designing parameters.

13- Choose the correct answer :

(i) Beams and slabs carry the transverse loads primarily by

(a) truss action

(b) balance of shear action

(c) bending

(d) slab-beam interaction

(iii) An inverted T-beam is considered as a rectangular beam for the design

(a) over the intermediate support of a continuous beam where the bending moment is negative .

(b) at the mid span of a continuous beam where the bending moment is positive

(c) at the point of zero bending moment

(d) over the support of a simply supported beam

(iv) The maximum strain in the tension reinforcement in the section at failure shall be

(a) more than fy /(1.15 Es) + 0.002

(b) equal to 0.0035

(c) more than fy /Es + 0.002

(d) less than fy /(1.15 Es) + 0.002

14- (a) State the limit of the aspect ratio of L/S of one- and two-way slabs.

(b) Explain the share of loads by the supporting beams in one- and two-way slabs.

الباب التاسع

تصميم البلاطات الخرسانية المسلحة
Design of Reinforced Concrete Slabs

مقدمة :

البلاطات الخرسانية هى عبارة عن عناصر انشائية سمكها عادة يكون أقل من عشر أصغر بعديها ومهمتها نقل الأحمال المؤثرة عليها عموديا إلى الكمرات أو الأعمدة التى ترتكز عليها هذه البلاطات بجساءة الأنحناء إذ ان هذة البلاطات تقاوم الأحمال عن طريق عزم الأنحناء الداخلى Internal bending moment الذى يتزن مع العزم الخارجى External bending moment وتكون هذة البلاطات مسلحة ناحية الشد وفى احيان اخرى عند زيادة العزم الخارجى أو زيادة سمك البلاطة تكون مسلحة ناحيتى الشد والضغط .

9-1- أنواع البلاطات الخرسانية Types of concrete slabs

تنقسم البلاطات الخرسانية إلى عدة أنواع حسب طريقة إرتكازها وطريقة إنتقال الحمل المؤثر على البلاطة إلى الكمرات أو الأعمدة الحاملة للبلاطة ويمكن تقسيم البلاطات إلى ثلاثة أنواع أساسية :-

9-1-1- البلاطات الخرسانية المصمتة Solid Slabs

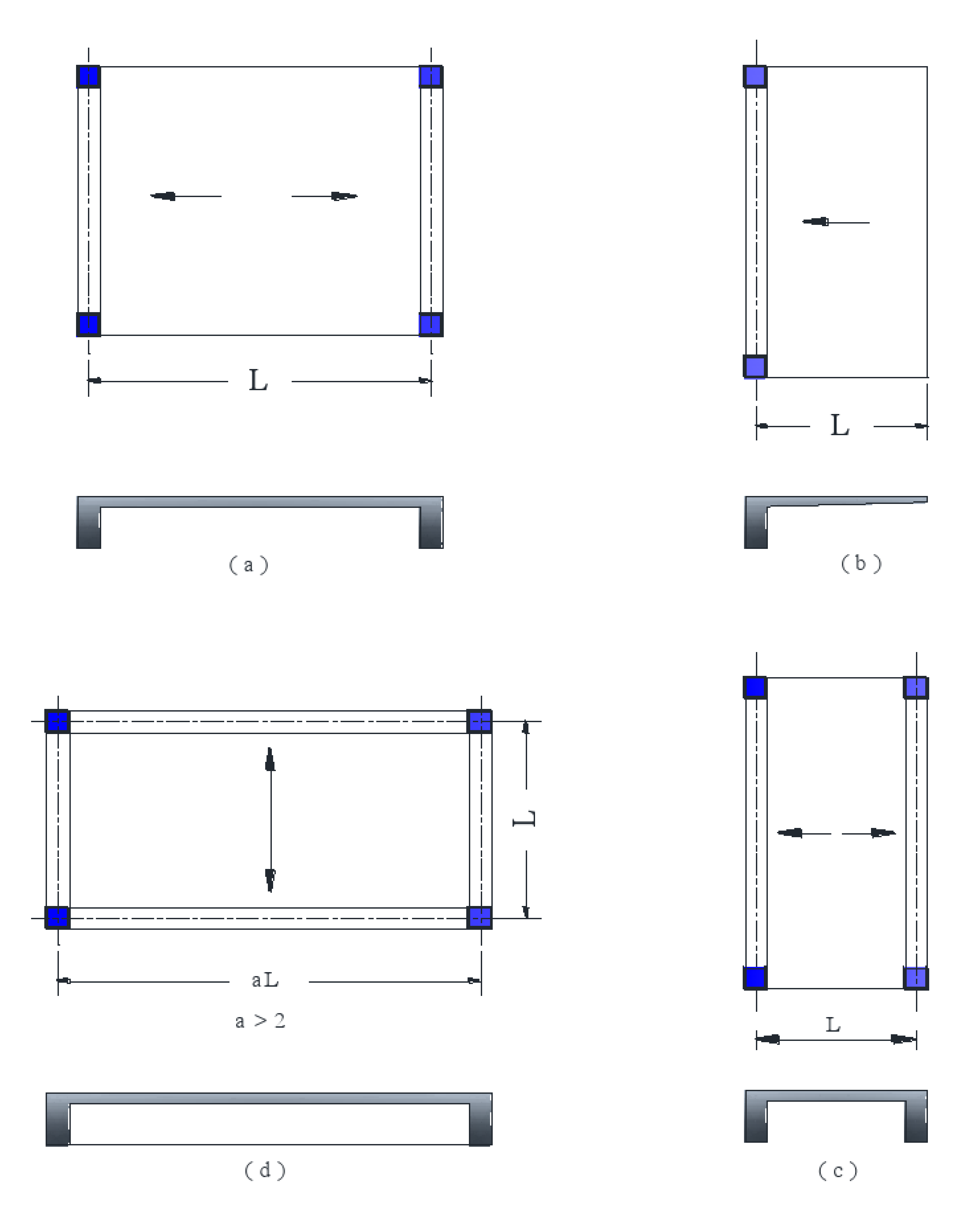
وهى بلاطات خرسانية ترتكز أساسا على كمرات يزيد سمكها عادة على ثلاثة أمثال سمك البلاطة .
وينقسم هذا النوع من البلاطات إلى نوعين هما :-

9-1-1-1- البلاطات المصمتة ذات الاتجاة الواحد One way solid slab

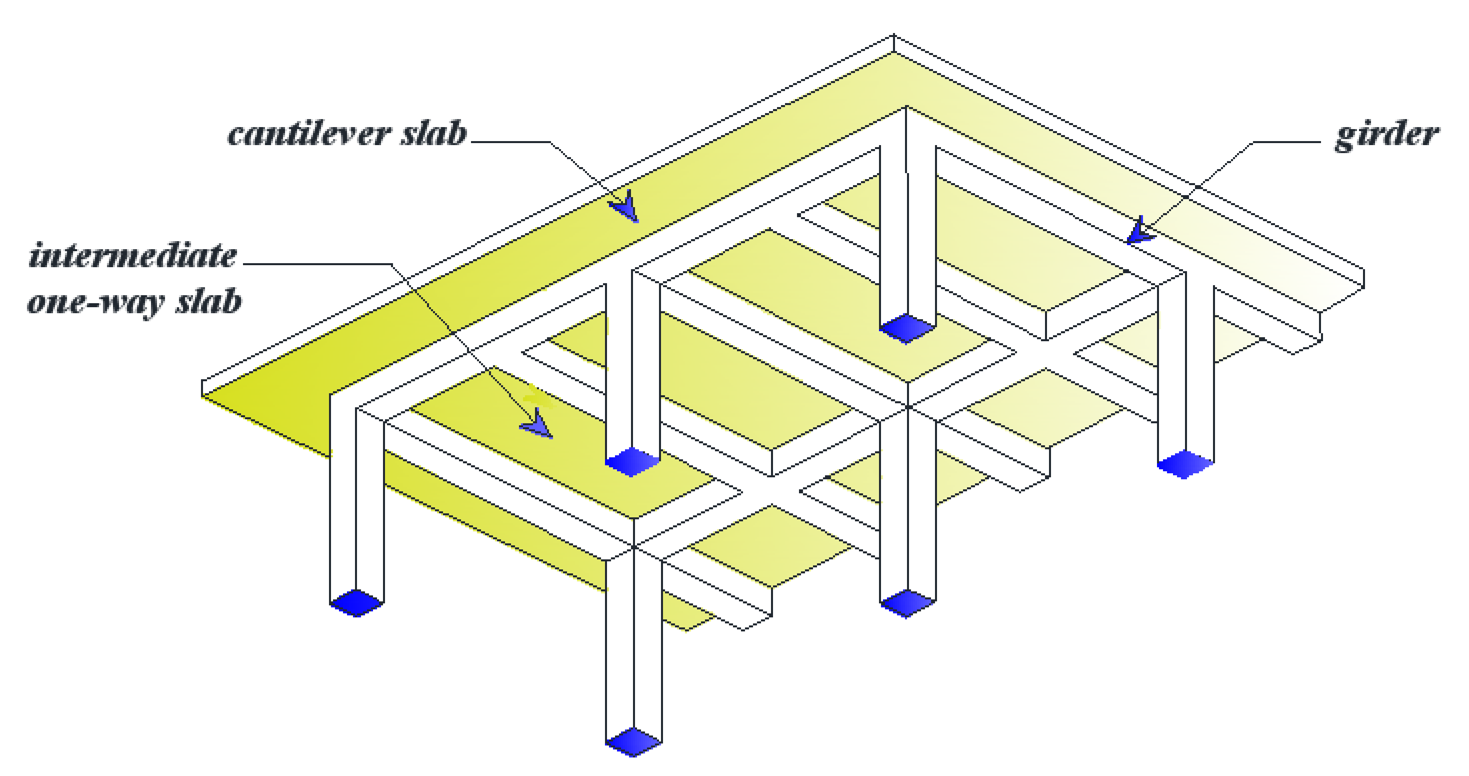
وهى البلاطات التى تنتقل فيها الأحمل المؤثرة على البلاطة فى اتجاة واحد ويحدث ذلك اذا كانت البلاطة ترتكز على كمرة واحدة كما فى حالة البلاطة الكابولية Cantilever slab او اذا كانت البلاطة ترتكز على كمرتين متوازيتين وفى هذة الحالة يتجة الحمل إلى الكمرات فى اتجاة عمودى على الكمرات او فى حالة البلاطة ترتكز على أربعة كمرات وطول البلاطة يزيد على ضعف عرضها كما هو موضح بالشكل يلاحظ ان خطوط الكمرات تكون مستمرة وليست متقطعة لان عند رسم الاسقف يتم النظر اليها من أسفل لأعلى لتلافى كثرة الخطوط المتقطعة

9-1-1-2- البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين　　　　**Two way solid slab**

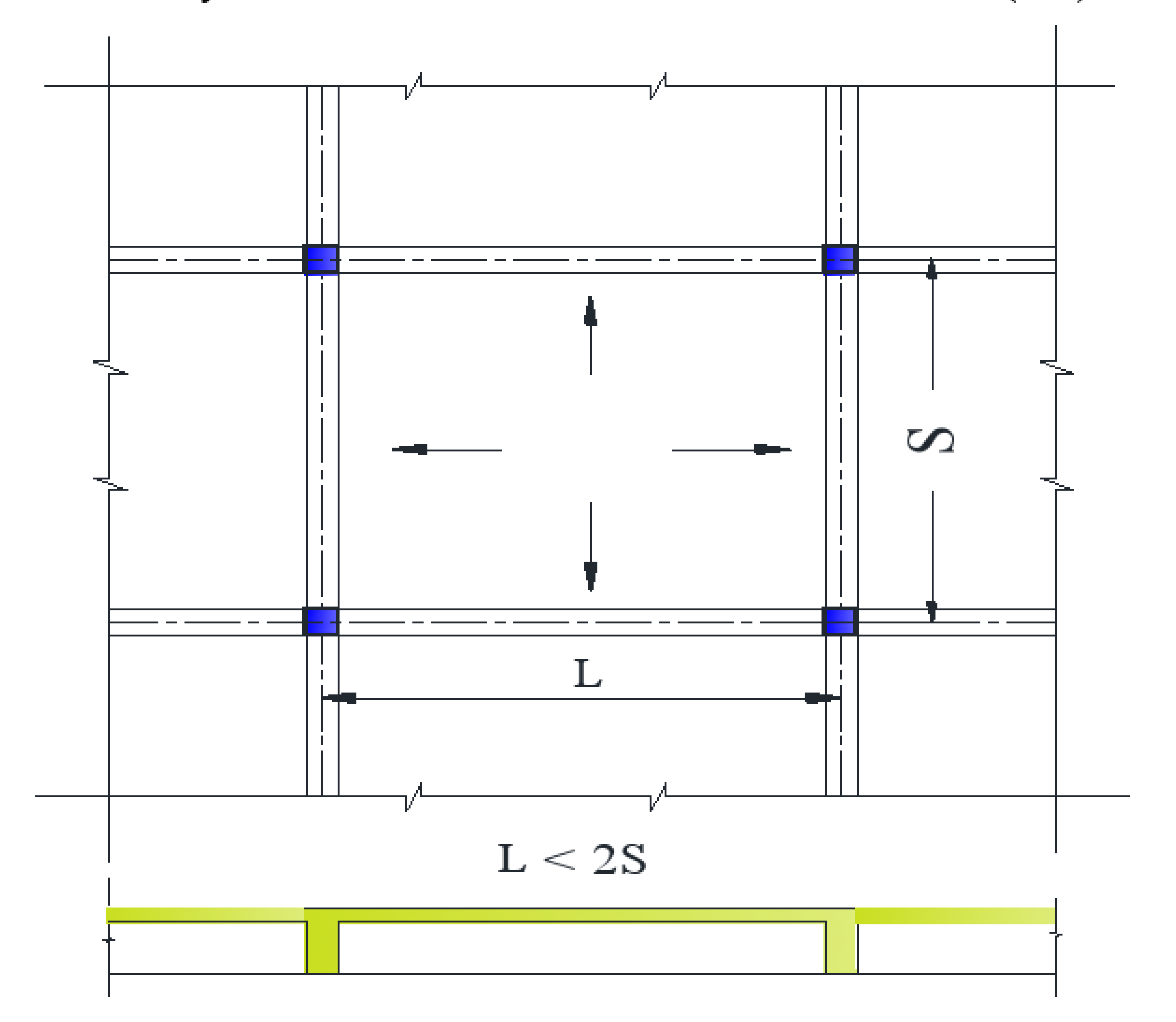
و هى البلاطات المصمتة التى يقل طولها عن ضعف عرضها لأن فى هذه الحالة يتجة الحمل الى الكمرات المحيطة بالبلاطة فى اتجاهين متعامدين كما هو موضح بالشكل (2-9).



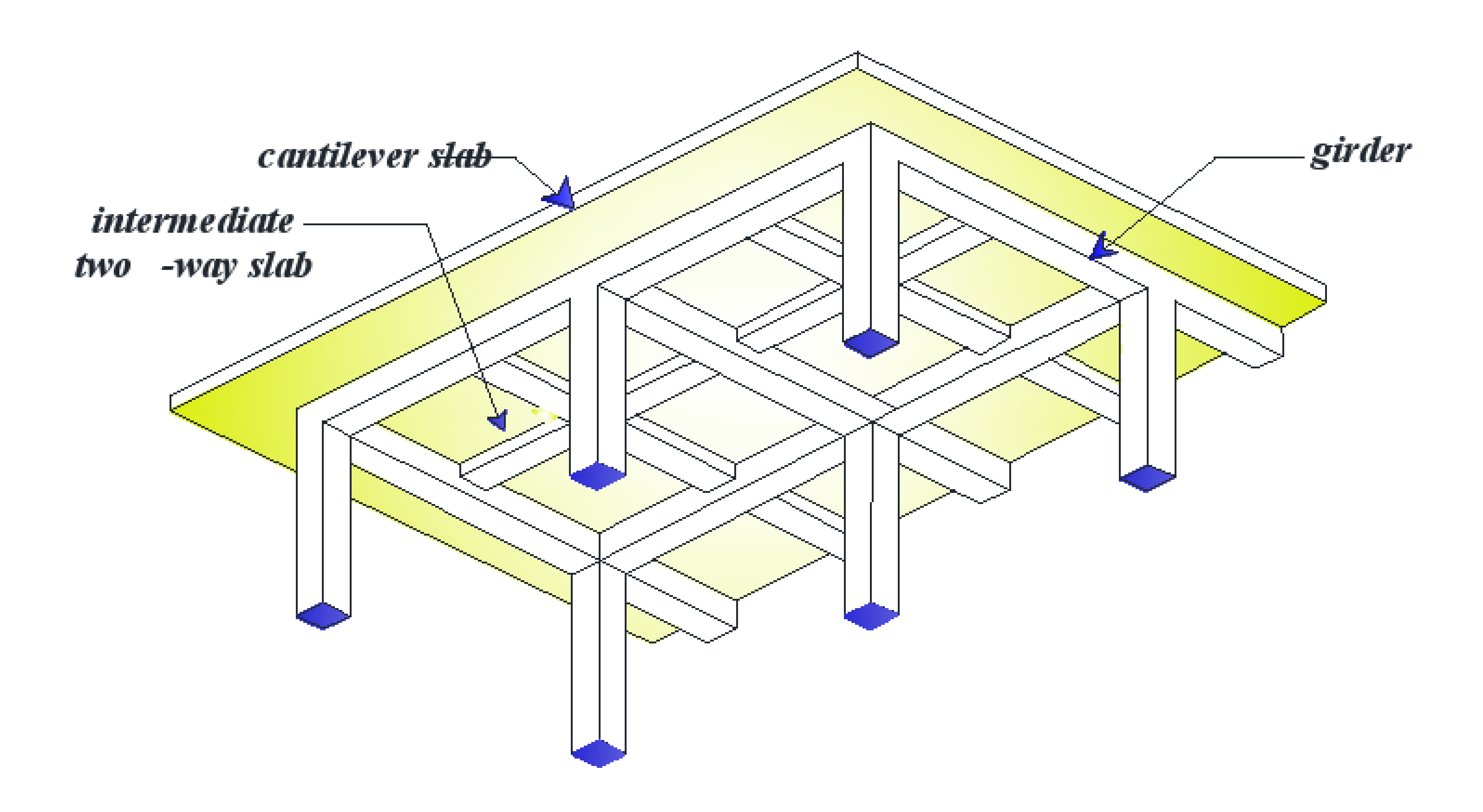
شكل رقم (1-9) بلاطات مصمتة ذات اتجاه واحد



One Way Solid Slabs شكل (2-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاة الواحد



Two way Solid Slabs شكل (2-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين



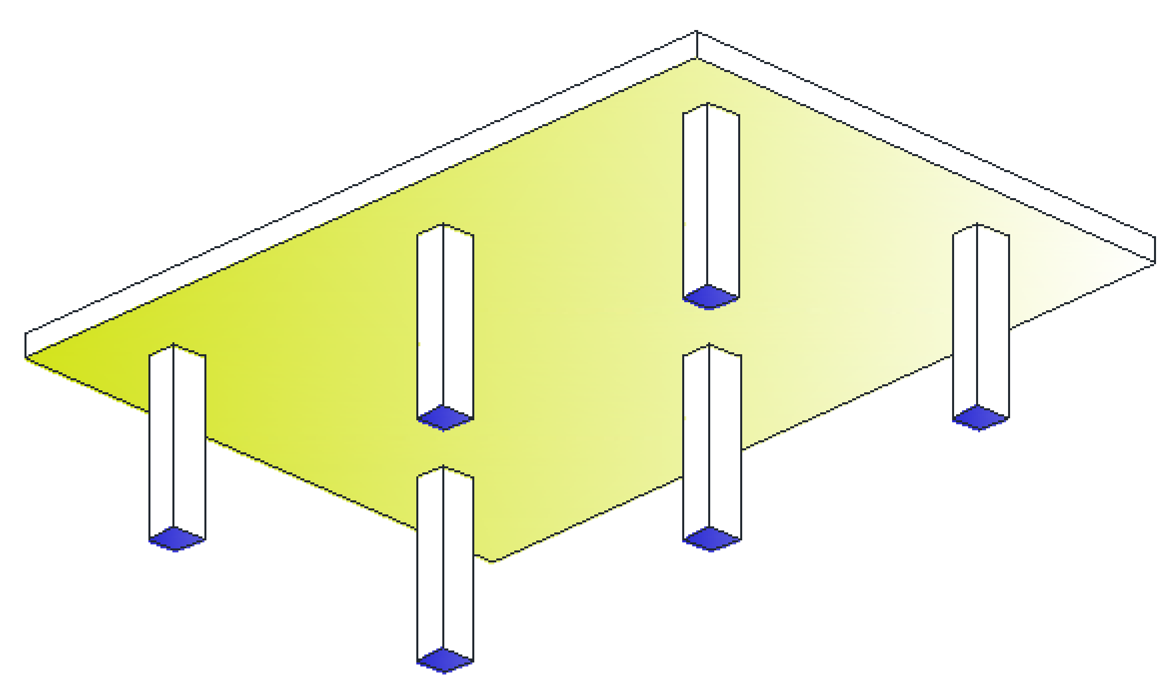
شكل (4-9) البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين Two way solid slabs

9-1-2- البلاطات المسطحة Flat slabs

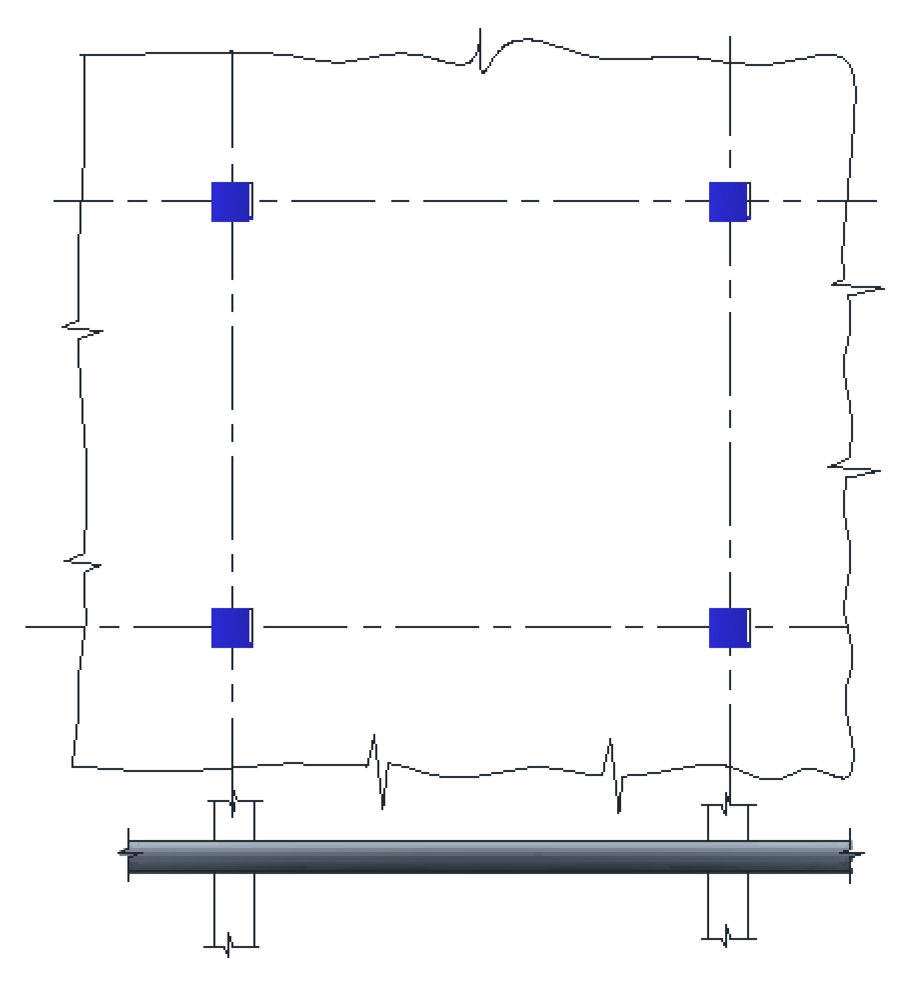
و هذا النوع من البلاطات لاترتكز على كمرات دائما وترتكز مباشرة على الاعمدة و ينقسم الى اربعة أنواع :-

9-1-2-1- بلاطات مسطحة لوحية Flat Plate

و هى البلاطات التى ترتكز على الاعمدة مباشرة ولها سمك ثابت كما بالشكل .



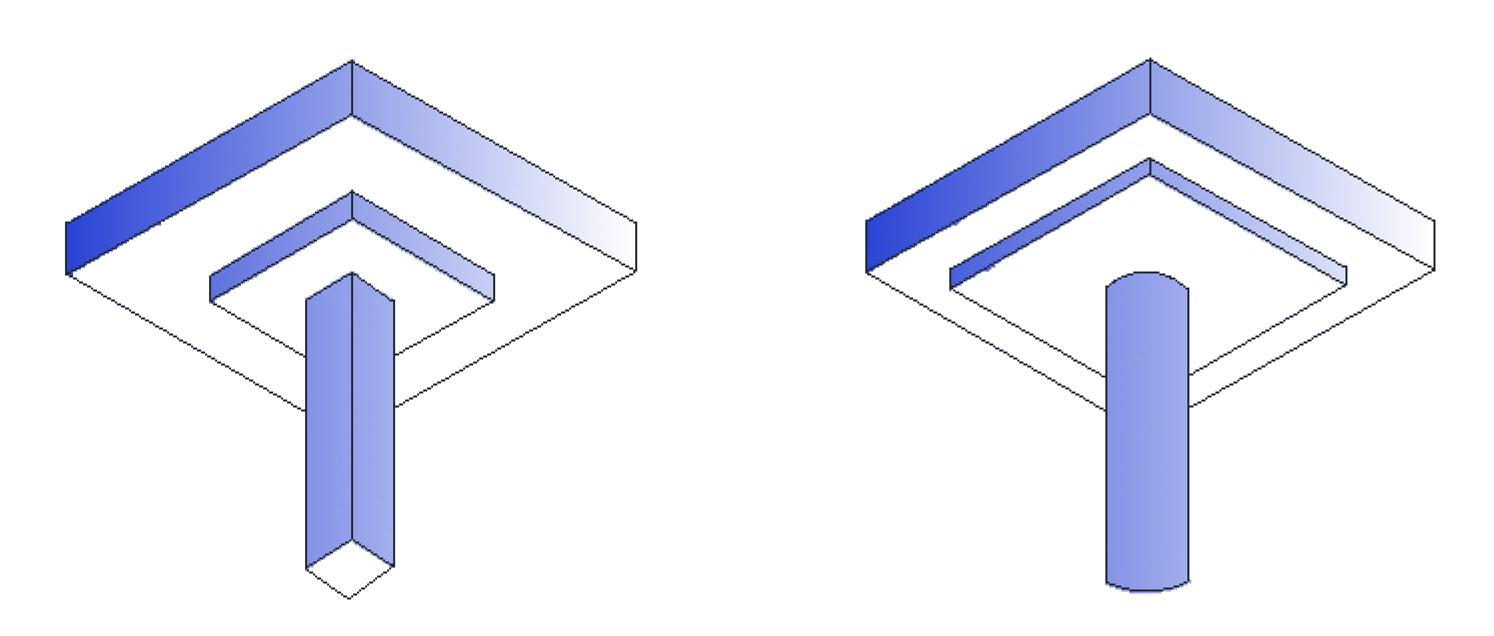
شكل (5-9) بلاطة مسطحة لوحية Flat plate



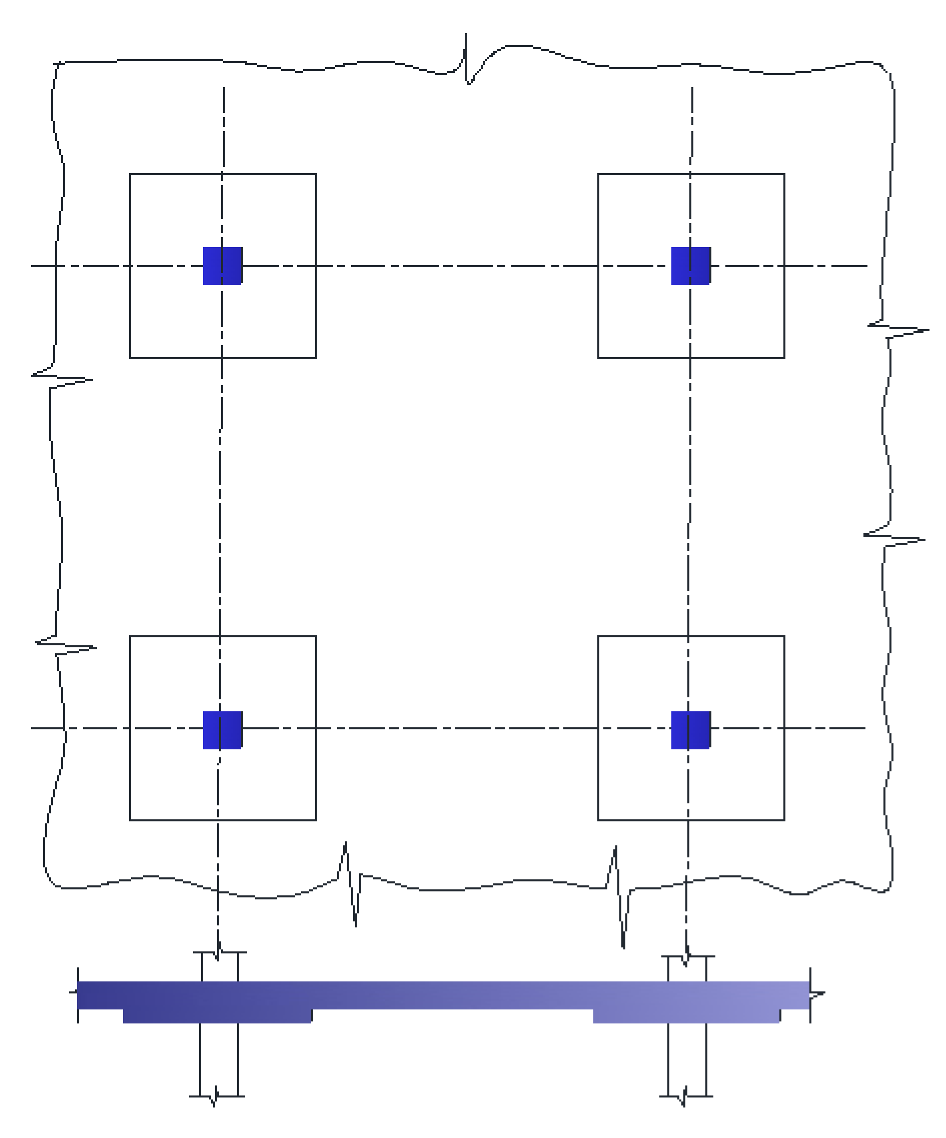
شكل (6-9) بلاطة مسطحة لوحية Flat Plate

9-1-2-2- بلاطات مسطحة ذات جزء سميك Flat slab with drop panel

فى حالة زيادة عزم الانحناء السالب حول الاعمدة يتم زيادة سمك البلاطة حول الاعمدة فقط لمقاومة هذا العزم وتقليل سمك بقية البلاطة لتقليل الحمل الناتج عن الوزن الذاتى للبلاطة .



شكل (7-9) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك Flat slab with drop panel



شكل (9-8) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك Flat slab with drop panel

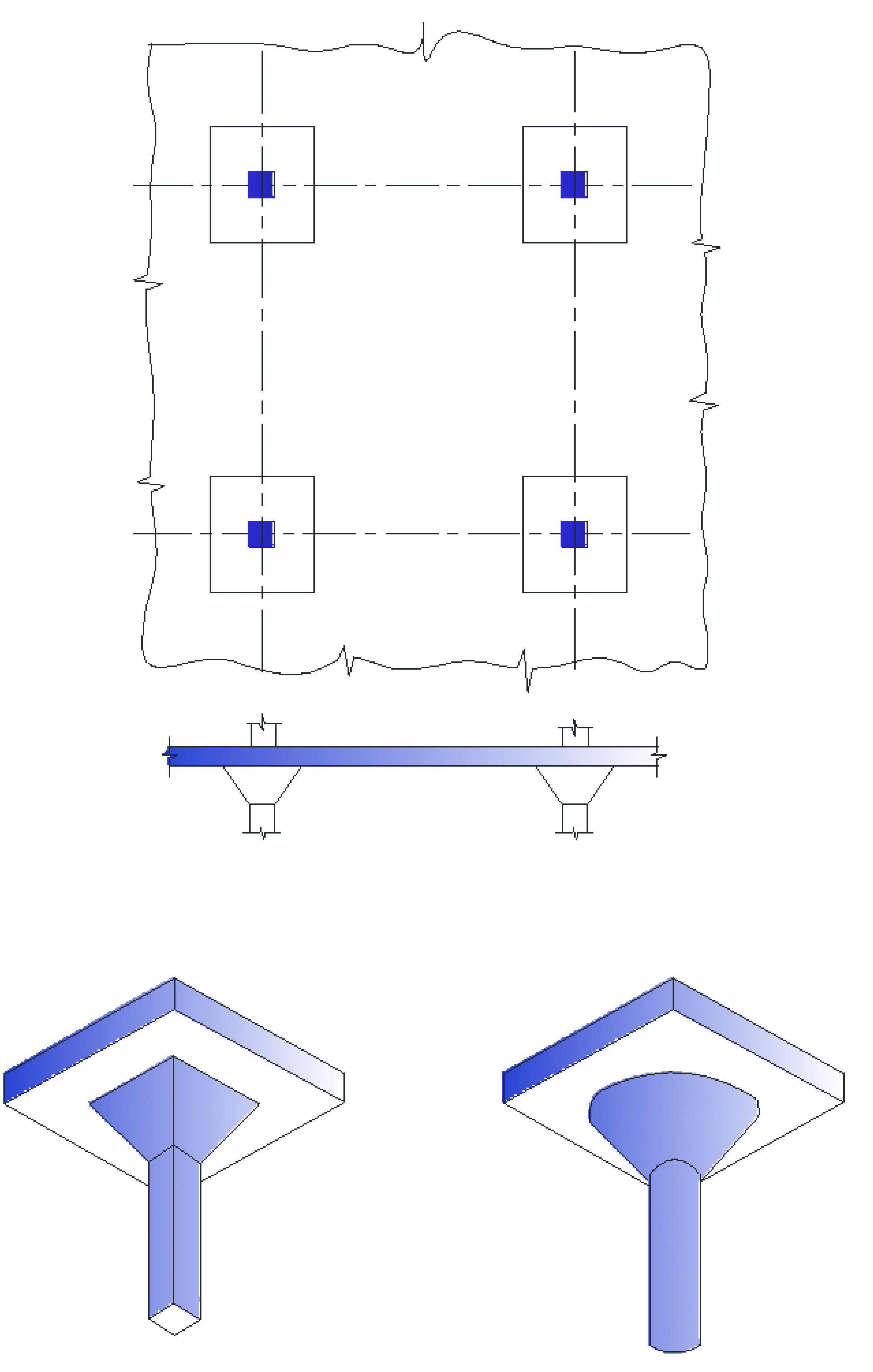
9-1-2-3- بلاطة خرسانية ذات رأس عمود   **Flat plate with column head**

فى بعض الأحيان يتم زيادة أبعاد العمود عند التقاءة بالبلاطة الخرسانية لتقليل المسافة بين الاعمدة وبالتالى تقليل عزم الأنحناء السالب . وفى نفس الوقت زيادة محيط البلاطة المقاوم للقص الثاقب Punching shear وبالتالى تقليل اجهادات القص حول الأعمدة . ويطلق على هذا النوع البلاطات المسطحة ذات رأس عمود حيث أن زيادة أبعاد العمود تدريجيا حتى التقاءه بالبلاطة يكون ما يشبه الرأس للعمود. وعادة تأخذ رأس العمود شكل مقطع العمود فاذا كان العمود مربعا تكون رأسة مربعة و هكذا .

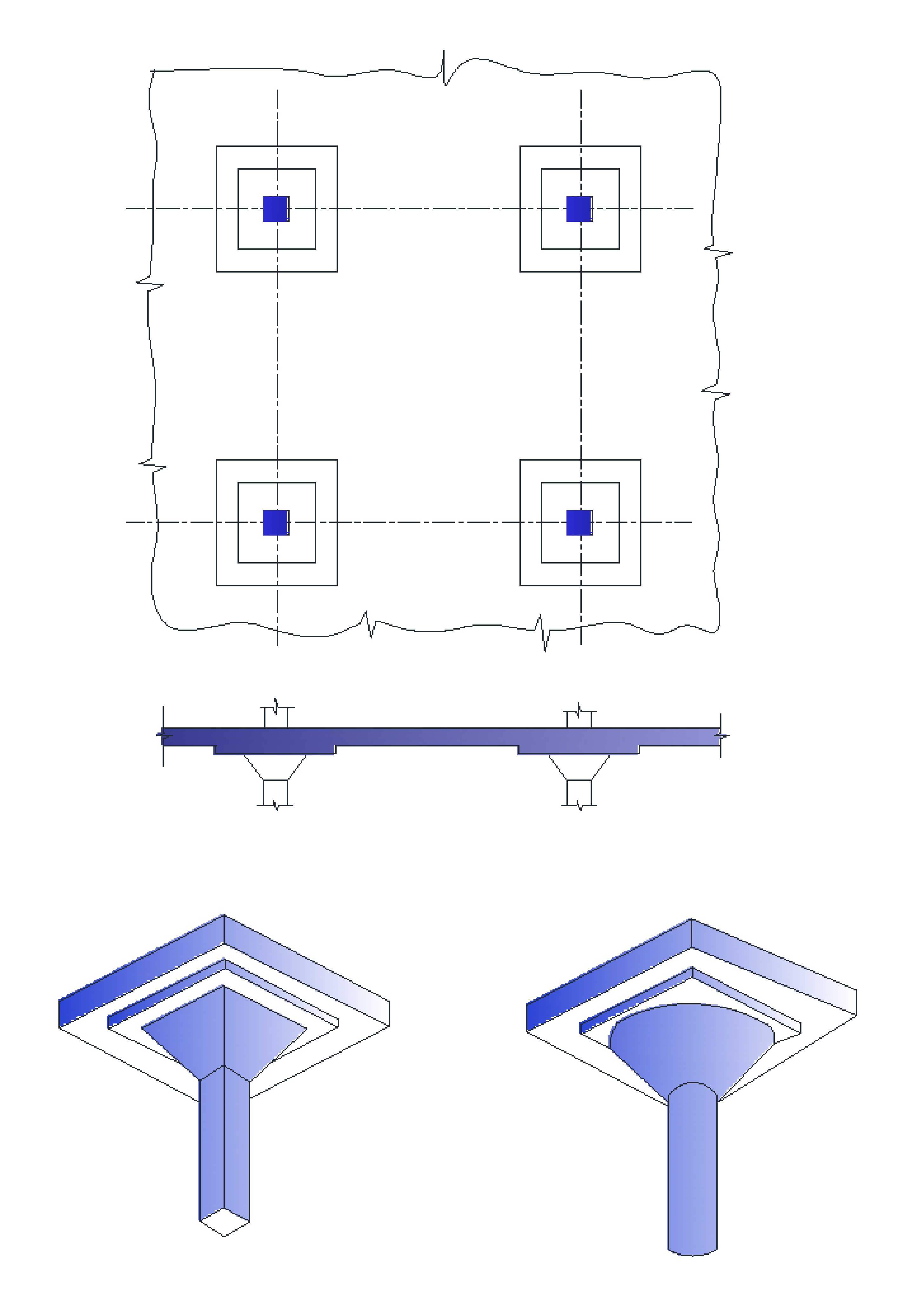
9-1-2-4- بلاطات مسطحة ذات جزء سميك ورأس عمود

Flat slab with drop panel and column head

عند زيادة الاحمال على البلاطات المسطحة كما فى حالة المخازن تكون الاجهادات الناتجة عن عزوم الانحناء وقوى القص كبيرة ولتقليل هذه الاجهادات بطريقة فعالة يتم عمل جزء سميك حول رأس العمود ولذلك يطلق على هذا النوع من البلاطات البلاطات المسطحة ذات جزء سميك ورأس عمود كما هو موضح بالشكل .



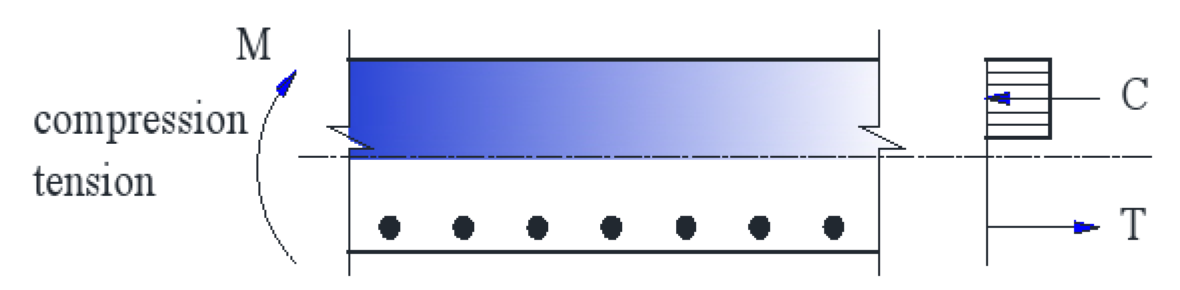
Flat slab with column head بلاطة مسطحة ذات رأس عمود (9-9) شكل



شكل (9-10) بلاطة مسطحة ذات جزء سميك ورأس عمود Flat plate with drop panel and column head

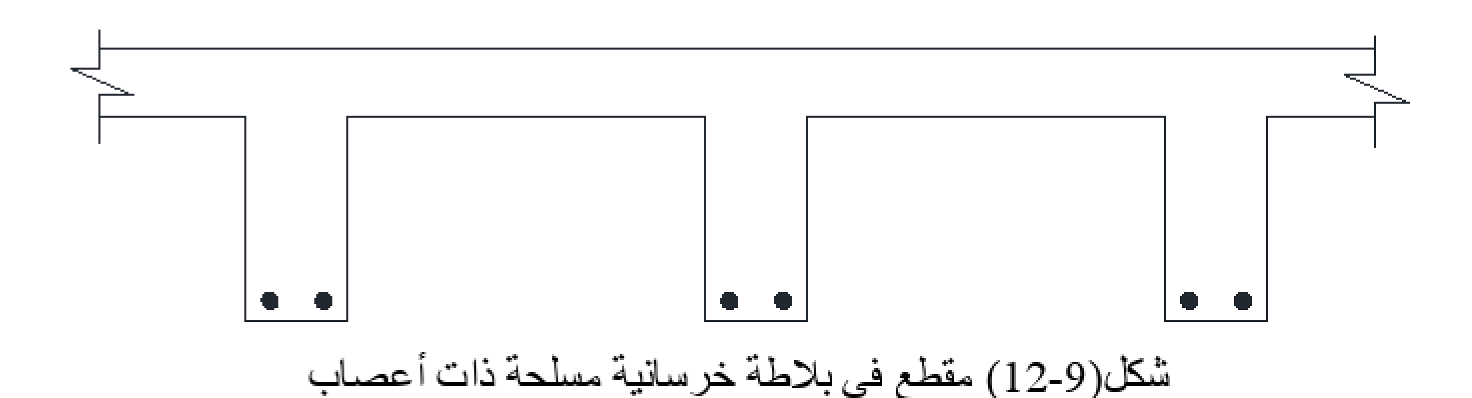
9-1-3- البلاطات ذات الاعصاب Ribbed Slab

نظرا لانه عند تعرض البلاطة الخرسانيةلعزم انحناء موجب (بسبب شدا فى الجزء السفلى) فان الجزء السفلى من سمك البلاطة المعرض للشد يكون مهملا و غير مؤثر فى مقاومة البلاطة ويقوم حديد التسليح فى هذا الجزء بمقاومة الشد الناتج عن عزم الانحناء كما تقوم الخرسانة فى الجزء العلوى من سمك البلاطة بمقاومة الضغط الناتج عن عزم الانحناء كما سبق توضيحة فى الكمرات وكما هو موضح بالشكل .



شكل (9-11) مقطع بلاطة خرسانية مسلحة معرضة لعزم انحناء

ونظرا لان هذا الجزء من البلاطة بالاضافة الى انه يتكلف أموالا فإنه يزيد الحمل الذاتى . ومن هنا كانت الفكرة للاستغناء عن بعضا من الجزء السفلى فى البلاطة والابقاء على البعض الاخر للابقاء على تسليح البلاطة كما هو موضح بالشكل .

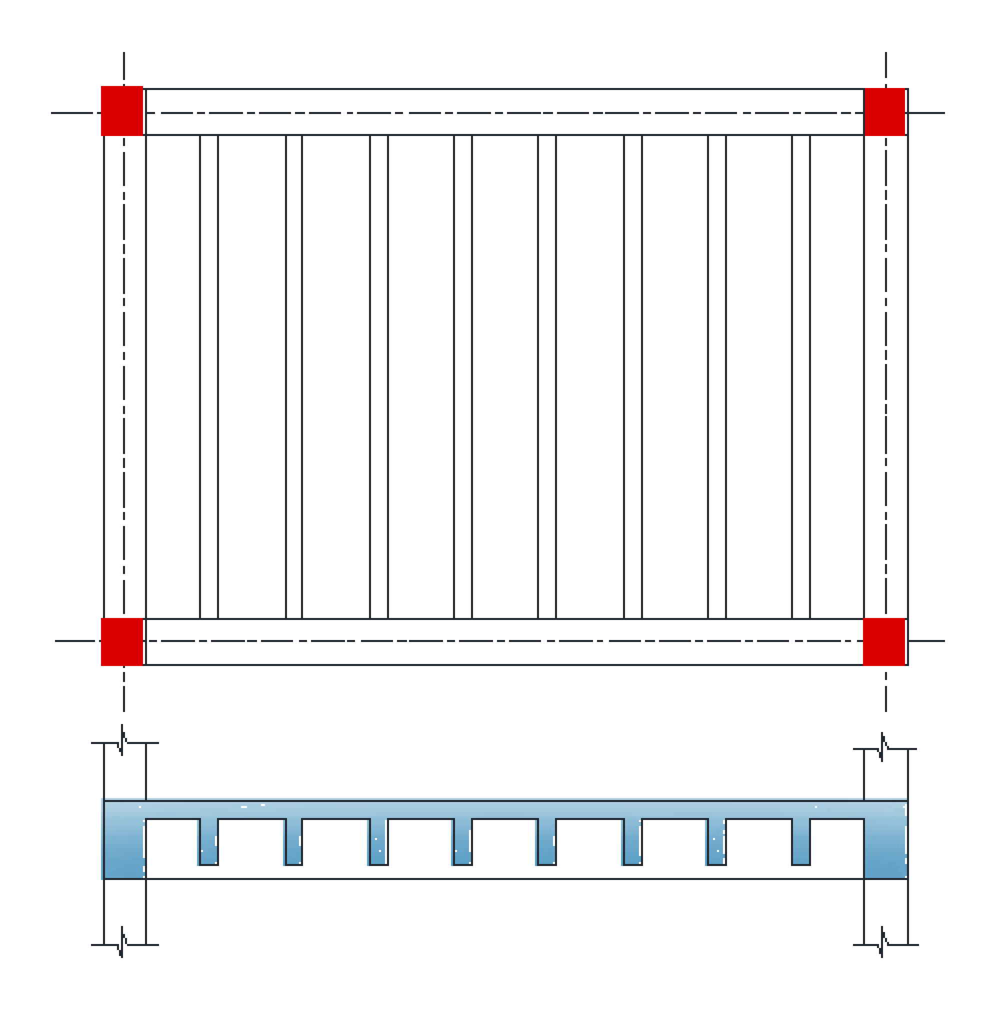


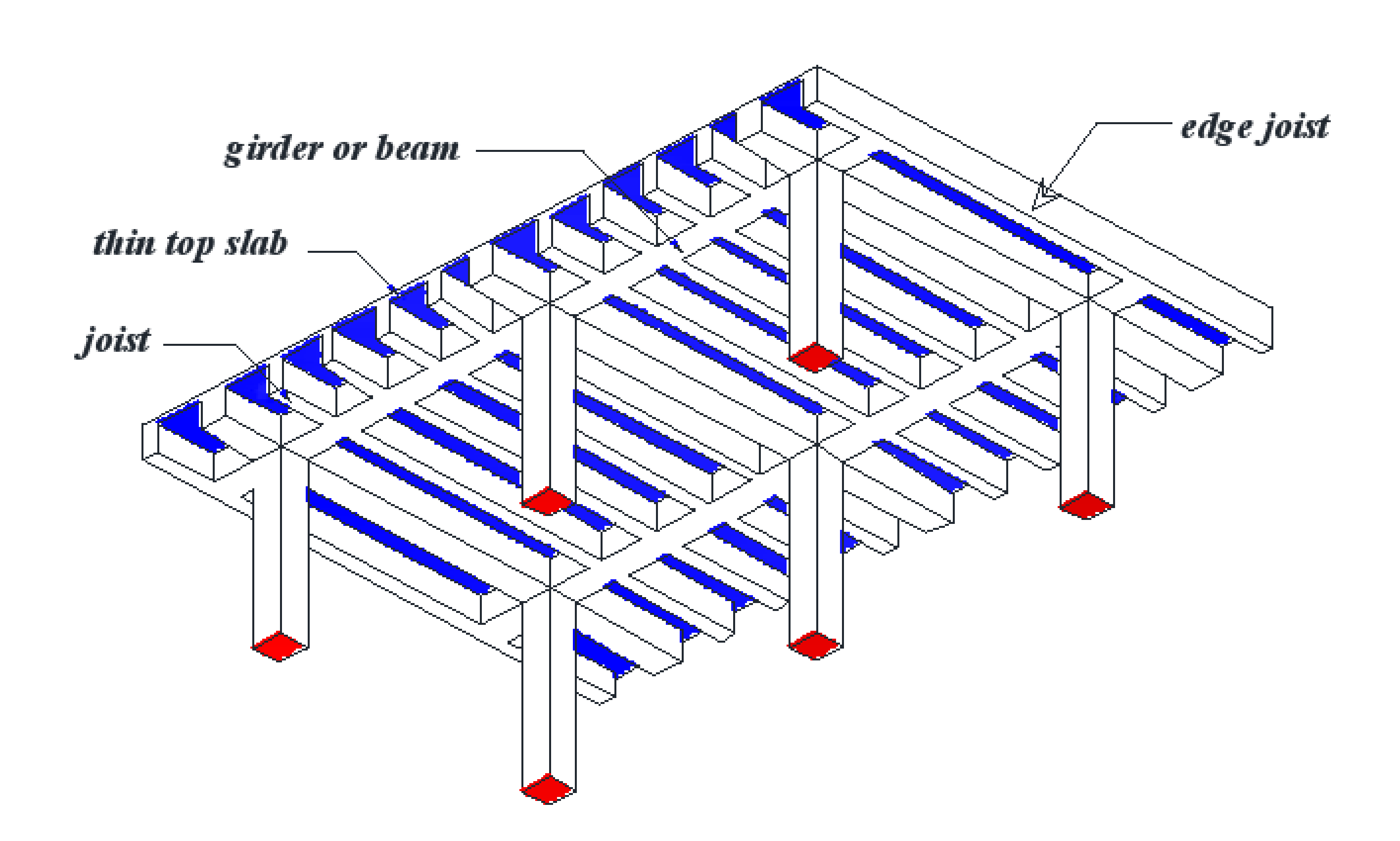
شكل(9-12) مقطع فى بلاطة خرسانية مسلحة ذات أعصاب

والأجزاء الخرسانية والتى هى بمثابة كمرات صغيرة تمثل ما يطلق علية الأعصاب (Ribs) وتوجد عدة انواع من البلاطات ذات الاعصاب.

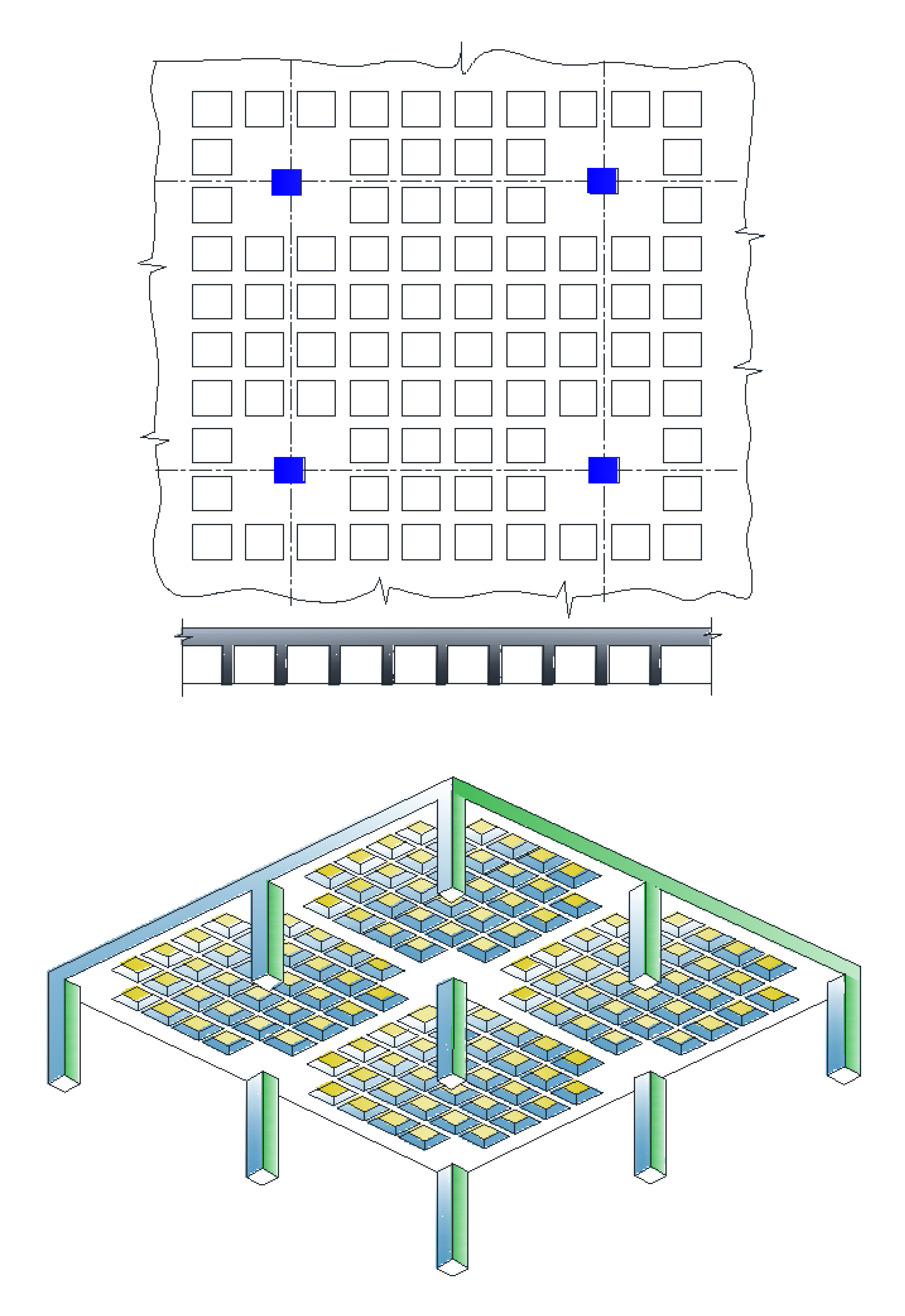
9-1-3-1- البلاطات ذات الاعصاب ذات اتجاة واحد One way ribbed slab

وفى هذا النوع تكون الاعصاب فى اتجاة واحد وينتقل الحمل عن طريق الاعصاب اى ان الحمل ينتقل فى اتجاة الاعصاب كما هو موضح بالشكل . ويفضل طبعا ان يكون اتجاة الاعصاب فى الاتجاة القصير .
ويلاحظ أن الأعصاب يمكن أن ترتكز على كمرة عادة ذات عمق أكبر من الأعصاب أوكمرة لها نفس عمق الأعصاب اذا كان مطلوب أن يكون السقف مسطحا .





شكل (13-9) بلاطة ذات أعصاب - اتجاة واحد One way ribbed slab



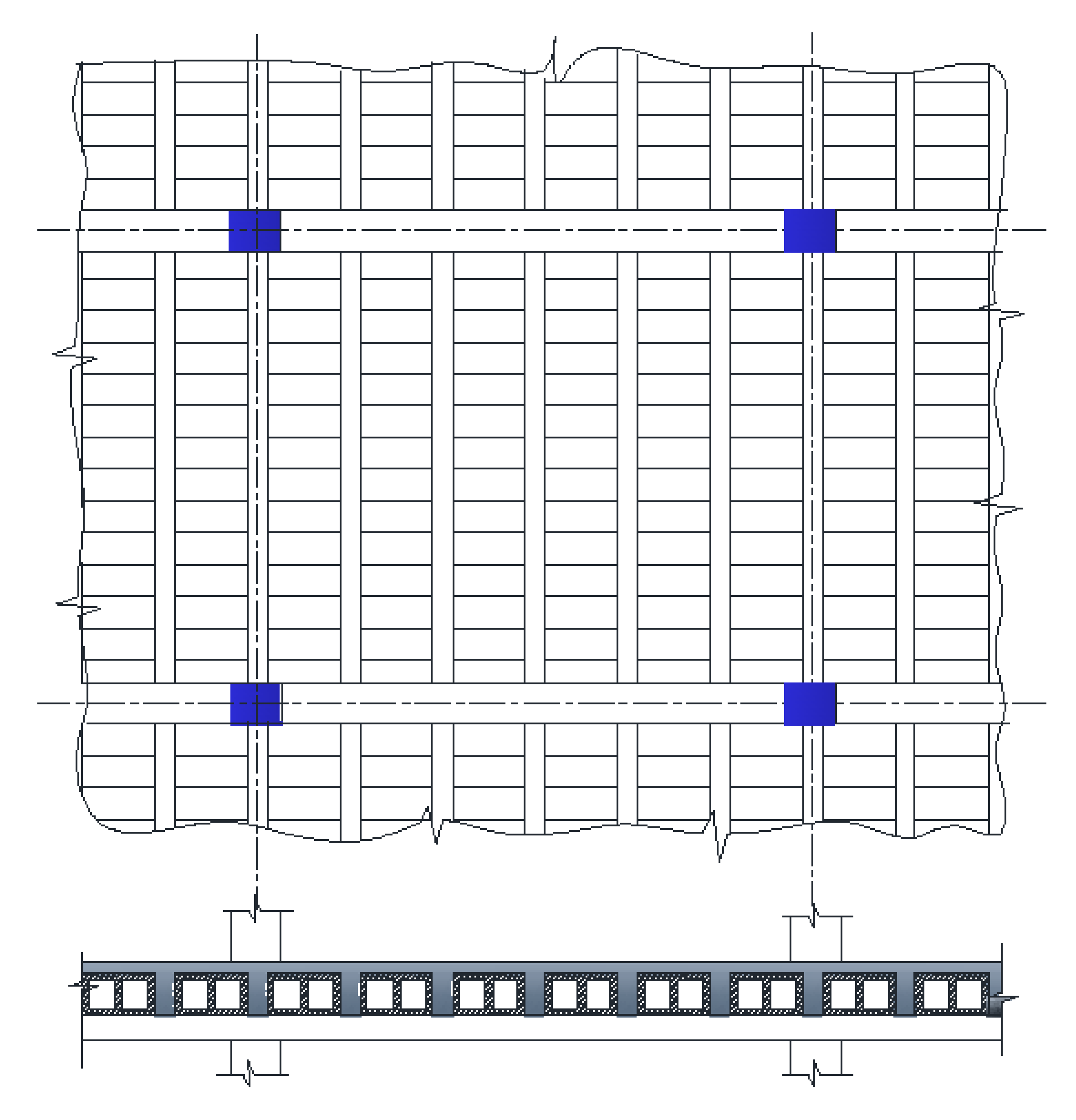
Two way ribbed slab (Waffle) - شكل (9-14) بلاطة ذات أعصاب فى الاتجاهين

9-1-3-2- البلاطات ذات الأعصاب فى الاتجاهين Two way ribbed slab or Waffle slab

فى البلاطات التى تكون الأبعاد بين الأعمدة كبيرة نسبية يتم إستخدام الأعصاب فى الإتجاهين و هى تعطى شكلا جميلا متناسقا للسقف وفى نفس الوقت ذو جساءة عالية ومقاومة كبيرة للأحمال . والشكل الموضح كأنة بلاطة مسطحة Flat Slab تم انتقاص أجزاء منها لتقليل وزنها وعدم تقليل مقاومتها للأحمال فى نفس الوقت . وفى حالات أخرى يمكن أن ترتكز الأعصاب على كمرات ساقطة ذات عمق أكبر من عمق الأعصاب أو على كمرات لها نفس عمق الأعصاب .

9-1-3-3- البلاطات ذات البلوكات المفرغة ذات اتجاة واحد One way hollow block slabs

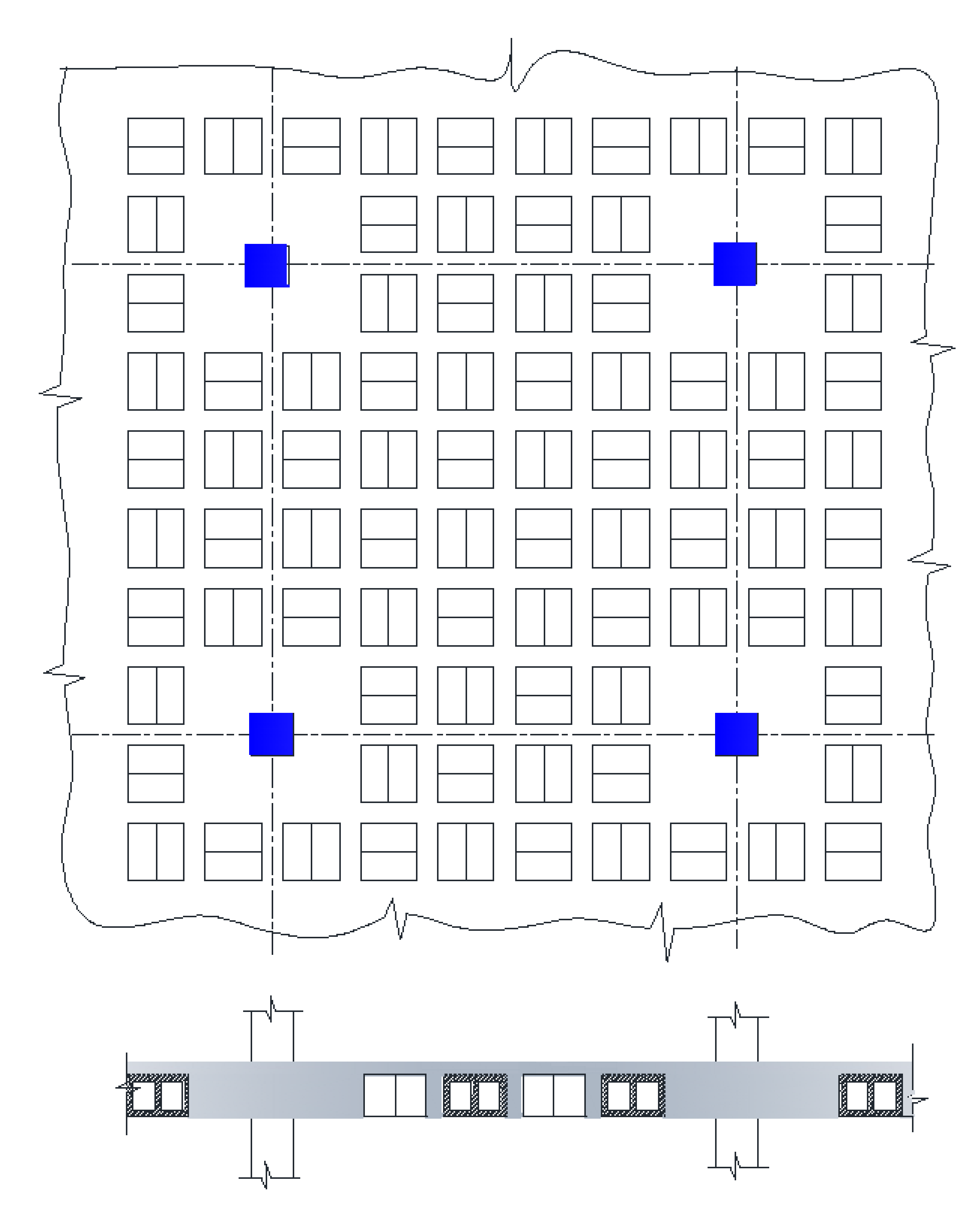
و هذا النوع من البلاطات مشابة تماما للبلاطات ذات الأعصاب ذات الإتجاة الواحد لكن بدلا من الفراغات بين الأعصاب يتم وضع بلوكات خرسانية مفرغة لها عمق يساوى سقوط الأعصاب وبذلك يبدو السطح السفلى للبلاطة مستويا تماما مثل البلاطات المصمتة Solid slab ولكن ذات وزن أخف .



شكل (9-15) بلاطة ذات البلوكات المفرغة ذات اتجاة واحد (One way hollow block slab)

9-1-3-4- البلاطات ذات البلوكات المفرغة ذات الإتجاهين Two way hollow block slabs

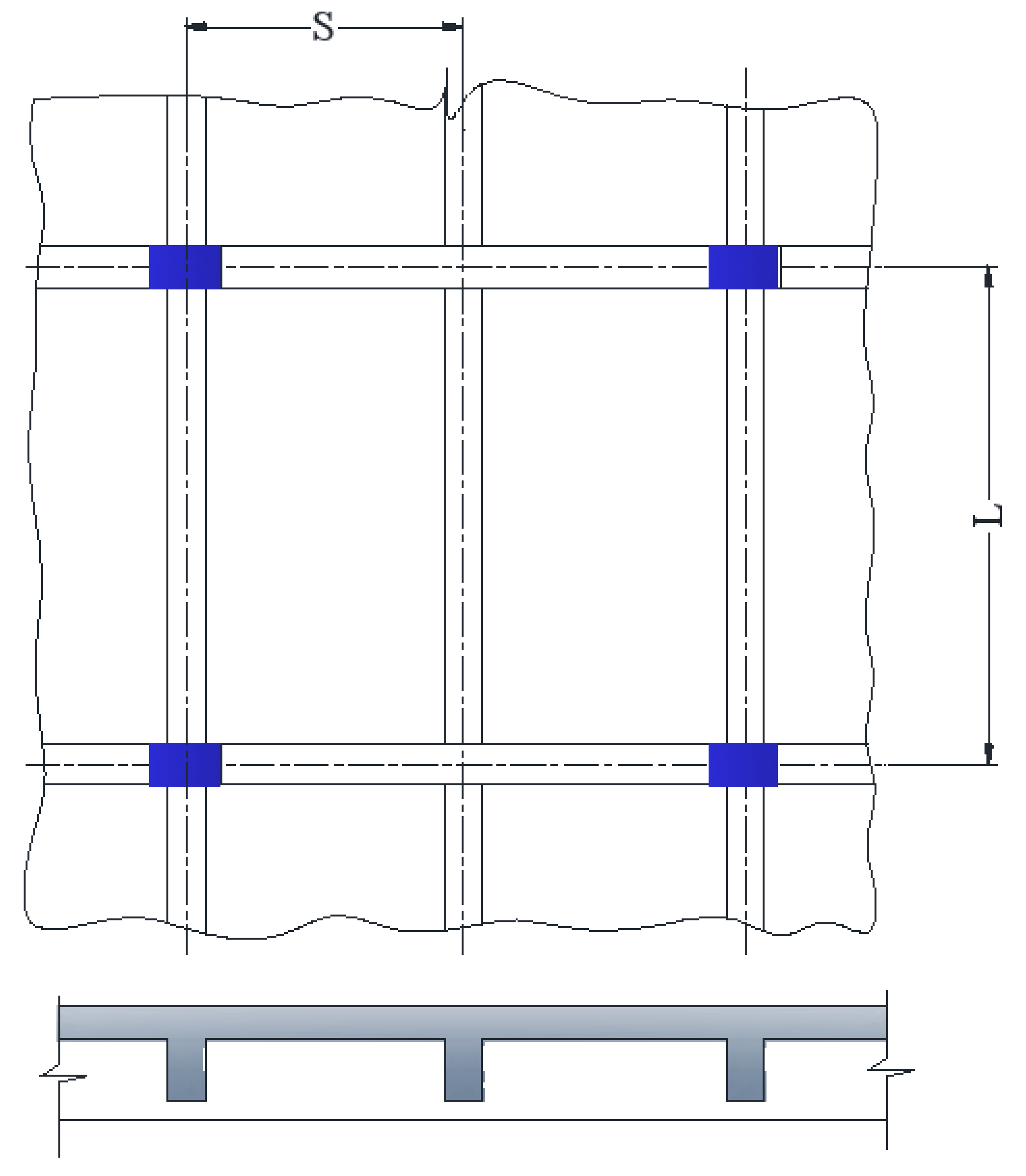
و هذا النوع من البلاطات ذات الأعصاب فى اتجاهين لكن الفراغ بين الأعصاب من أسفل يتم ملؤة بعدد اتنين بلوك ليصير سطح البلاطة مستويا تماما من أسفل مثل البلاطات المصمتة . ويلاحظ فى الشكل أن الأعصاب ترتكز على كمرات ساقطة ذات عمق أكبر من الأعصاب لكن فى حالة اختيار السقف مسطحا (Flat) يمكن عمل كمرات لها نفس عمق الأعصاب .



شكل (16-9) بلاطة ذات بلوكات مفرغة فى الإتجاهين Two way hollow block slab

9-2- البلاطات المصمتة ذات الإتجاه الواحد One way solid slab

كما سبق تفصيله ؛ فإن البلاطات ذات الإتجاة الواحد اشتق اسمها من طريقة انتقال الحمل المؤثر عليها إلى الركائز أى الكمرات التى ترتكز عليها البلاطة .

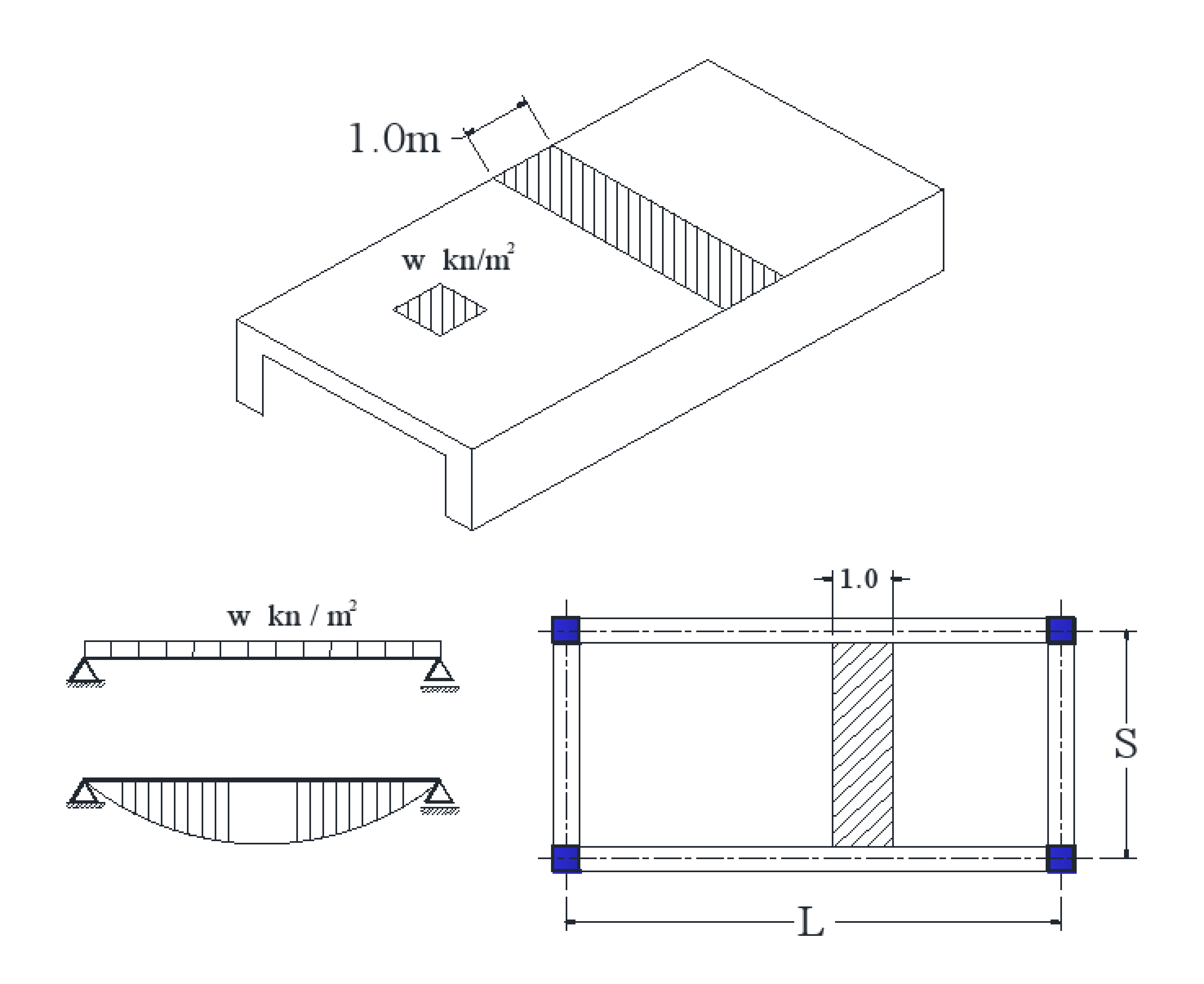


شكل (9-17) البلاطات المصمتة ذات إتجاة الواحد One way slabs

يوضح الشكل بلاطة ذات إتجاة واحد طولها (L) وعرضها (S) وبما أنها ترتكز على أربع كمرات فإن الطول (L) يكون أكبر من ضعف العرض (S) لكى تكون بلاطة ذات اتجاة واحد .

$$L/S \geq 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9\text{-}1)$$

وبما أن الحمل يتجة إلى الكمرات الطولية ففى هذة الحالة يتم اعتبار شريحة بعرض متر واحد ويتم حساب الحمل المؤثر على هذه الشريحة وحساب عزم الإنحناء الأقصى على شريحة البلاطة وبعد ذلك يتم تصميمها مثل الكمرات تماما أو مثل المقطع ذو التسليح المنفرد المعرض لعزم انحناء .



شكل (9-18)تصميم البلاطات المصمتة ذات إتجاة الواحد One way slabs

ويلاحظ أن الحمل المؤثر على وحدة المساحات من البلاطة (متر مربع) يساوى الحمل المؤثر على الشريحة لكل متر طولى .

9-2-1- حساب الحمل على البلاطة المصمتة : - Calculation of load

الحمل المؤثر على البلاطة الخرسانية يتكون من ثلاثة أجزاء

- **الوزن الذاتى للبلاطة** Own weight :

يتم حسابة بضرب سمك البلاطة (t) بالمتر فى وزن المتر المكعب للخرسانة المسلحة ويؤخذ $25\ kn/m^3$

- **غطاء البلاطة الخرسانية** Floor covering :

و هو عبارة عن المواد المستخدمة فى تشطيب أو تغطية الأرضية وعادة يكون بلاط أو خشب أو خلافة بالإضافة إلى وزن المونة الأسمنتية و الرمل أسفلها لضبط الميول وعادة يؤخذ هذا الحمل حوالى 1.5 أو 2.0 كيلو نيوتن للمتر المربع .

- **الحمل الحى** (Live load) .

و هذا الحمل يمثل الحمل المتغير المؤثر على البلاطة الخرسانية وتختلف قيمتة حسب مستخدم المنشأ وتوجد جداول خاصة أوصى بها الكود مذكورة بالباب الأول. وتتراوح قيمة الحمل الحى من 0.50 حتى 100 ك.نيوتن للمتر المربع وفى المبانى السكنية يكون 2.0 ك.نيوتن للمتر المربع .

بعد حساب الأحمال المؤثرة على البلاطة يتم تحديد النظام الأستاتيكى (Statical system) حسب طريقة ارتكاز البلاطة وبذلك يمكن حساب عزم الانحناء الأقصى المؤثر على البلاطة. ويستخدم هذا العزم الأقصى فى تصميم المقطع الحرج للبلاطة أى تحديد سمك البلاطة وحديد التسليح اللازم ، ويعمم هذا المقطع على بقية البلاطة . ويتم تصميم مقطع للبلاطة تماما مثل تصميم مقطع الكمرة المسلحة تسليحا منفردا (Singly reinforced) إلا أن عرض البلاطة يكون متر واحد . ويكون حديد التسليح هو لكل متر . ويراعى أن التسليح المحسوب فى البلاطات ذات الإتجاة الواحد يكون فى الإتجاة القصير ولكن لابد من تسليح البلاطة أيضا فى الإتجاة الطولى لمقاومة اجهادات الإنكماش وتأثير الحرارة . و هناك بعض الملاحظات الضرورية حسب توصيات الكود والتى يجب اتباعها عند تصميم البلاطات الخرسانية و هى كما يلى :-

9-2-2- السمك الأدنى للبلاطة المصمتة ذات الإتجاة الواحد Minimum thickness

يتم اختيار سمك البلاطة الخرسانية بحيث تحقق الأمان من ناحية الإجهادات . أى أن الإجهادات المعرضة لها البلاطة تكون فى حدود المسموح بالإضافة إلى تحقيق شرط الترخيم Deflection و هو ألا يزيد الترخيم الأقصى للبلاطة عن الحد المسموح بة فى الكود . والقيم التالية لاختيار سمك البلاطة يحقق شرط الترخيم ويتم حساب الإجهادات بعد ذلك لكن يمكن اختيار سمك أقل وحساب الترخيم ومقارنتة بالمسموح بة والقيم التالية لا تتطلب حساب الترخيم الأقصى :-

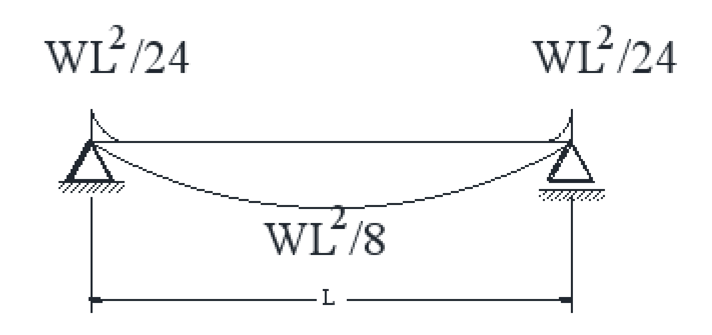
End Condition	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
Thickness (t)	L/20	L/23	L/26

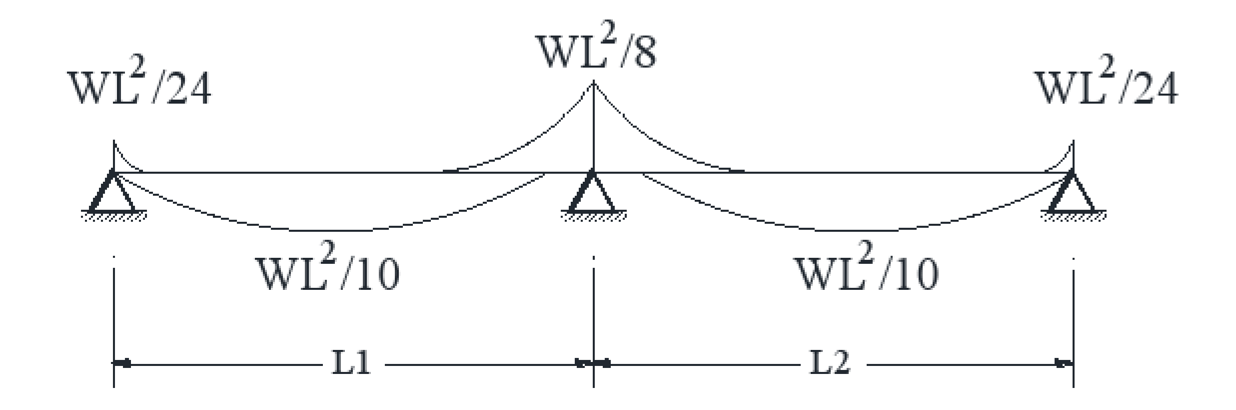
حيث (L) المسافة بين محاور الركائز التى ترتكز عليها البلاطة

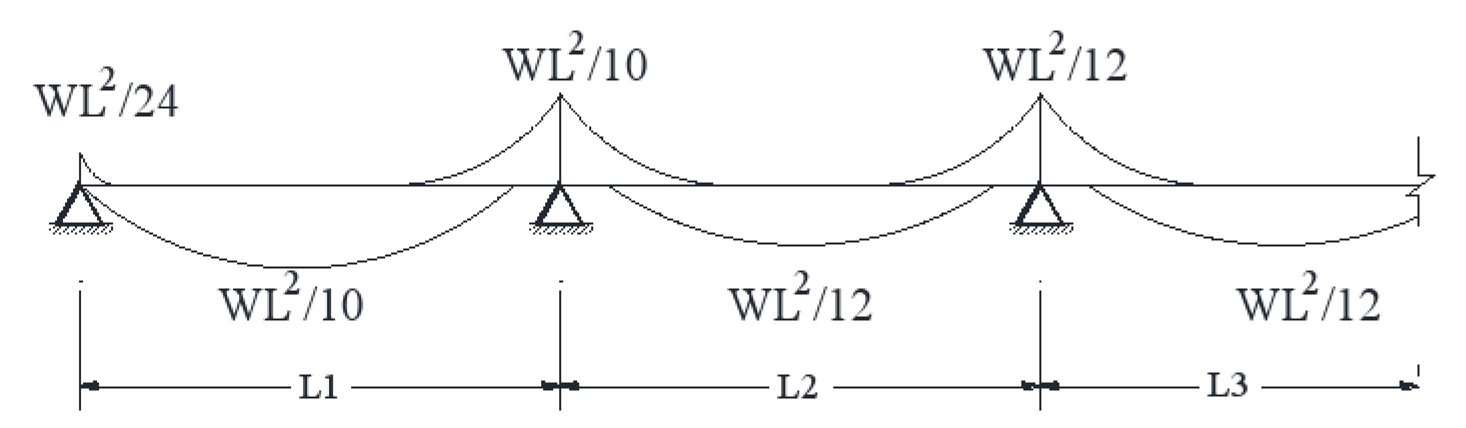
مع ملاحظة أن يمكن تقليل سمك البلاطة الخرسانية عن القيم السابقة إذا تم حساب الترخيم (Deflection) واتضح أن لا يتعدى القيم المنصوص عليها فى الكود .

9-2-3- حساب عزوم الإنحناء: Bending Moments

يمكن حساب عزوم الإنحناء فى البلاطات البسيطة الإرتكاز والمستمرة من المعادلات التالية على ألا يتعدى الفرق بين أطوال بحور الكمرات أو الحمل الموزع المؤثر عليها قيمة 20 % وأن يكون الحمل الثابت (Dead load) أكبر من الحمل الحى (Live Load) .







شكل (9-19) عزوم الانحناء فى البلاطات المصمتة Bending moments in solid slabs

حيث L متوسط البحرين المتجاورين

9-2-4- إختيار حديد التسليح Reinforcement

جميع البلاطات الخرسانية يتم تسليحها فى الأتجاهين حتى لو لم تتطلب الحسابابت ذلك فى أحد الأتجاهين . وفى البلاطات الخرسانية يتم اختيار حديد التسليح من أقطار 8 ، 10 ، 12 ، 16 مم . وإذا تم اختيار قطرين من حديد التسليح لنفس البلاطة فيفضل إختيار قطرين متتاليين . وحدد الكود حد أدنى و حد أقصى للمسافات بين قضبان حديد التسليح ويفضل فى البلاطات الخرسانية ألا تزيد المسافة بين قضبان حديد التسليح عن 250 مم وألا تقل عن 100 مم . ويجب ألا يقل حديد التسليح عن التسليح اللازم لمقاومة إجهادات الحرارة والإنكماش وتقدر مساحتة إلى مساحة القطاع الخرسانى بـ % 0.2 .

$$\mu_{min} = \frac{A_s}{b\ .\ d} = 0.002$$

وعندما يزيد سمك البلاطة الخرسانية عن 150 مم يجب تسليحها فى السطح العلوى لمقاومة اجهادات الانكماش والحرارة حتى لو لم تتطلب الإجهادات الناتجة عن الأحمال تسليحها فى هذا السطح .
ويلاحظ أن نسبة التسليح فى البلاطات الخرسانية والقواعد الخرسانية تقل عن النسبة الدنيا التى حددها الكود للكمرات الخرسانية . ويلاحظ أنه عند تسليح البلاطة الخرسانية فى إتجاة فيلزم تسليحها على الأقل بالحد الأدنى فى الإتجاة الأخر سواء كان هذا التسليح تسليحا سفليا أو علويا .

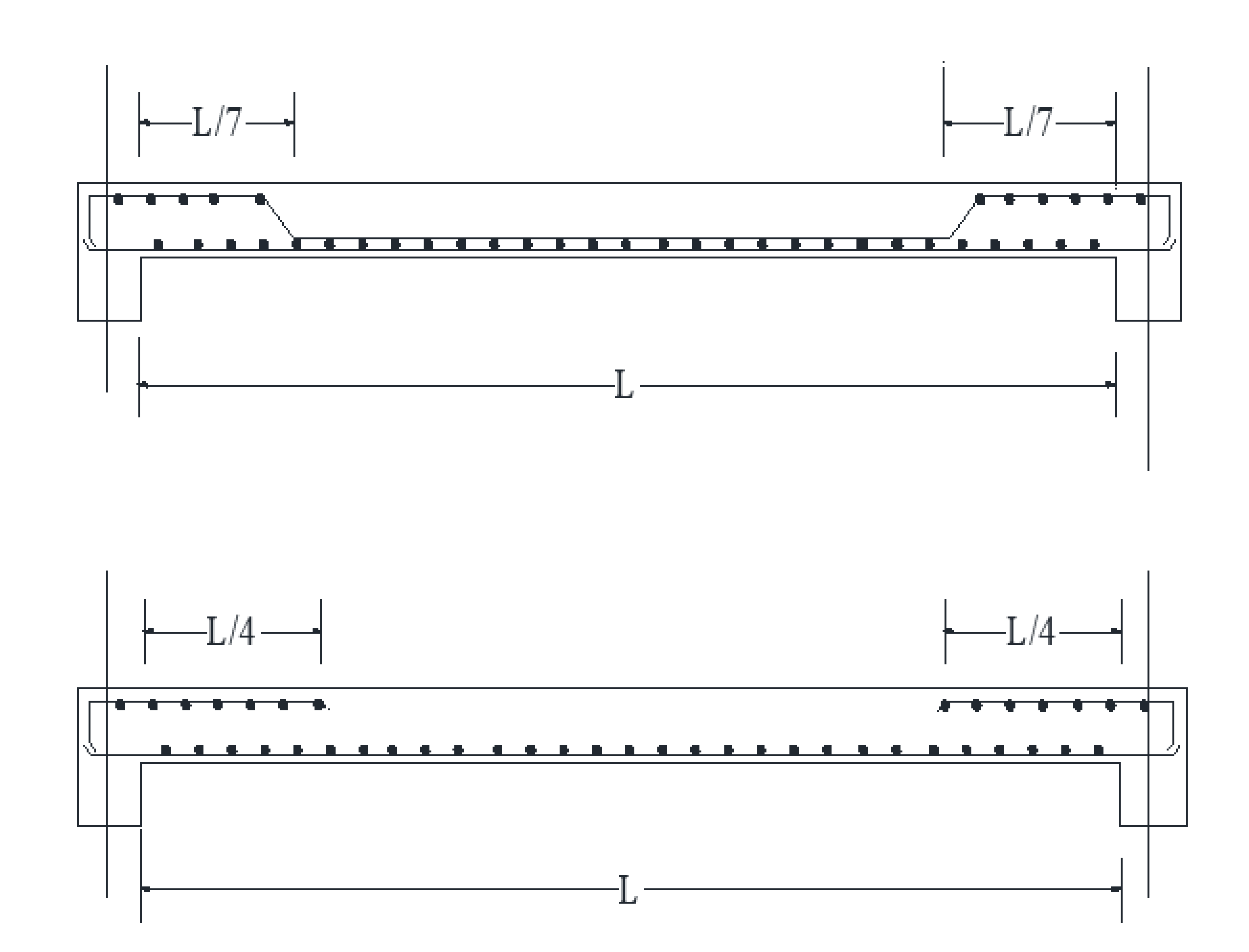
9-2-5- رص حديد التسليح Reinforcement Arrangement

يتم رص حديد التسليح بحيث يغطى عزم الانحناء المحتمل الناتج عن الأحمال الحية والثابتة التى تتعرض لها البلاطة الخرسانية . وعند تكسيح حديد التسليح يكون نصف حديد التسليح عدل(straight) والنصف الآخر مكسح (bent) . وتوضح الأشكال التالية أماكن تكسيح حديد التسليح أو أماكن إيقافه فى حالة عدم تكسيحه كما يلى :

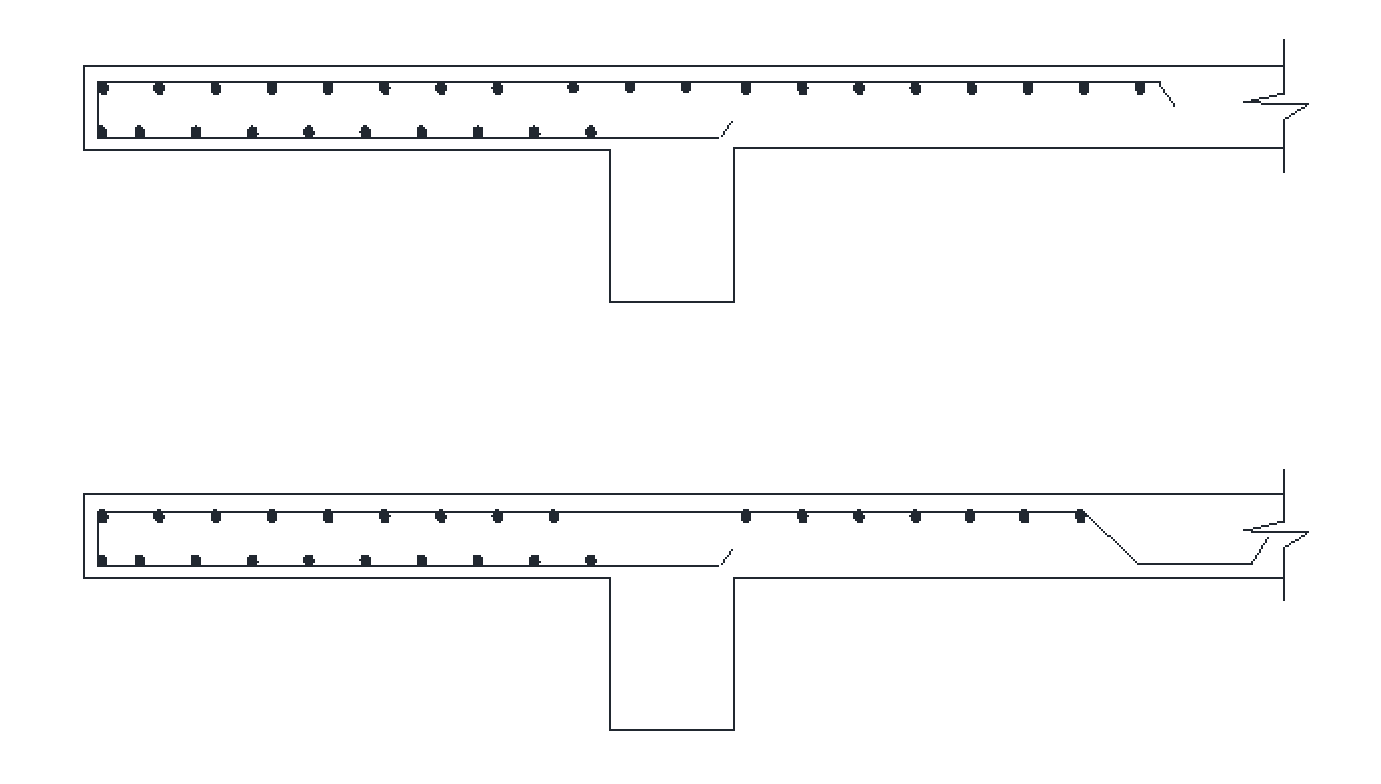
أ- فى البلاطات بسيطة : الارتكاز يتم تكسيح نصف حديد التسليح عند سبع البحر ويمتد النصف الآخر لما بعد محور الركيزة.

ب- فى البلاطات الكابولية : تسلح هذه البلاطات بما يسمى (شوكة) حيث يتم ثنى التسليح العلوى ليكون هو نفس التسليح السفلى. ويمتد التسليح العلوى لما بعد الركيزة لمسافة تغطى عزم الانحناء السالب وكذلك طول التثبيت (Ld) .

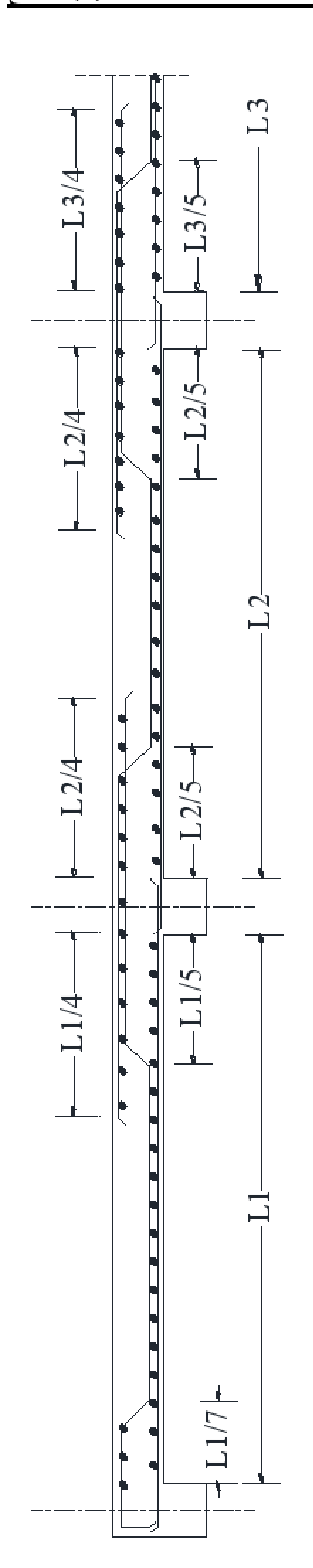
جـ- فى البلاطات المستمرة : يتم التكسيح عند خمس أكبر البحرين المتجاورين ويمتد إلى ربع أكبر البحرين المتجاورين ، ولا يزيد الحديد المكسح عن ثلثى الحديد الكلى.

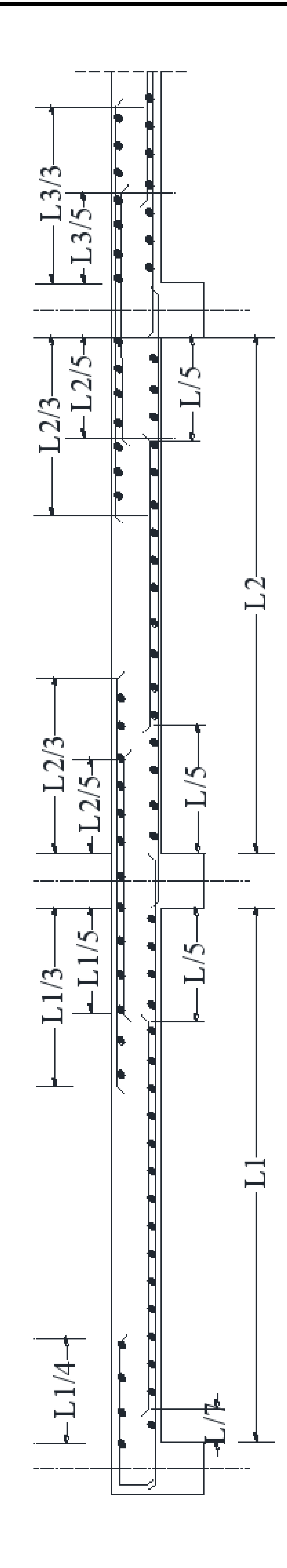


Simply supported slab شكل (9-20) ترتيب حديد التسليح فى بلاطة ذات ارتكاز بسيطٍه



Cantilever Slab شكل (9-21) ترتيب حديد التسليح فى بلاطة كابولية





شكل (22-9) ترتيب صلب تسليح البلاطات المستمرة Countinous Slabs

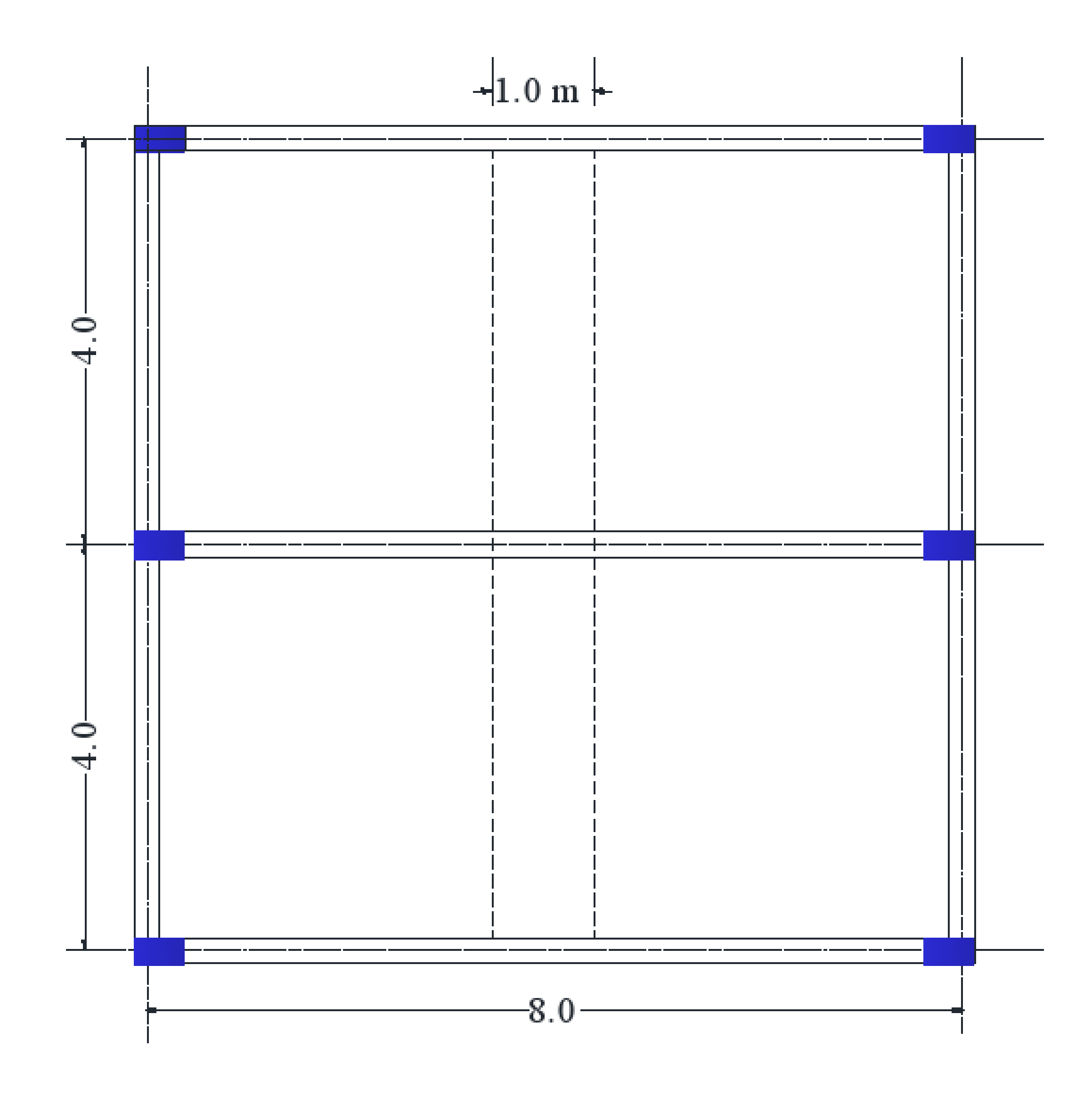
Example 9-1

Design The solid slabs shown in figure.

$f_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$

Flooring = 1.5 Kn/m^2 , L.L = 3.0 Kn/m^2

Solution:-



شكل (9-23) بلاطة مصمتة ذات اتجاه واحد

$$\frac{L}{t} \leq 24$$

$$t \geq \frac{L}{30} = \frac{4000}{30} = 133.3$$

t=140mm

o.wt = 140x250 = 3.50 Kn/m^2

$w_u = 1.4\ (1.5+3.5) + 1.6\ x\ 3.0 = 12\ kn/m^2$

$$M_u(+ve) = \frac{w_u \times L^2}{9} = \frac{12 \times 4^2}{9} = 17.5 m.kn$$

$17.5 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 120^2$

$Ku = 1.22 \qquad \rightarrow \mu = 0.41\%$

$$As = \frac{0.41}{100} x1000 \text{ x } 120 = 492 \text{ mm}^2$$

As (+ ve) = 5Φ12/m'

$$M_u(-ve) = \frac{w_u \times L^2}{9} = \frac{12 \times 4^2}{9} = 21.3 m.kn$$

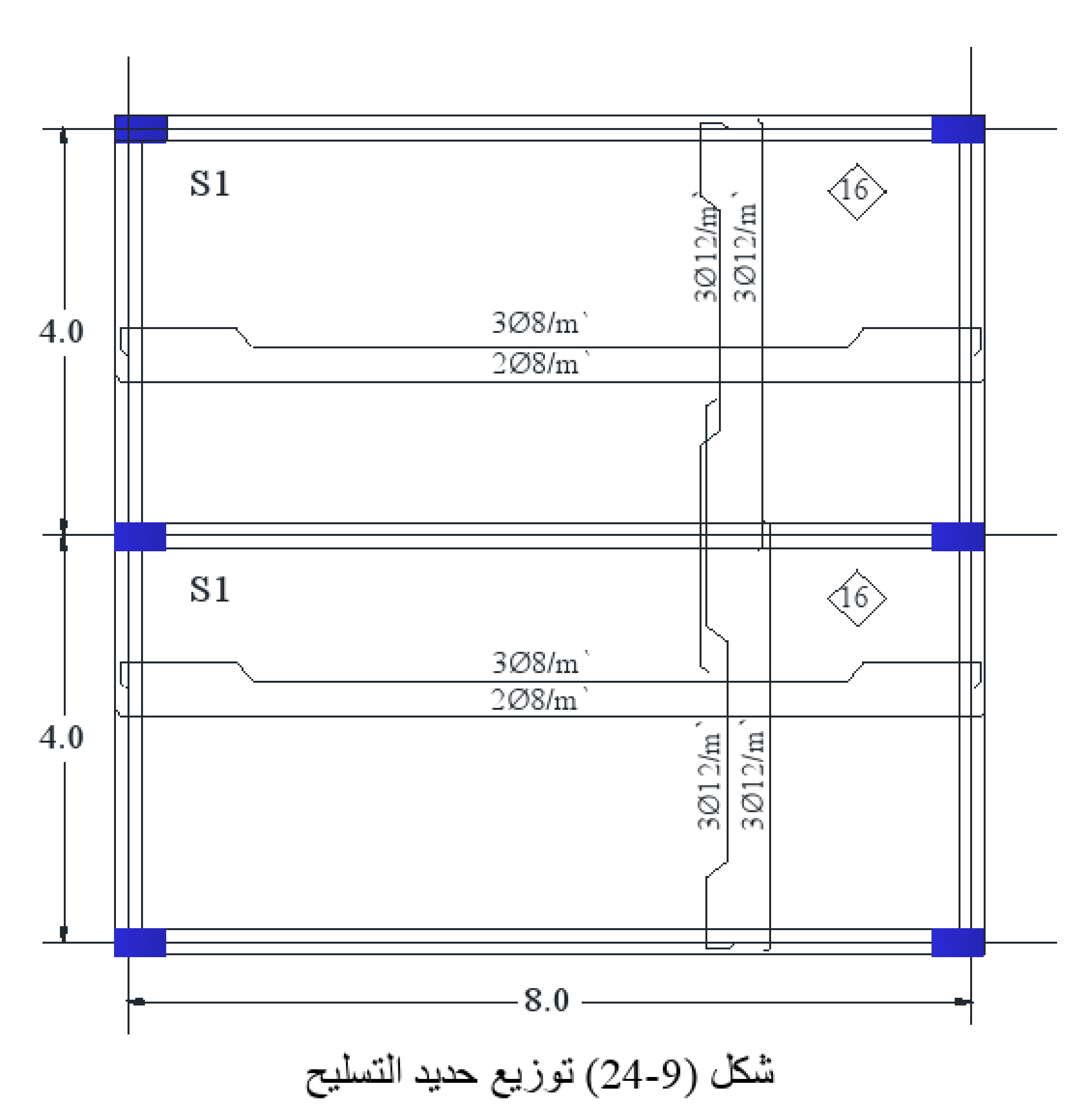
$M_u(-ve) = Ku \times b \times d^2$

$21.3 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 120^2$

$Ku = 1.48 \quad \rightarrow \mu = 0.52\%$

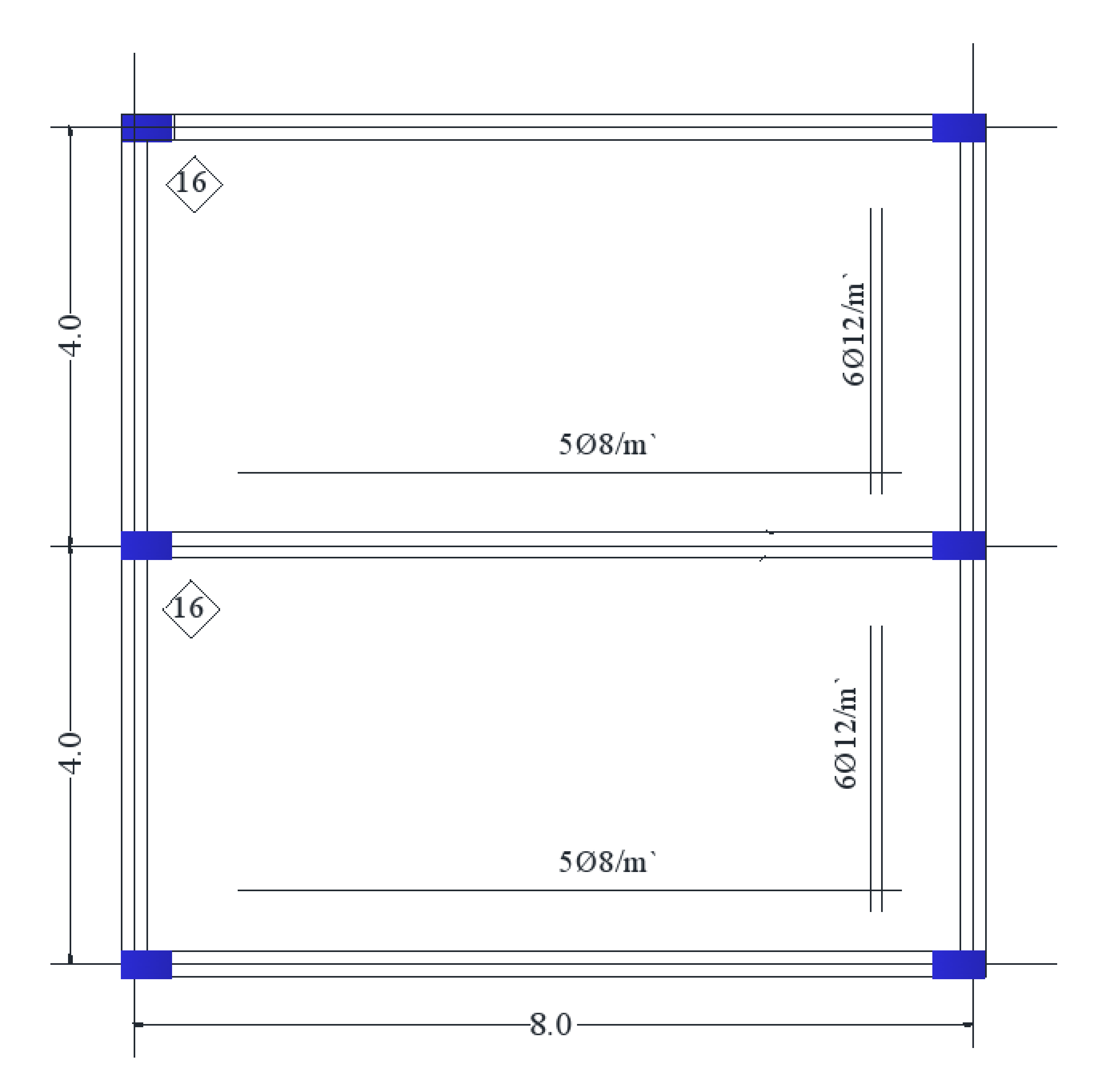
As =0.52/1000 x 120 =2460 mm^2

As (- ve) = 5Φ12/m'



شكل (24-9) توزيع حديد التسليح

وفـى كـل بلاطـة يـتم تكسـيح ثلاثـة أسـياخ مـن كـل بلاطـة ليكـون المجمـوع عنـد العـزم السـالب عنـد الكمـرة الوسطى $6\Phi12/m'$ ، أما عند الطرف الأخر الغير مستمر يتم التكسيح لمقاومة العزم السالب النـاتج عن جساءة الكمرة . ويلاحظ أن الجزء المستمر من البلاطة يتم التكسيح عند خمس البحر ويمتد الحديد المكسح الـى ربـع البحر المجاور أما عند الجزء الغير مستمر فيتم التكسيح عند سبع البحر . وفـى بعض الأحيـان يكتفـى برسم خطوط مستقيمة تعبر عن التسليح الرئيسى بخطين والتسليح الثانوى فى الاتجاة الطويل بخط واحد كما فى الشكل التالى .



شكل (9-25) تمثيل حديد التسليح فى البلاطات

وفى هذة الحالة لابد من النص على عدد الأسياخ المكسحة واللازمة لمقاومة عزم الانحنـاء السـالب. وعـادة فـى الاتجاة الطويل يتم تسليح البلاطة بالحد الأدنى وعادة يكون $5\Phi8/m'$.

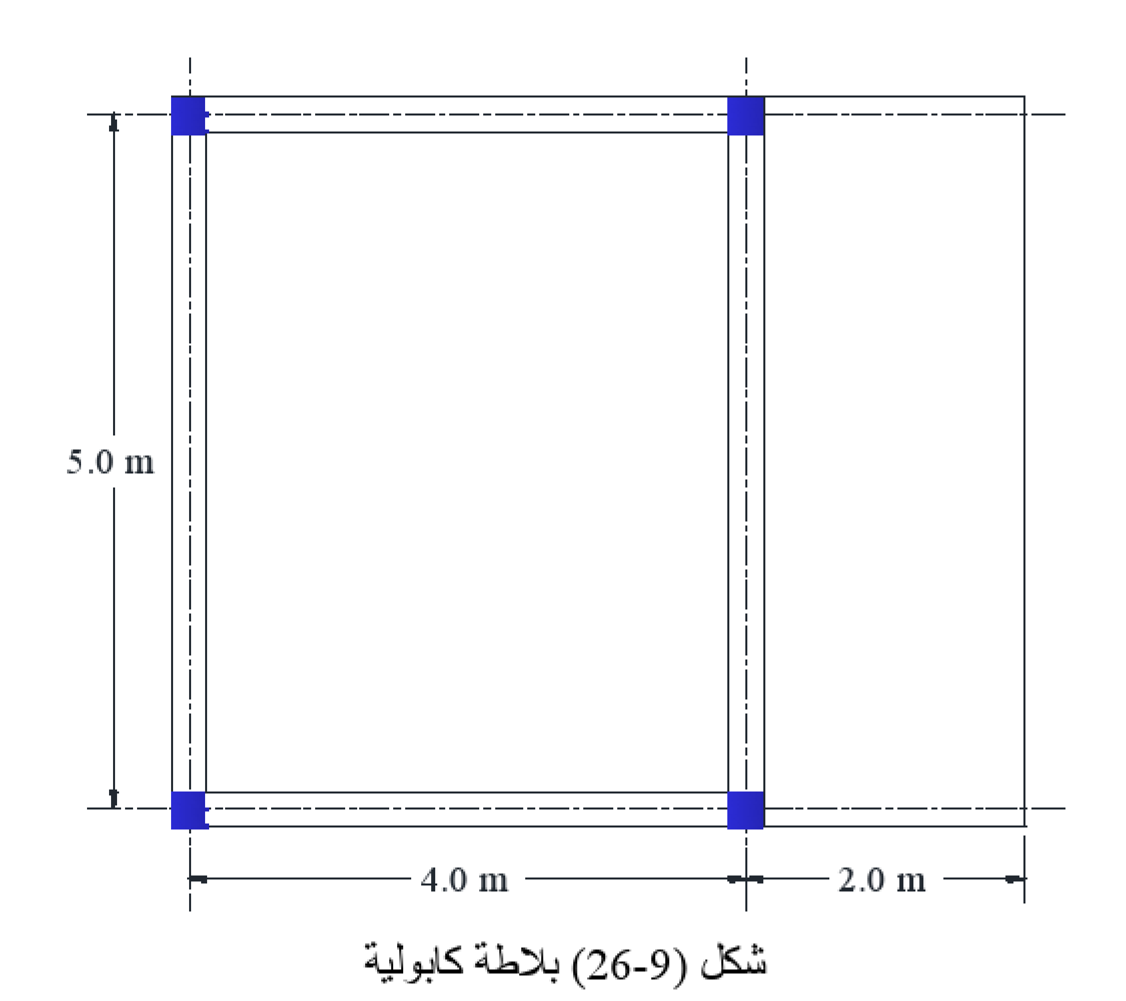
Example 9-2

Design the cantilever slab shown in figure.

$F_{cu} = 25\ N/mm^2$, $f_y = 360\ N/mm^2$

Flooring = $1.5\ Kn/m^2$, L.L = $3.0\ Kn/m^2$

Solution:-



شكل (9-26) بلاطة كابولية

$$t = \frac{L}{10} = \frac{2000}{10} = 200$$

o.wt = $0.2x25 = 5.0\ Kn/m^2$

$w_u = 1.4\ (1.5+ 5) + 1.6\ x\ 3.0 = 13.9\ kn/m^2$

$$M = \frac{w \times L^2}{2} = \frac{13.9 \times 2^2}{2} = 27.8 \quad m.kn$$

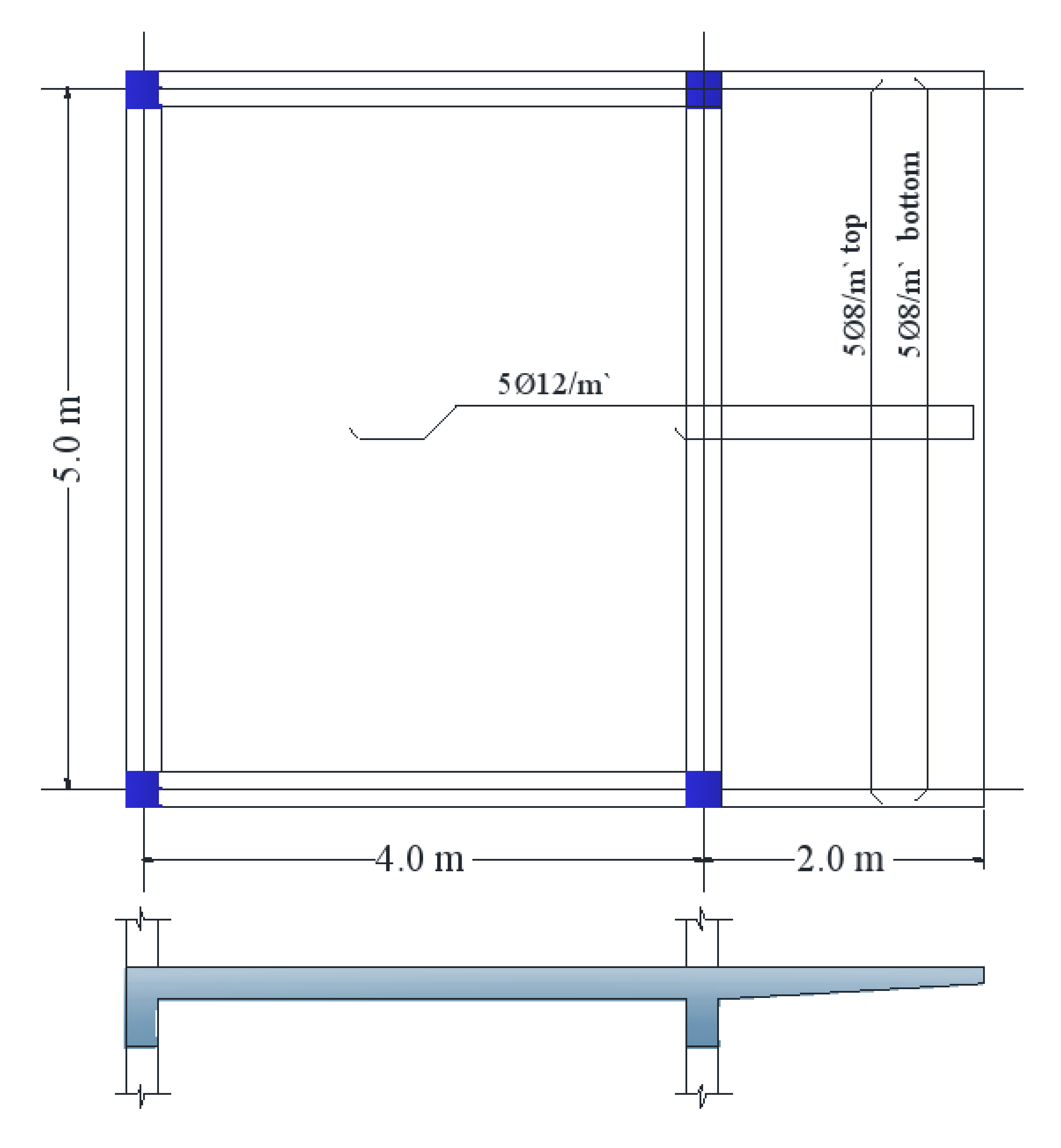
$$M_u = Ku \times b \times d^2$$

$$27.8 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 180^2$$

$$\rightarrow \mu = 0.3\% \qquad \Rightarrow Ku = 0.85$$

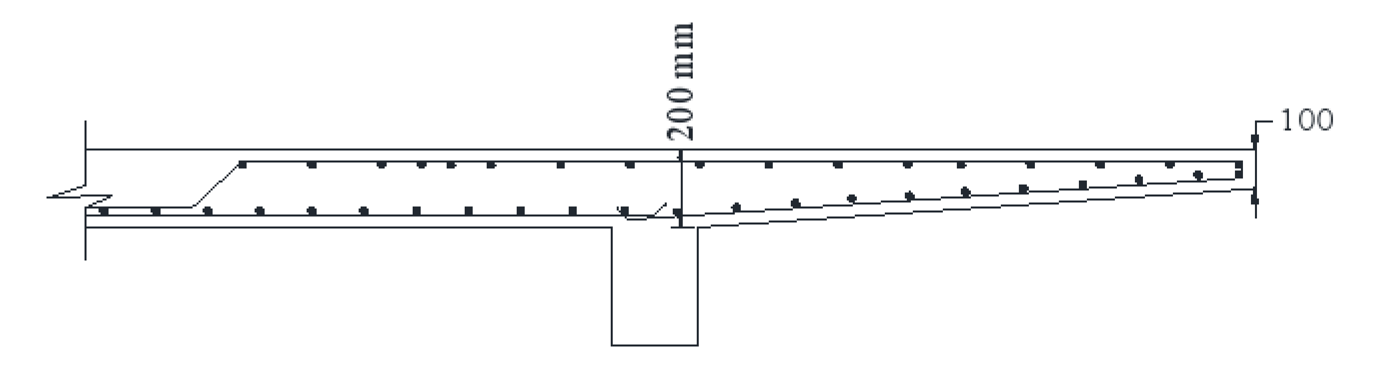
$$As = \frac{0.3}{100} \times 1000 \times 180 = 540 mm^2 / m$$

Use $5\Phi 12/m'$



شكل (9-27) توزيع حديد التسليح

ويتم تسليح البلاطة الكابولية كما هو موضح بالشكل ويسمى هذا التسليح بالشوك . وفى بعض الأحيان يتم تقليل سمك البلاطة الخرسانية بشرط الاحتفاظ بالسمك المطلوب عند الركيزة والذى يكون عندة اكبر عزم انحناء كما هو موضح بالشكل التالى :

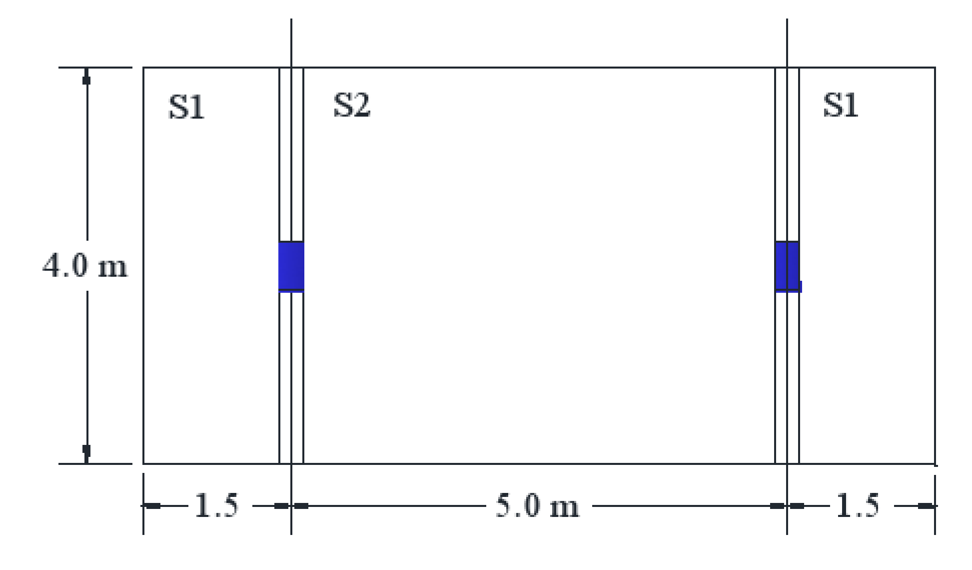


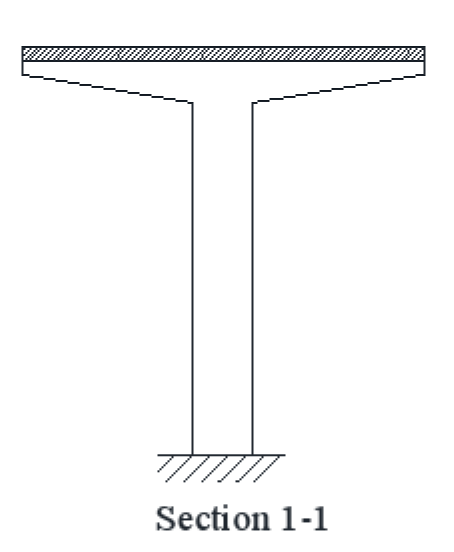
شكل (9-28) مقطع عرضى يوضح حديد التسليح

Example 9-3

Design the slabs of the shown reinforced concrete umbrella.

$f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2 , L.L = 1.0 Kn/m^2





شكل (9-29) مسقط أفقى ومقطع للمظلة

Solution:-

$$S1 : \quad t = \frac{l}{10} = \frac{1500}{10} = 150 mm$$

$$S2 : \quad t = \frac{l}{30} = \frac{5000}{30} = 170 \ mm \qquad Use \quad t = 170 \quad mm$$

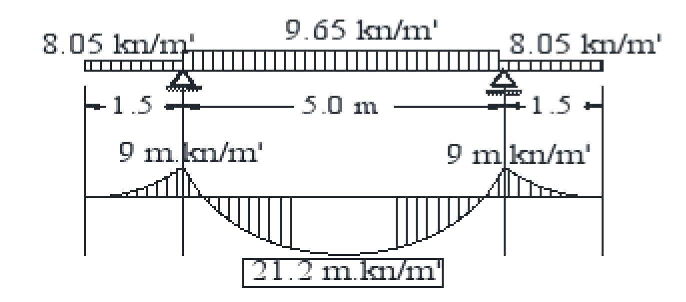
o.wt. = 0.17 x 25 = 4.25 Kn/m^2

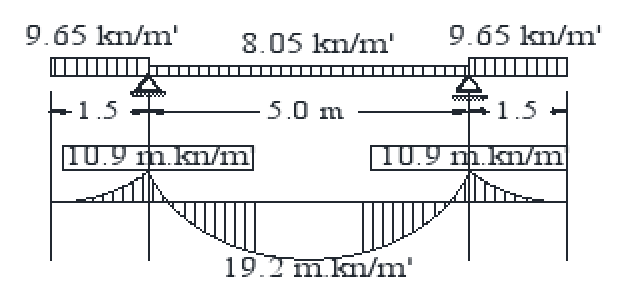
Cover = 1.50 Kn/m^2

D.L = 5.75 Kn/m^2

w_u = 1.4 x 5.75 + 1.6 x 1.0 = 9.65 Kn/m^2

= 8.05 + 1.6 = 9.65 kn/m^2





شكل (9-30) بيانى عزم الإنحناء

$+ve\ M = 21.2$ m.kn/m'

$M_u = Ku \times b \times d^2$

$\rightarrow \mu = 0.32\ \%$ $\Rightarrow Ku = 0.942$ $21.2 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 150^2$

$As = \frac{0.32}{100} \times 1000 \times 150 = 480\ mm^2$ *Use* $7\ \phi\ 10/m'$

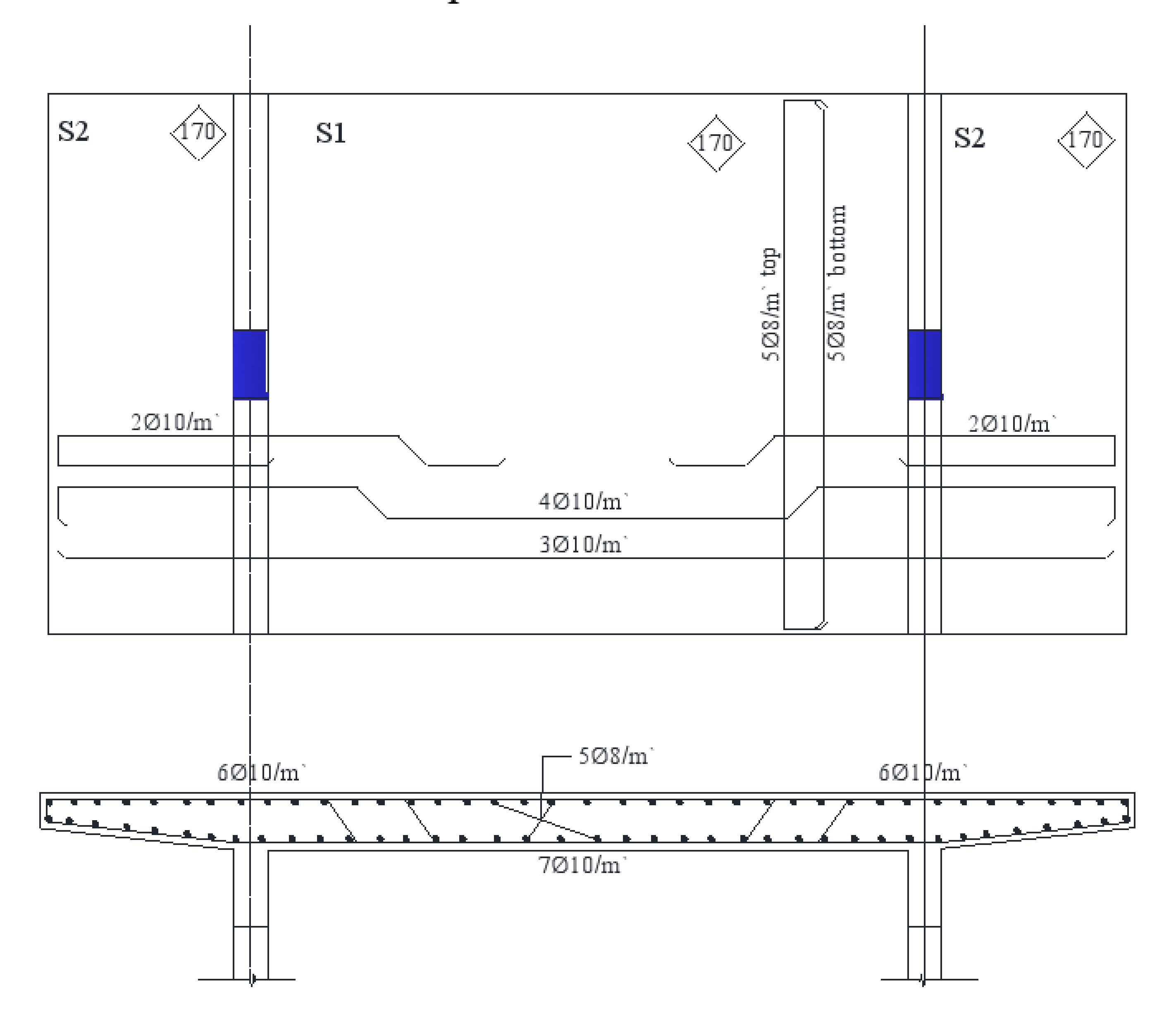
$-ve\ M = 10.9\ m.kn/m'$

$M_u = Ku \times b \times d^2$

$10.9 \times 10^6 = Ku \times 1000 \times 150^2$ $\Rightarrow Ku = 0.48$ $\rightarrow \mu = 0.2\ \%$

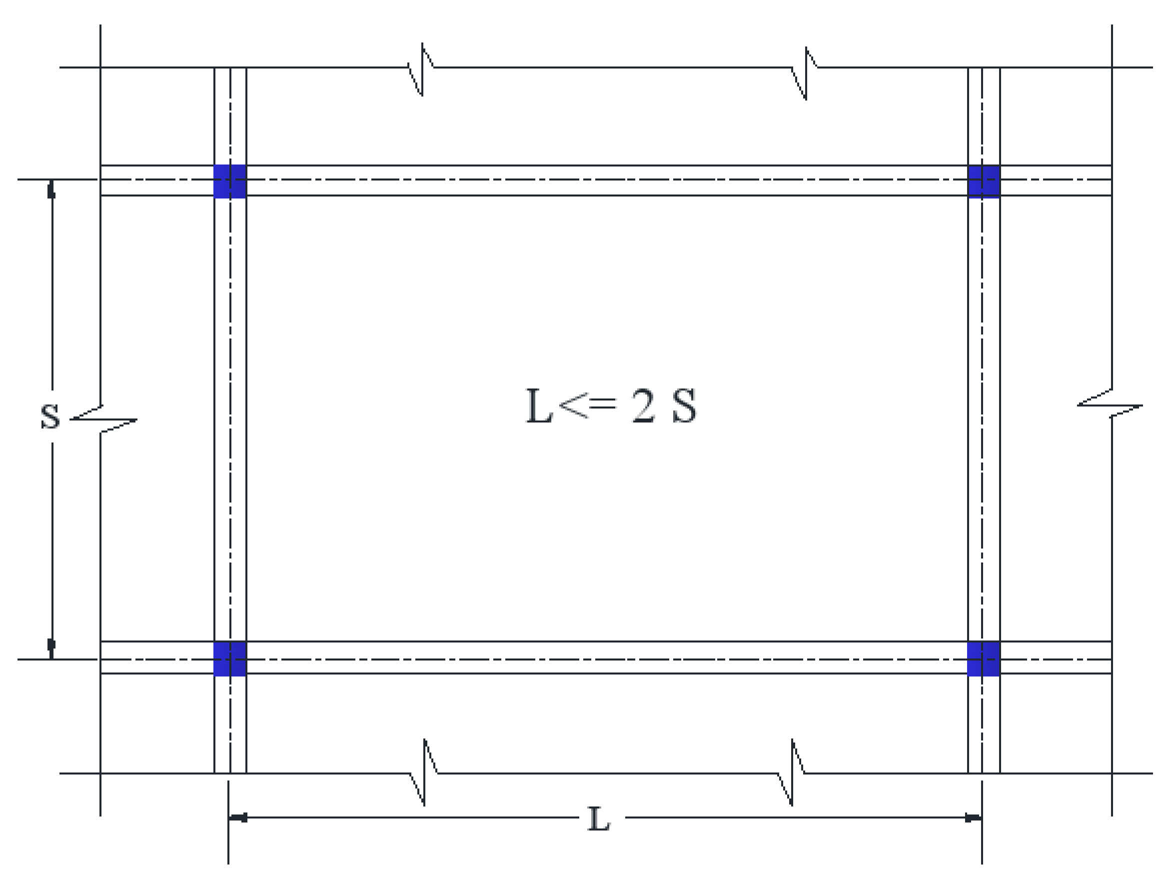
$As = \frac{0.2}{100} \times 1000 \times 150 = 375 mm^2$ Use $5\phi 10/m$

use 5 Φ 8 /m' in other direction top and bottom



Details of reinforcement شكل (31-9) تفاصيل التسليح

9-3- البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين :Two Way Solid Slab

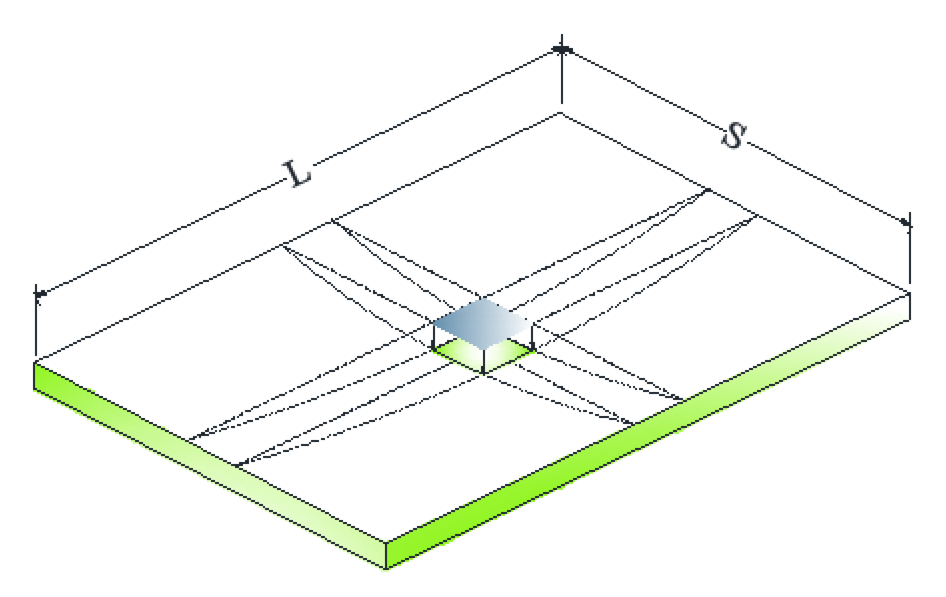


شكل (9-32) البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين

تعرف البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين بأن نسبة بعديها لا تزيد عن 2.0 ولا تقل عن 1.0 . أى أن ناتج قسمة البعد الطويل على البعد القصير لا يزيد عن 2.0 وفى البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين يكون انحناء سطح البلاطة فى الاتجاهين أى ان يكون مقعرا بعكس البلاطات ذات الاتجاة الواحد حيث يكون السطح تقريبا اسطوانيا أى أن انحناء السطح يكون فى اتجاة واحد .

9-3-1- توزيع الحمل الكلى فى اتجاهى البلاطة :Load Factor

وفى حالة البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين المرتكزة على كمرات جاسئة ؛ ويمكن اعتبار البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين كأنها مجموعة من الشرائح المتراصة بجانب بعضها فى الاتجاهين حيث تقوم مجموعة من الشرائح بنقل جزء من الحمل فى اتجاهها وتنقلة إلى الكمرات التى ترتكز عليها بينما تقوم المجموعة الأخرى بنقل الجزء الأخر من الحمل إلى الكمرات التى ترتكز عليها . والبلاطة الموضحة بالشكل التالى يمكن الأفتراض انها تتكون من شرائح مثل شريحتي الوسط الموضحتين بالشكل . ونظرا لان سطح البلاطة يتحرك لأسفل نتيجة الحمل المؤثر علية ويظل محافظا على تماسكة واستمراريتة فلابد أن نقطة التقاء الشريحتين فى المنتصف تهبط بمقدار متساوى إذا تم حسابها من الشريحتين . ومن هذة المعادلة يمكن حساب مقدار الحمل الذى لابد أن تقاومة كل شريحة ليحدث لها نفس الترخيم Deflection .



شكل (9-33) الترخيم فى البلاطة المصمتة ذات الاتجاهين

وبمساواة الترخيم الأقصى فى كلا الأتجاهين

$$\Delta_L = \Delta_S$$

$$\frac{5w_l L^4}{384EI} = \frac{5w_S S^4}{384EI}$$

$$\frac{w_l}{w_s} = \frac{S^4}{L^4}$$

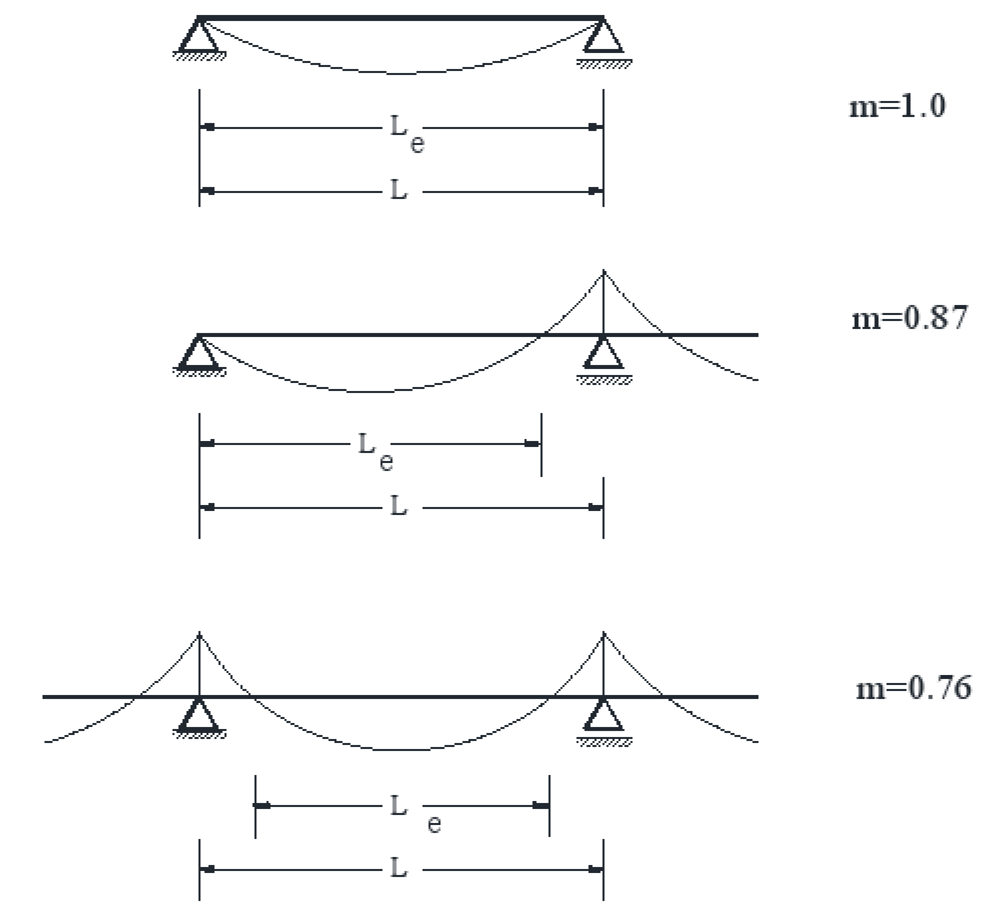
$$w_s = \alpha\ w$$

$$w_l = \beta\ w$$

ويلاحظ أنه نظرا لمقاومة جزء من الحمل بجساءة الالتواء للبلاطة (Torsional rigidity) فأن مجموع المعاملين (β + α) لا يساوى الواحد الصحيح حيث أن جساءة الالتواء تقاوم تقريبا 30% من الحمل الكلى فى البلاطات المصمتة (Solid Slab) . أما فى البلاطات ذات الأعصاب فأن الحمل الكلى يتم مقاومتة بجساءة الأنحناء (Bending) وفى هذه الحالة يكون مجموع المعاملين (β+α) مساويا للواحد الصحيح . والجدول رقم 9-1 يحوى المعاملات α ؛ β حسب أستطالة البلاطة المصمتة .

$$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{m}_1 \times \mathrm{L}}{\mathrm{m}_s \times \mathrm{S}}$$

حيث m تمثل النسبة بين طول الجزء من بحر البلاطة المعرض لعزم انحناء موجب (Le) وطول البحر الكلى (L) . ويتم تحديده كما يلى :



شكل (9-34) معاملات الاستطللة فى البلاطات المصمتة ذات الاتجاهين

جدول(9-1) معاملات توزيع الحمل فى البلاطات المصمتة

r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85
β	0.35	0.29	0.25	0.21	0.18	0.16	0.14	0.12	0.11	0.09	0.08

أما الجدول التالى فيستخدم فى حالة البلاطات ذات الأتجاهين المستخدم فيها البلاطات المفرغة

جدول (9-2) معاملات توزيع الأحمال فى البلاطات ذات الأتجاهين

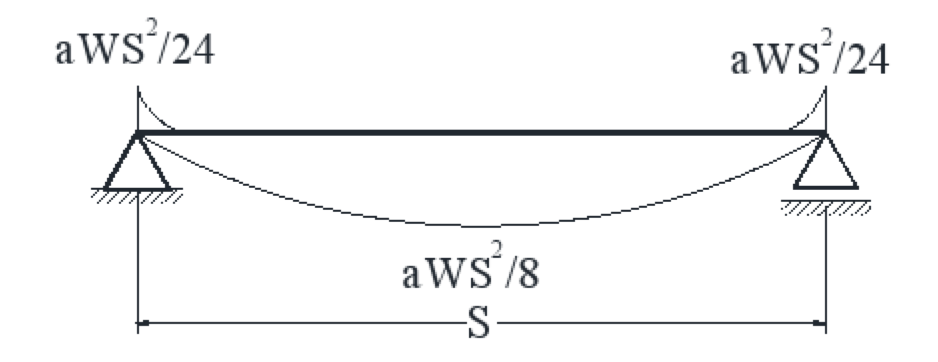
r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
α	0.50	0.595	0.672	0.742	0.797	0.834	0.867	0.893	0.919	0.928	0.919
β	0.50	0.405	0.328	0.258	0.203	0.166	0.133	0.107	0.086	0.072	0.59

وفى بعض الأحيان يمكن استخدام معاملات الجدول(9-2) فى حساب مقدار الحمل فى كل اتجاة ثم حساب عزوم الأنحناء .

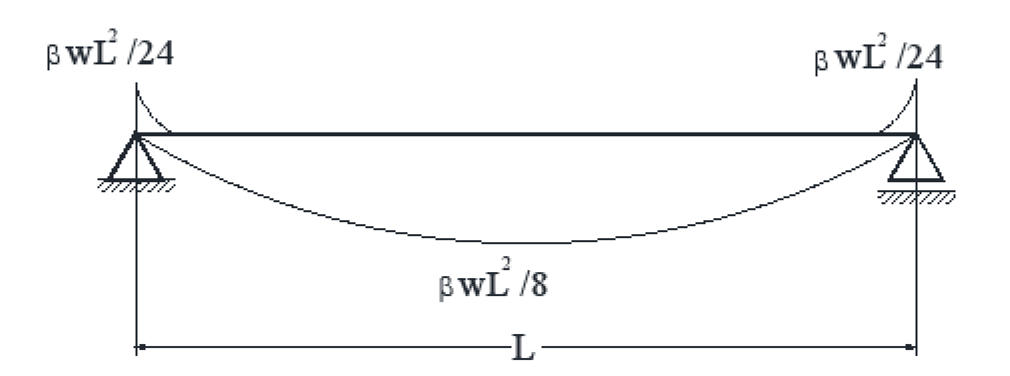
9-3-2- حساب عزوم الأنحناء فى اتجاهى البلاطات المصمتة Calculation of Bending Moment

بعد تحديد جزء الحمل فى كل اتجاة (αw فى الأتجاة القصير) ، (βw فى الأتجاه الطويل) يتم حساب عزوم الإنحناء كما لو أن كل اتجاة هو الاتجاة القصير فى بلاطة ذات اتجاة واحد ، فمثلا فى حالة بلاطة مصمتة بسيطة الارتكاز ؛ يتم حساب عزوم الانحناء كما يلى:

فى الاتجاه القصير :



أما فى الاتجاه الطويل :



9-3-3-السمك الأدنى للبلاطات المصمتة ذات الأتجاهين Minimum Thickness

يعتمد السمك الأدنى للبلاطات فى هذة الحالة بقسمة البعد الأصغر على معامل كما يلى :

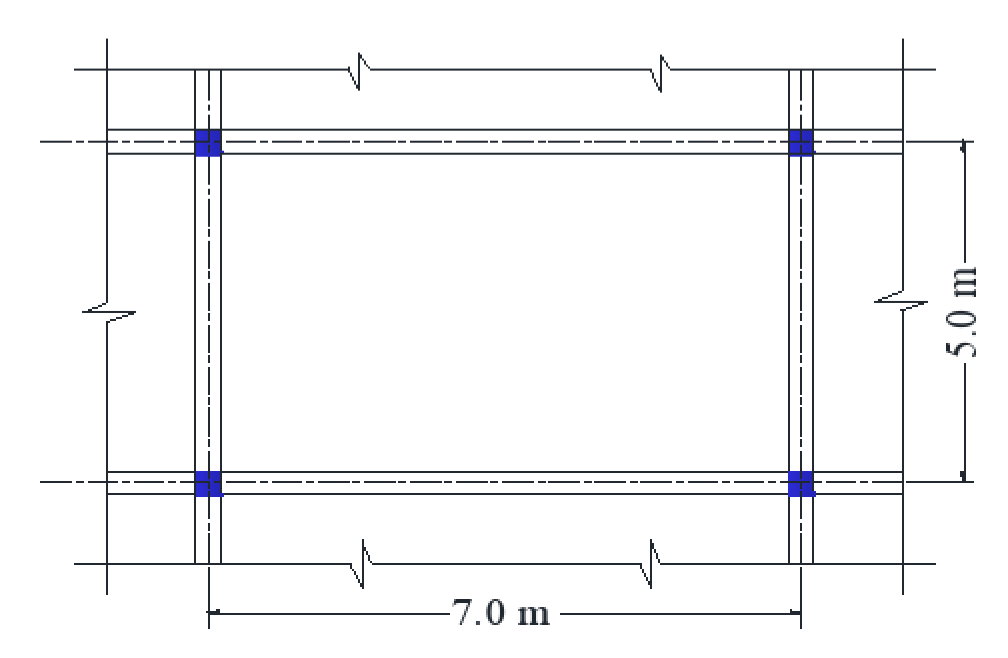
End Condition	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
Thickness (t)	L/35	L/40	L/45

و هذة القيم ليست دقيقة حيث يجب أن يدخل فى الاعتبار استطالية البلاطة فكلما زادت r اقتربنا من قيم البلاطات ذات الاتجاة الواحد والعكس صحيح . وفى بعض الأحيان يتم تحديد السمك الأدنى بقسمة محيط البلاطة على 180.

$$t = \frac{2(L+S)}{180}$$

وحسب خبرة المصمم يمكن استخدام قيم اكبر من المحددة سابقا لتفادى حدوث ترخيم يؤدى إلى اهتزاز البلاطة عند تعرضها لأحمال حية بالرغم من عدوم حدوث أى شروخ أو تلفيات أو اجهادات اكبر من المسموح بها .

Example (9-5) :- Design The Interior Slab Shown.



$F_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2 , L.L = 2.0 kn/m^2

Solution:-

t = S/45 = 5000/45 = 111.1 mm or t = 2(5000 + 7000)/180 = 133.3 mm

choose t = 160 mm

و هنا بجدر أن نشير إلى ملحوظة هامة و هى أنه ليس من الملزم أن نتقيد بالحد الأدنى لسمك البلاطة السابق الإشارة إليه ، لكن المهم ألا نختار قيمة لسمك البلاطة أقل من هذه القيم.

Loads:-

O.wt = 0.16 x 25 = 4.0 kn/m^2

Cover = 1.5 kn/m^2

L.L = 2.0 kn/m^2

w_u = (4.0+1.5) x 1.4 + 2.0 x 1.6 = 10.90 kn/m^2

$$r = \frac{m \times L}{m \times S} = \frac{0.76 \times 7}{0.76 \times 5} = 1.4$$

From Tables …

$\alpha = 0.797$ $\beta = 0.203$

$$w_\alpha = 0.797 \times 10.90 = 8.7 kn/m$$

$w_{\beta} = 0.203 \times 10.90 = 2.2 kn/m$

Short Direction …

$$M_{\alpha}(+ve) = \frac{w_{\alpha} \times S^2}{12} = \frac{8.7 \times 5^2}{12} = 18.0 m.kn$$

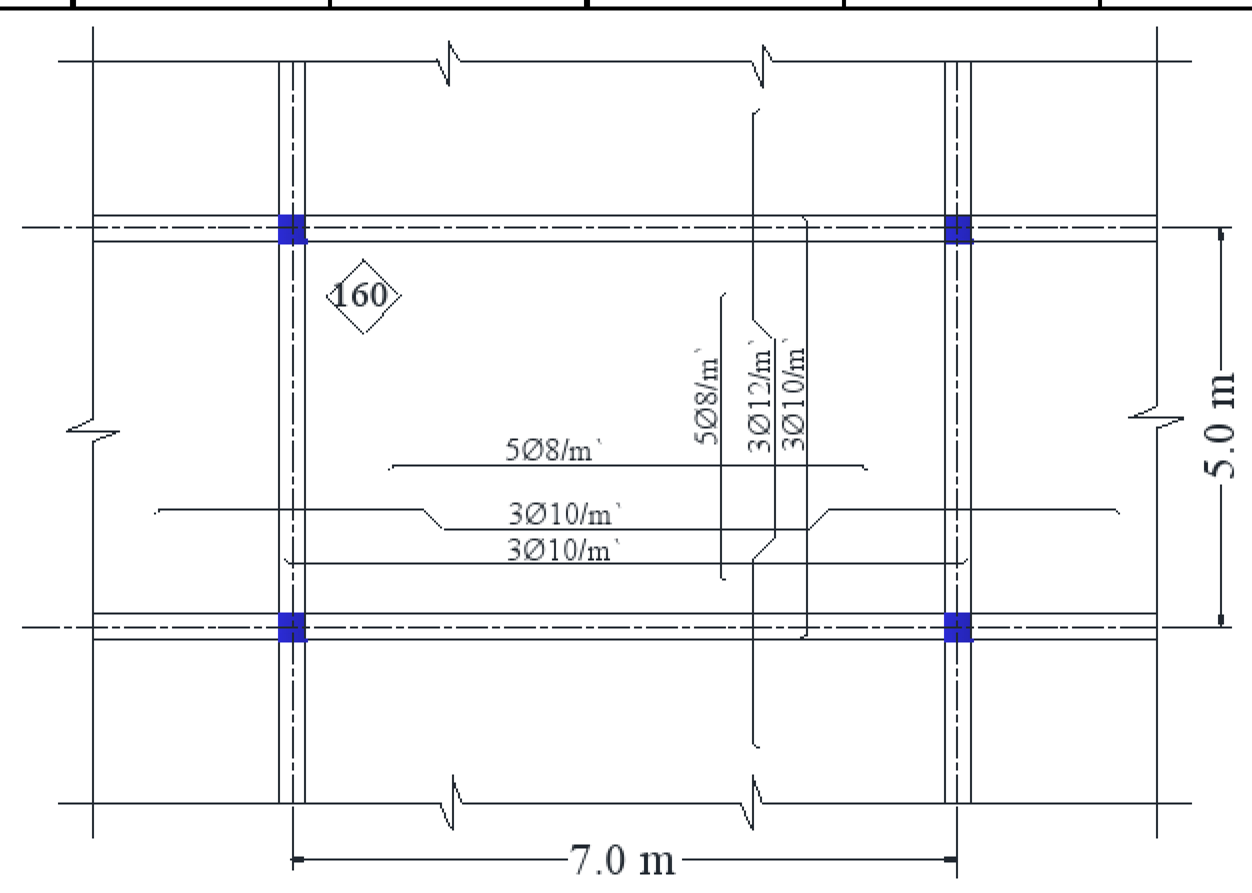
$$M_{\alpha}(-ve) = \frac{W_{\alpha} \times S^2}{11} = \frac{8.7 \times 5^2}{11} = 19.8\ m.kn$$

Long Direction …

$$M_{\beta}(+ve) = \frac{w_{\beta} \times L^2}{12} = \frac{2.2 \times 7^2}{12} = 9.0\ m.kn$$

$$-ve\quad M_{\beta}(-ve) = \frac{w_{\beta} \times L^2}{11} = \frac{2.2 \times 7^2}{11} = 10.0 m.kn$$

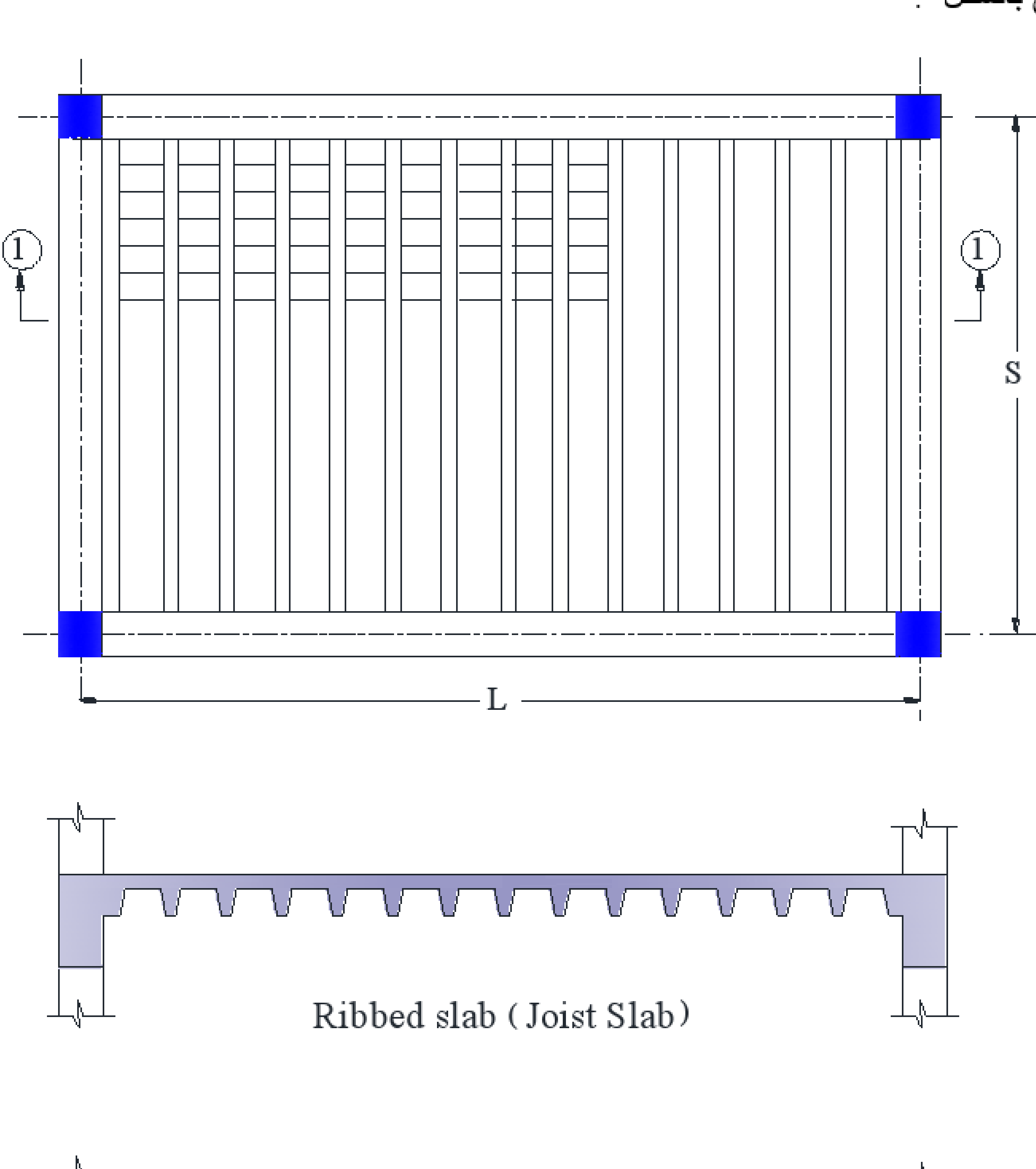
Mu	d	Ku	µ %	As	Bars/m'
18.0	140	0.918	0.3	420	6 Ø10
19.8	140	101	0.34	476	3 Ø12+3Ø10
9.0	120	0.625	0.2	240	5Ø10
10.0	120	0.69	0.23	276	5Ø10

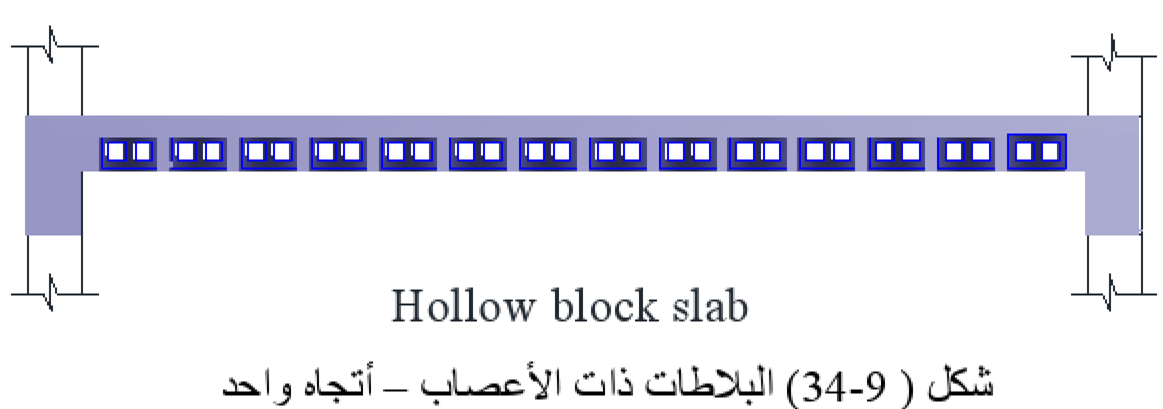


ويلاحظ أنه بالنسبة لتسليح العزم السالب المكسح يوجد ما يكمله من الجهة الأخرى من البلاطة.

9-4- البلاطات ذات الأعصاب Ribbed Slabs

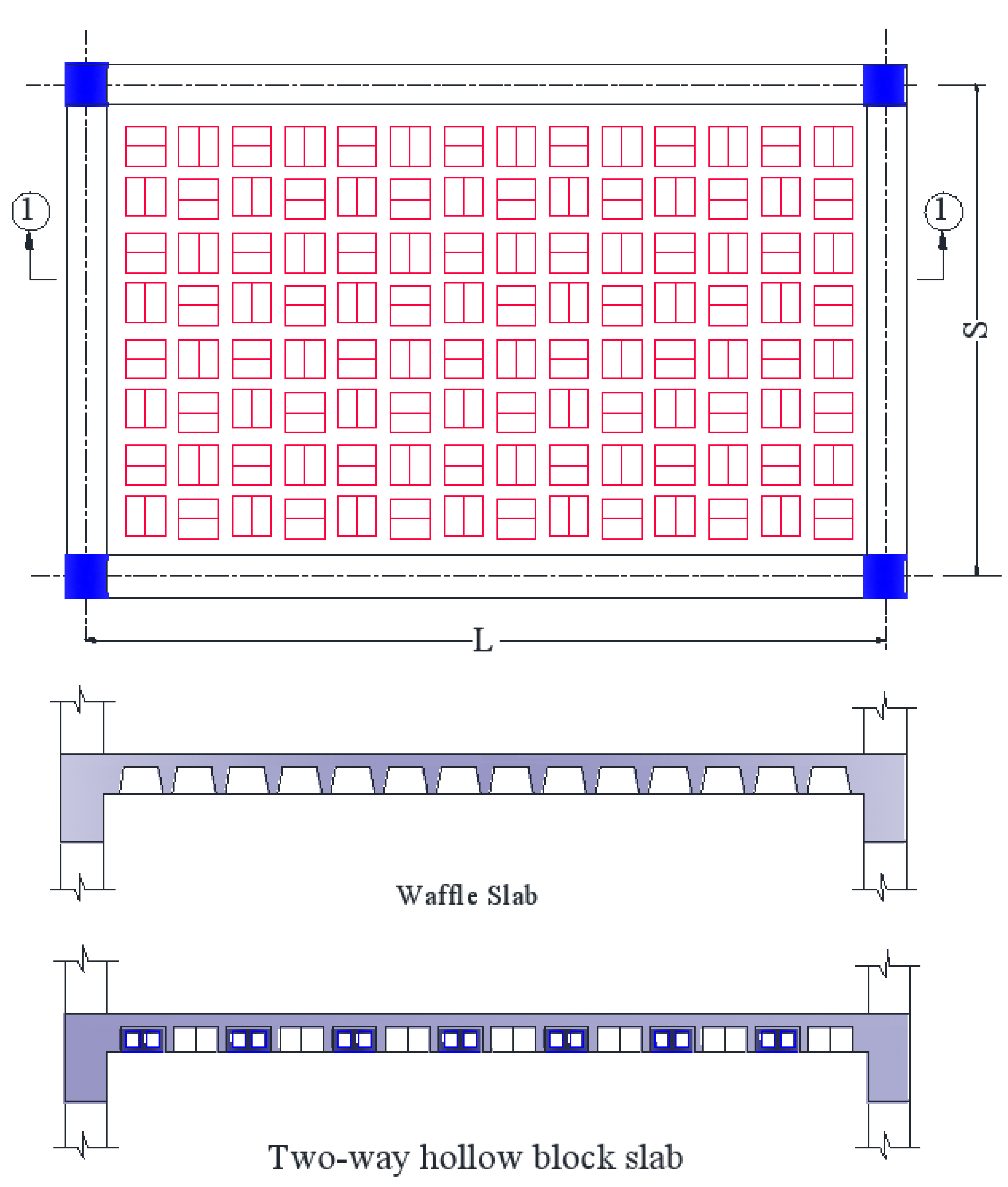
ويطلق على هذا النوع من البلاطات أيضا joist slabs كما يطلق عليه Hollow block slabs في حالة وجود بلوكات لملء الفراغات بين الأعصاب (ribs) ليظهر السطح من أسفل مستويا دون فراغات بينية. كما هو موضح بالشكل :





شكل (9-34) البلاطات ذات الأعصاب – أتجاه واحد

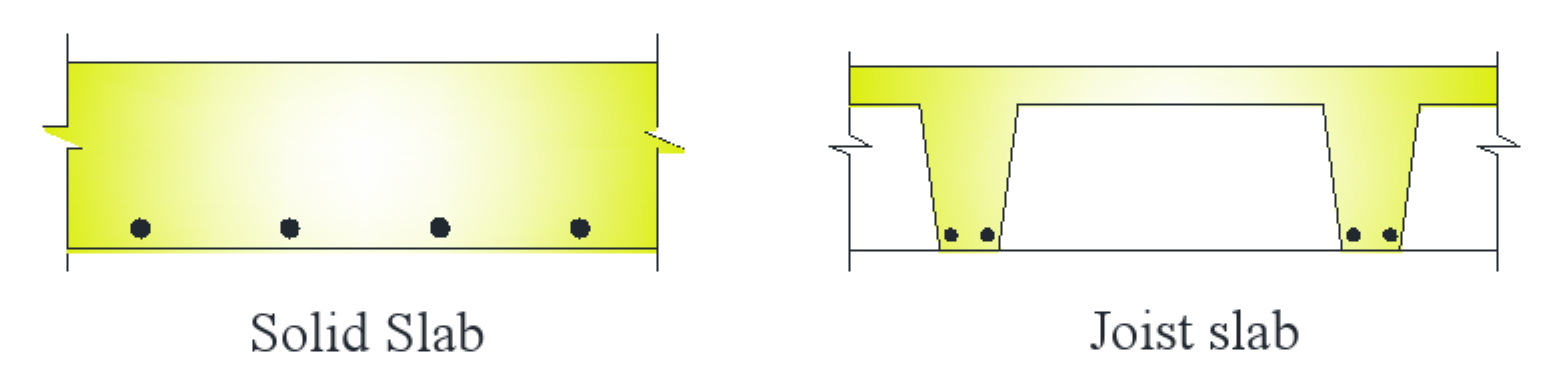
وفى حالة وجود الأعصاب فى اتجاه واحد أى أن حمل البلاطة ينتقل إلى الكمرات فى اتجاه واحد يطلق على هذا النوع من البلاطات Ribbed slabs أو joist slabs . وفى حالة وجود البلوكات يطلق عليه One way hollow block slabs. أما فى حالة وجود الأعصاب فى الاتجاهين ويحدث ذلك عندما تكون أبعاد البلاطة الخرسانية متقاربة. فى حالة عدم وجود البلوكات يطلق على هذا النوع waffle slabs أما فى حالة وجود البلوكات فيطلق عليه two-way hollow block slabs . وفى هذه الحالة ينتقل الحمل من البلاطة فى اتجاهين إلى الكمرات المحيطة و التى ترتكز عليها البلاطة.



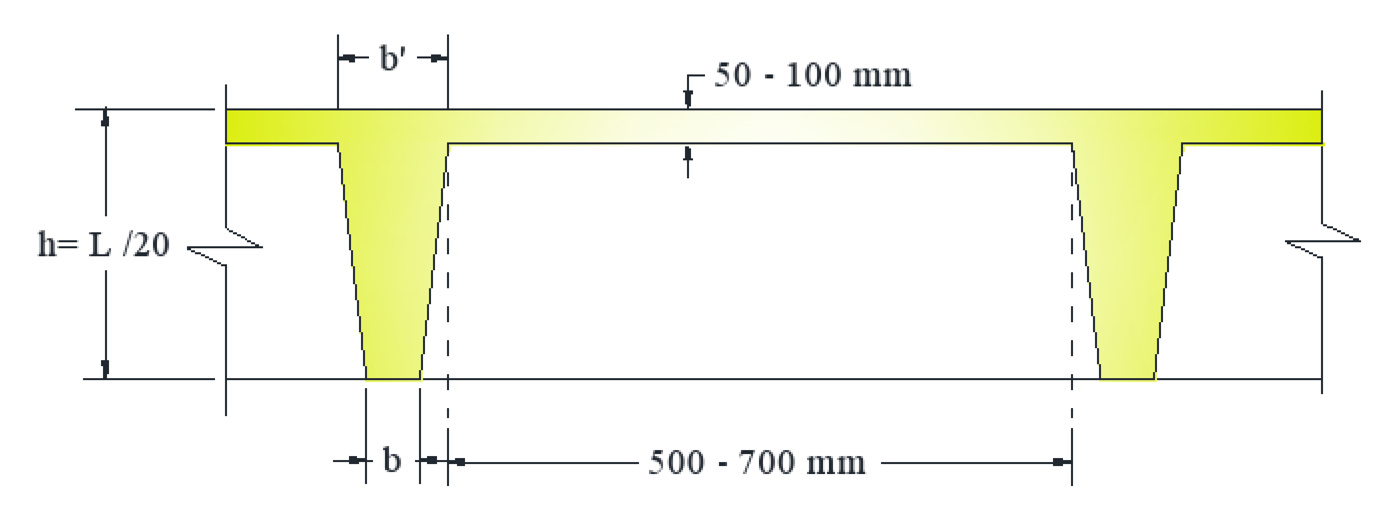
شكل (9-35) البلاطات ذات الأعصاب – أتجاهين

9-4-1- البلاطات ذات الأعصاب فى اتجاه واحد Joist (ribbed) Slabs

الهدف الأساسى من البلاطات ذات الأعصاب هو تخفيض الوزن الذاتى للبلاطة خاصة الجزء الخرسانى من المقطع المعرض لإجهادات شد والذى لا يفيد فى مقاومة القطاع لعزوم الإنحناء خاصة فى البلاطات ذات البحور الكبيرة .



وبالنظر إلى الشكل السابق نجد أن المقطعان متساويان فى مقاومتهما لعزم الإنحناء لكن مقطع البلاطة ذات الأعصاب يكون أقل وزنا وبالتالى أقل فى التكلفة .



شكل (9-36) أبعاد البلاطات ذات الأعصاب – إتجاه واحد

ويتم اختيار أبعاد البلاطة ذات الأعصاب كما هو موضح بالشكل وتكون جوانب الأعصاب مائله بمقدار 1:12 لسهولة التنفيذ وإعطاء شكلا أفضل للسقف . ويتم تصميم البلاطات ذات الأعصاب كما يلى :-

9-4-1-1- البلاطة الخرسانية بين الأعصاب

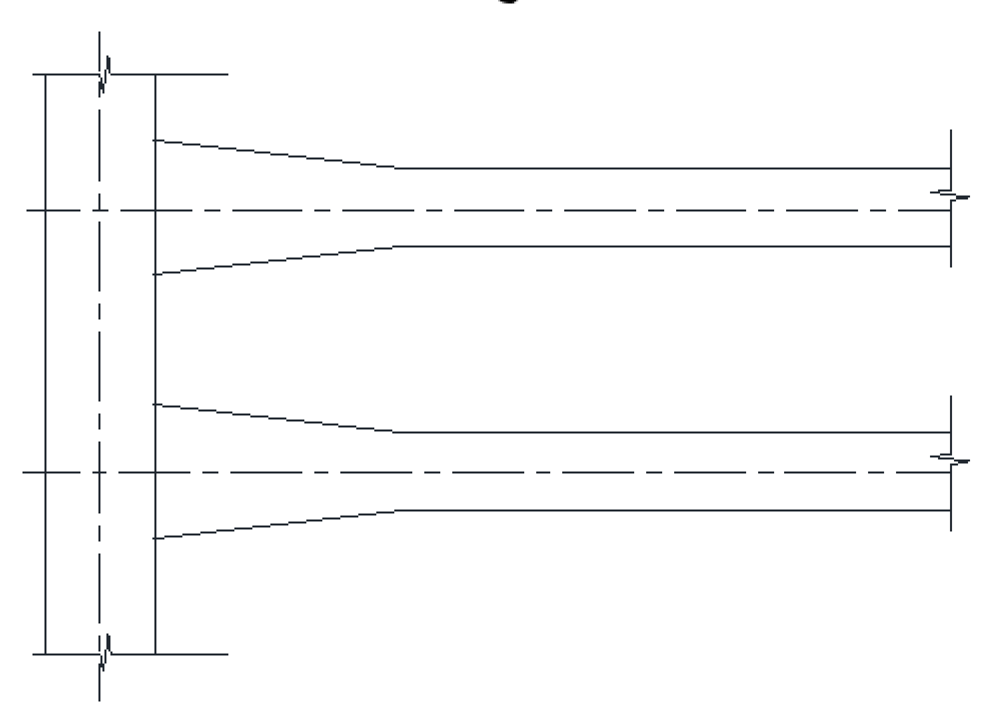
ويتراوح سمكها من (50 – 100) مم حسب المسافة بين الأعصاب ويتم تصميمها لمقاومة عزم الإنحناء بسبب الأحمال المؤثرة عليها بإعتبار ها مثبتة (fixed) من الطرفين ولا يقل حديد التسليح عن تسليح الإنكماش والذى يؤخذ 0.2 %

9-4-1-2- تصميم الأعصاب Design of ribs:

يتم تصميم الأعصاب مثل الكمرات ، فإذا كانت معرضة لعزم انحناء موجب يتم تصميمها T-sec, أما إذا كان المقطع معرضا لعزم انحناء سالب فتصمم كمقطع مستطيل . ويمكن الاسترشاد بالقيم التالية لعمق الأعصاب إلا إذا تم حساب الترخيم (deflection) وفى هذه الحالة يمكن اعتبار قيم أقل .

End Condition	Simply supported	Continuous (One Side)	Continuous (Two Sides)
Thickness (t)	L/20	L/23	L/26

وفى حالة زيادة إجهاد القص فى الأعصاب عن القيم المسموح بها يمكن زيادة عرض الأعصاب عند الركائز و هى المقاطع المعرضة لأكبر قوى قص كما هو موضح بالشكل



شكل (9-37) مسقط أفقى يوضح زيادة عرض الأعصاب عند الركائز لمقاومة قوى القص

وعند زيادة عرض البلاطة اى زيادة طول الأعصاب يتم عمل عصب عرضى (cross rib) حسب طول الأعصاب كما يلى :-

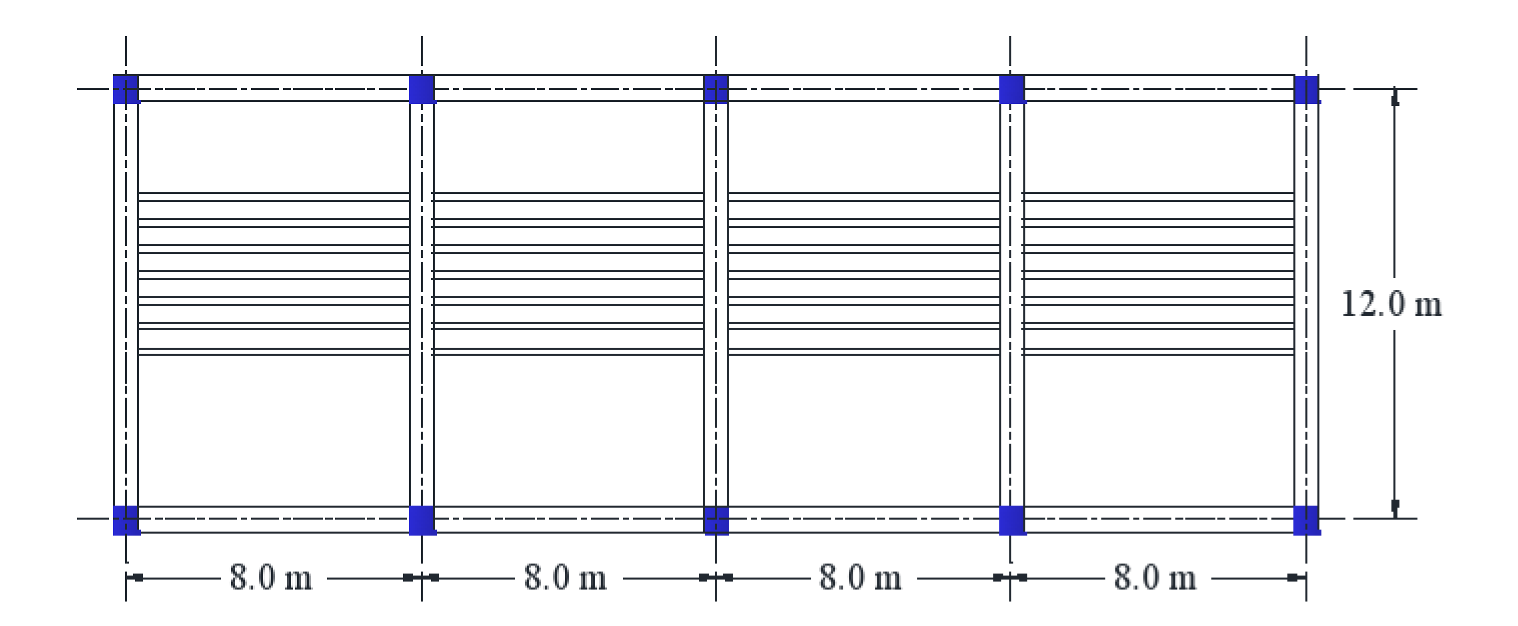
يستخدم عصب عرضى واحد إذا كان طول الأعصاب يتراوح بين (6 – 4.5) متر

أما إذا كان طول الأعصاب يتراوح بين (10 – 6) متر فيتم استخدام عصبين.

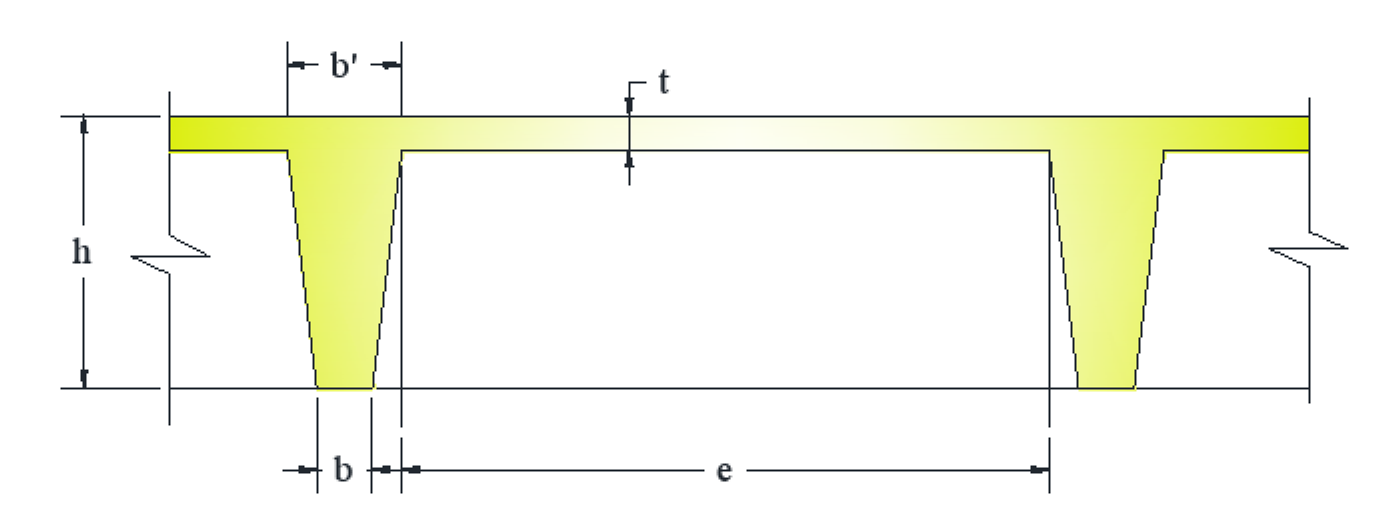
Example (9-6)

Design a joist slab for an interior span of concrete joist floor as shown in figure.

fcu = 25 N/mm^2 , fy = 360 N/mm^2 , L.L = 2.0 kn/m^2



Solution:



Upper slab between ribs design:-

Assume t = 75 mm

Dead load = o.wt = 0.075 ×25 = 1.875 kn/m^2

Cover = 1.5 kn/m^2

D.L = 3.375 kn/m^2

$$w_u = 3.375x1.4 + 2.0x1.6 = 8.0 \ \ kn/m^2$$

$$M_u = wl^2/10 = \frac{8.0x(0.75)^2}{10} = 0.45 \;\; m.kn/m'$$

$$M_u = k_u x b x d^2$$

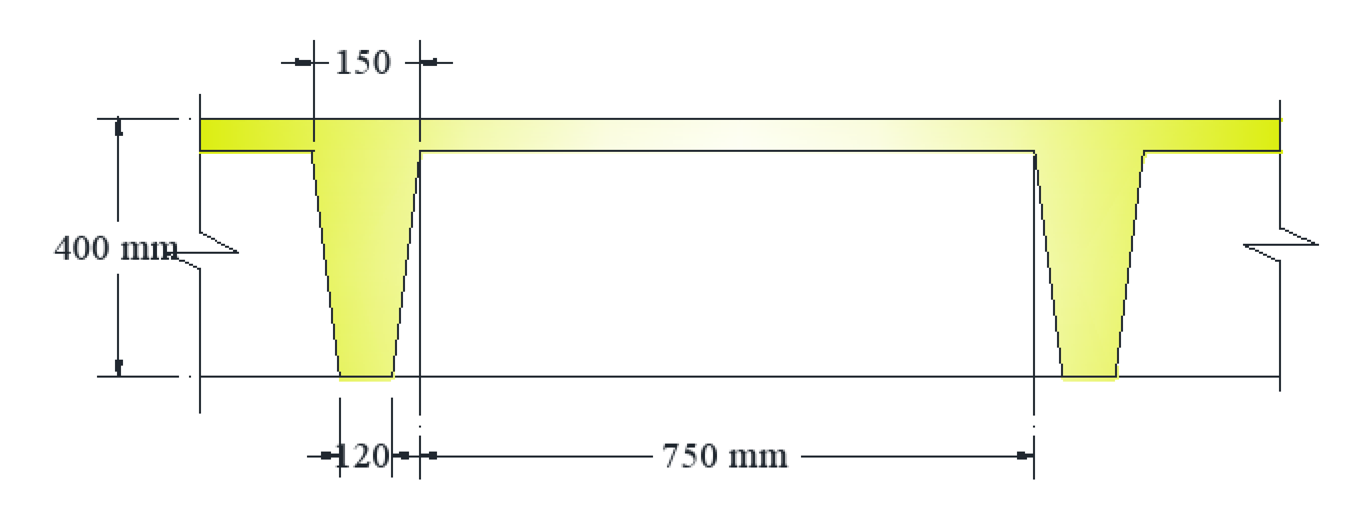
$0.45 \times 10^6 = k_u \times 1000 \times 60^2$

$k_u = 0.125 < k_u \min$

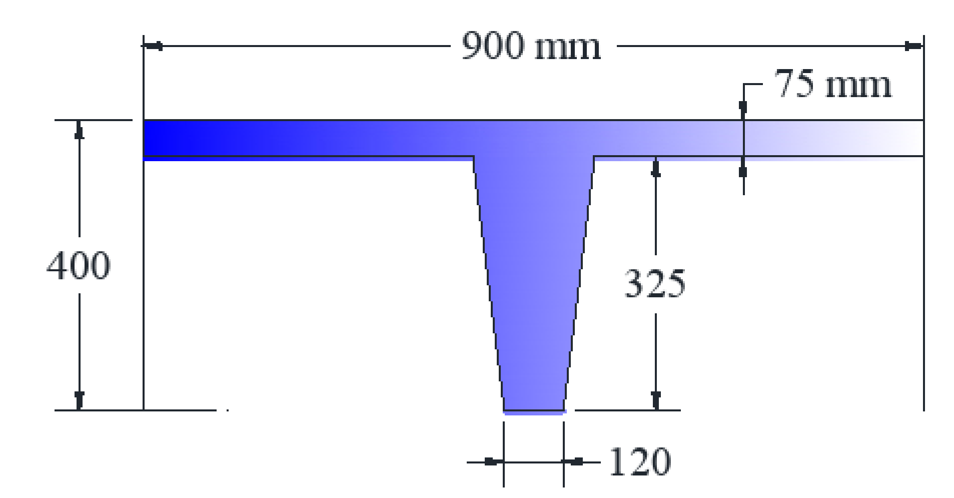
∴ Use minimum shrinkage reinforcement

$\frac{0.2}{100}x1000x60 = 120\,mm^2$ use $5\phi 8$ /m

Design of joists: choose the shown dimensions for ribs as explained previously:



Design of one rib:



$$w_u = 0.9x8 + 1.4x0.135x0.325x25 = 8.73 \;\; kn/m'$$

$$M_u(-ve) = wl^2/10 = \frac{8.73x(8)^2}{10} = 55.87 \;\; m.kn/m'$$

$$M_u = k_u x b x d^2$$

$$55.87x10^6 = k_u x120x380^2$$

$k_u = 3.22$

From tables for $f_{cu} = 25$ N/mm^2 , $f_y = 360$ N/mm^2

$\mu = 1.24$ %

$$A_s(-ve) = \frac{1.24}{100}x120x380 = 565 \; mm^2 \qquad use \; 3 \; \Phi \; 16$$

$$M_u(+ve) = wl^2/12 = \frac{8.87x(8)^2}{12} = 47.3 \; knt/m'$$

$$47.3x10^6 = k_u x120x380^2$$

$k_u = 2.73$

$\mu = 1.01$ %

$$A_s(+ve) = \frac{1.01}{100}x120x380 = 460 \; mm^2 \qquad use \; 3 \; \Phi \; 16$$

Verification of shear

$$Q_u = w_u x \frac{l}{2} = 8.73\frac{8}{2} = 34.92 \; kn$$

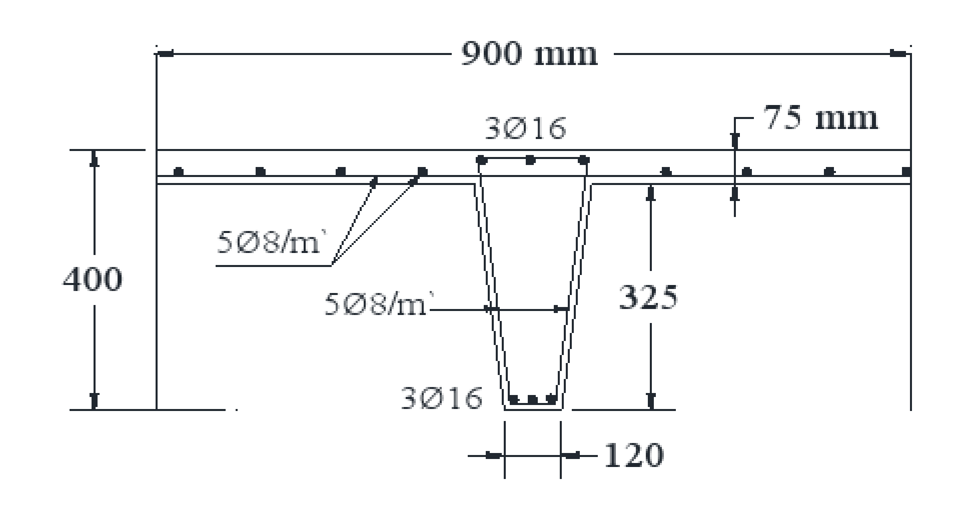
$$q_u = \frac{34.92x10^3}{120x380} = 0.76 \; N/mm^2$$

$$q_c = 0.6\sqrt{f_{cu}} = 0.19 \; \sqrt{25} = 0.95 \; N/mm^2 \quad > q_u \quad O.K.$$

∴ use minimum reinforcement of shear

$$S_{max} = \frac{d}{2} = 200 \; mm$$

use 5 Φ 8 / m'



9-5- طريقة مرادفة لحساب عزوم الانحناء فى البلاطات ذات الاتجاهين :

Alternative Method for Calculations of Bending Moment in Two Way Slabs

توضح الطريقة التالية طريقة سهلة ومباشرة لحساب عزوم الانحناء فى البلاطات ذات الاتجاهين سواء كانت مصمتة أو ذات بلوكات مفرغة أو ذات أعصاب فى الاتجاهين ، ويلاحظ أن هذه الطريقة تعطى قيما أكبر بالنسبة للبلاطات المصمتة لأنه فى هذه الطريقة تم إهمال جساءة البلاطة فى الإلتواء (Torsional rigidity).
وتتميز هذه الطريقة بإمكانية تطبيقها على البلاطات ذات الاتجاهين فى جميع أوضاعها كما سيتم توضيحه.
وبالنسبة لكل بلاطة يتم حساب ستة قيم لعزوم الانحناء ؛ أربعة عزوم سالبة عند الحواف الأربع للبلاطة فى الاتجاهين ؛ وعزمين موجبين فى اتجاهى البلاطة فى منتصفها. وفى جميع الأحوال يجب الرجوع إلى توصيات الكود المصرى لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية . ولتطبيق الطريقة المرادفة يجب توافر الشوط التالية :
أبعاد البحور المتجاورة (spans) تقريبا متساوية ولا يزيد الفق بين أى بحرين متجاورين عن 20 %.

1- الكمرات التى ترتكز عليها البلاطات يتم صبها مع البلاطات.
2- سمك الكمرات التى ترتكز عليها البلاطات لا يقل عن ثلاثة أمثال سمك البلاطة.

الحمل المؤثر على البلاطة موزع بانتظام .

3- الحمل الحى لا يزيد عن ثلاثة أمثال الحمل الثابت .

ويوضح الشكل التالى حالات البلاطات المختلفة حسب الجدول التالى:

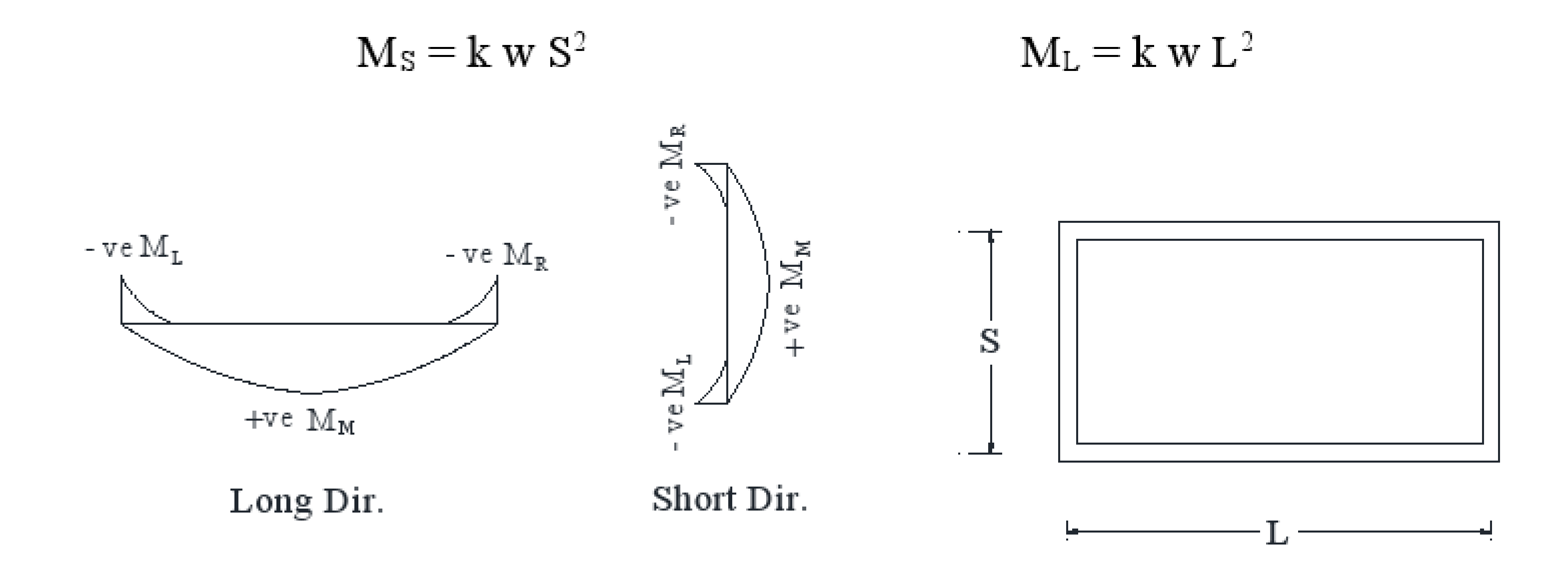
1		7	8		3	5
					2	4
6		9				

شكل (9-38) حالات ارتكاز البلاطات ذات الاتجاهين حسب الجدول التالى

Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (1) All edges are discontinuous

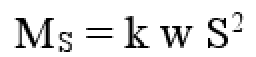
r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.000	0.500	0.021	0.063	0.021	0.500	0.021	0.063	0.021
1.100	0.594	0.025	0.074	0.025	0.406	0.017	0.051	0.017
1.200	0.675	0.028	0.084	0.028	0.325	0.014	0.041	0.014
1.300	0.741	0.031	0.093	0.031	0.259	0.011	0.032	0.011
1.400	0.793	0.033	0.099	0.033	0.207	0.009	0.026	0.009
1.500	0.835	0.035	0.104	0.035	0.165	0.007	0.021	0.007
1.600	0.868	0.036	0.108	0.036	0.132	0.006	0.017	0.006
1.700	0.893	0.037	0.112	0.037	0.107	0.004	0.013	0.004
1.800	0.913	0.038	0.114	0.038	0.087	0.004	0.011	0.004
1.900	0.929	0.039	0.116	0.039	0.071	0.003	0.009	0.003
2.000	0.941	0.039	0.118	0.039	0.059	0.002	0.007	0.002

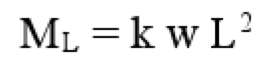
$M_S = k\ w\ S^2$ $M_L = k\ w\ L^2$

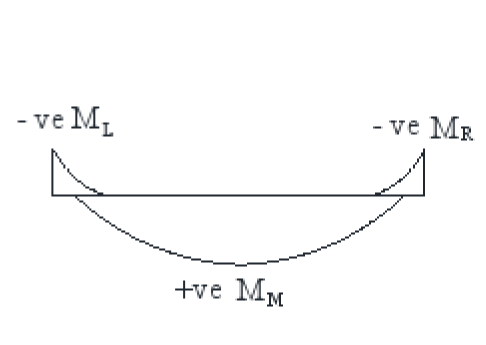


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (2) All edges are Continuous

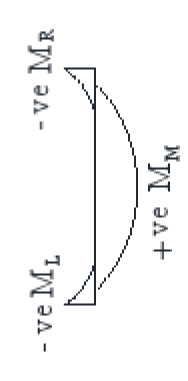
r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.50	0.050	0.036	0.050	0.50	0.050	0.036	0.050
1.1	0.59	0.059	0.042	0.059	0.41	0.041	0.029	0.041
1.2	0.67	0.067	0.048	0.067	0.33	0.033	0.023	0.033
1.3	0.74	0.074	0.053	0.074	0.26	0.026	0.019	0.026
1.4	0.79	0.079	0.057	0.079	0.21	0.021	0.015	0.021
1.5	0.84	0.084	0.060	0.084	0.16	0.016	0.012	0.016
1.6	0.87	0.087	0.062	0.087	0.13	0.013	0.009	0.013
1.7	0.89	0.089	0.064	0.089	0.11	0.011	0.008	0.011
1.8	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.009	0.006	0.009
1.9	0.93	0.093	0.066	0.093	0.07	0.007	0.005	0.007
2.0	0.94	0.094	0.067	0.094	0.06	0.006	0.004	0.006


$M_S = k\ w\ S^2$

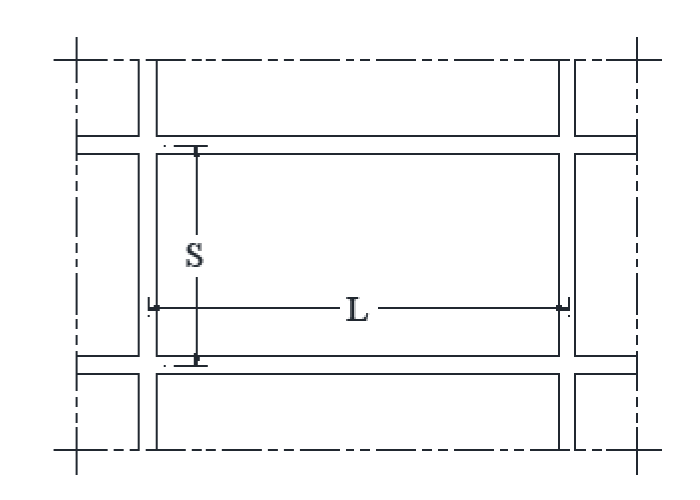

$M_L = k\ w\ L^2$



Long Dir.



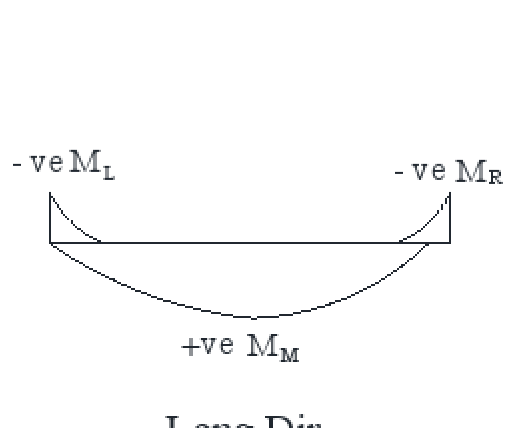
Short Dir.



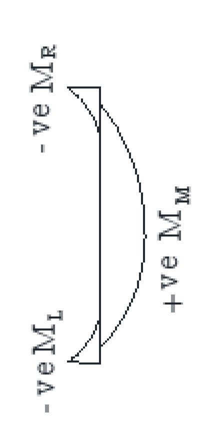
Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (3) One short end is discontinuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.67	0.067	0.048	0.067	0.33	0.014	0.030	0.037
1.1	0.75	0.075	0.053	0.075	0.25	0.011	0.023	0.028
1.2	0.81	0.081	0.058	0.081	0.19	0.008	0.018	0.022
1.3	0.85	0.085	0.061	0.085	0.15	0.006	0.014	0.017
1.4	0.88	0.088	0.063	0.088	0.12	0.005	0.010	0.013
1.5	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.004	0.008	0.010
1.6	0.93	0.093	0.066	0.093	0.07	0.003	0.006	0.008
1.7	0.94	0.094	0.067	0.094	0.06	0.002	0.005	0.006
1.8	0.95	0.095	0.068	0.095	0.05	0.002	0.004	0.005
1.9	0.96	0.096	0.069	0.096	0.04	0.002	0.003	0.004
2.0	0.97	0.097	0.069	0.097	0.03	0.001	0.003	0.003

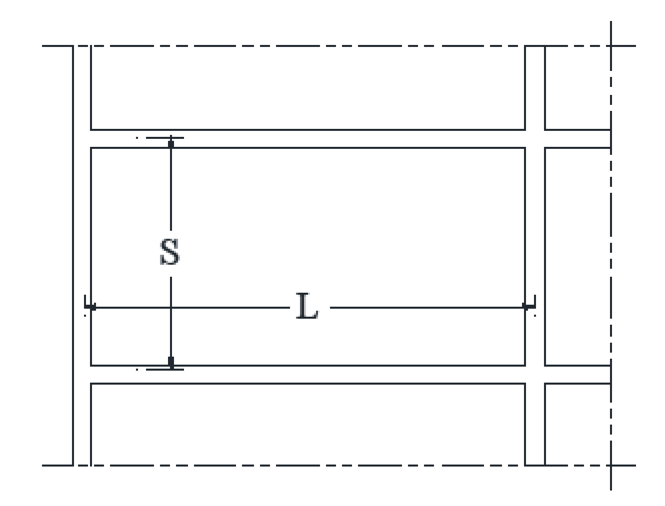
$M_S = k\,w\,S^2$ $M_L = k\,w\,L^2$



Long Dir.



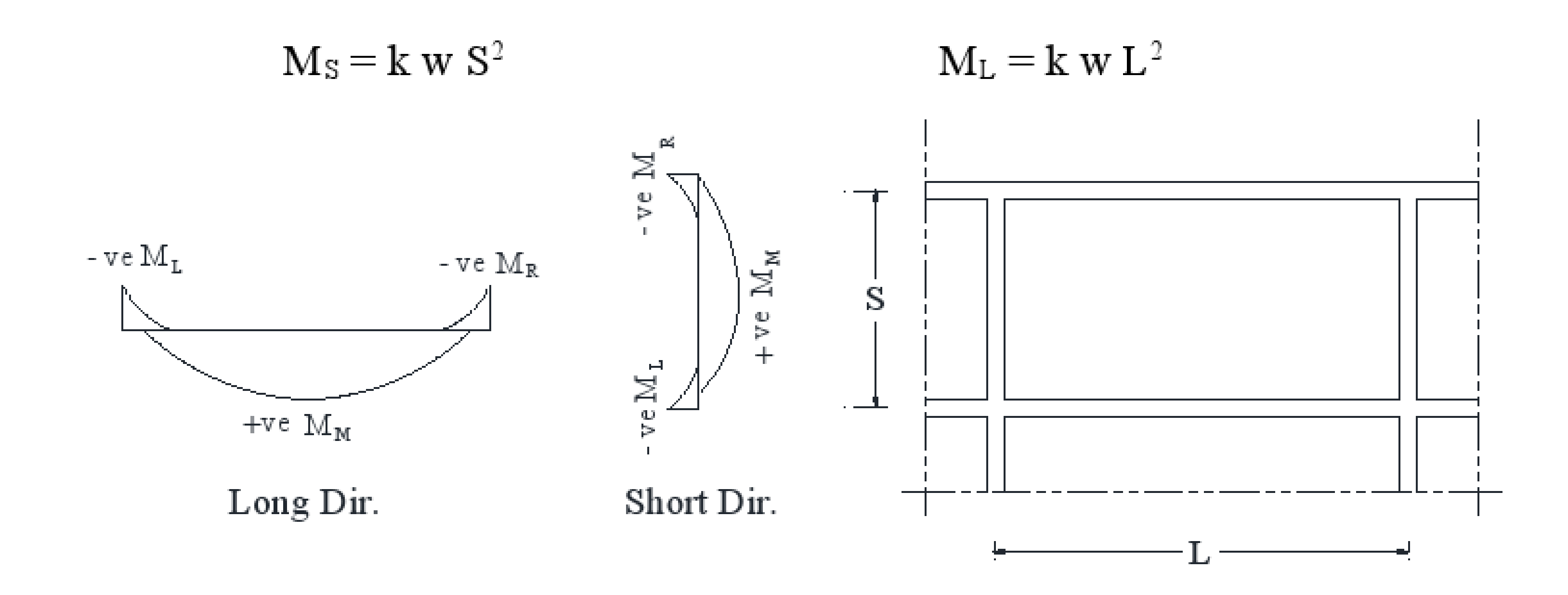
Short Dir.



Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (4) One long end is discontinuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.33	0.037	0.030	0.014	0.67	0.067	0.048	0.067
1.1	0.42	0.047	0.038	0.018	0.58	0.058	0.041	0.058
1.2	0.51	0.057	0.046	0.021	0.49	0.049	0.035	0.049
1.3	0.59	0.065	0.053	0.025	0.41	0.041	0.029	0.041
1.4	0.66	0.073	0.060	0.027	0.34	0.034	0.024	0.034
1.5	0.72	0.080	0.065	0.030	0.28	0.028	0.020	0.028
1.6	0.77	0.085	0.070	0.032	0.23	0.023	0.017	0.023
1.7	0.81	0.090	0.073	0.034	0.19	0.019	0.014	0.019
1.8	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.016	0.011	0.016
1.9	0.87	0.096	0.079	0.036	0.13	0.013	0.010	0.013
2.0	0.89	0.099	0.081	0.037	0.11	0.011	0.008	0.011

$M_S = k\ w\ S^2$ $M_L = k\ w\ L^2$

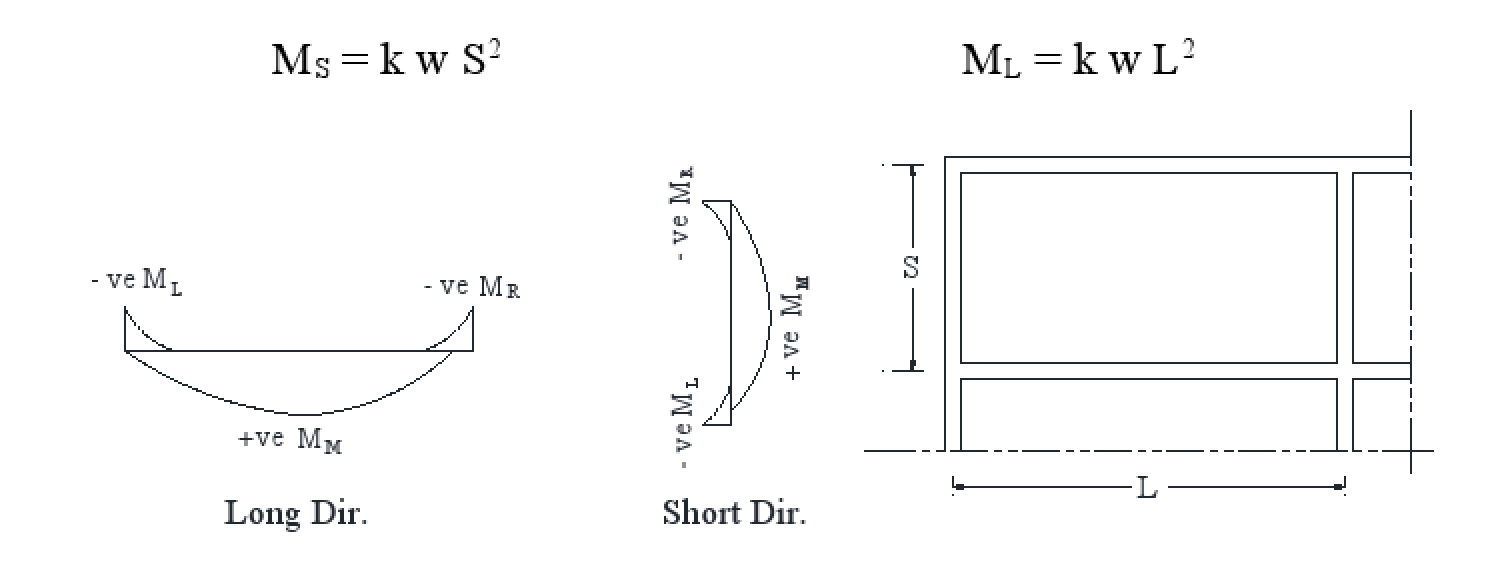


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)

Case (5) Two adjacent ends are discontinuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.50	0.056	0.045	0.021	0.50	0.021	0.045	0.056
1.1	0.59	0.066	0.054	0.025	0.41	0.017	0.037	0.045
1.2	0.67	0.075	0.061	0.028	0.33	0.014	0.030	0.036
1.3	0.74	0.082	0.067	0.031	0.26	0.011	0.024	0.029
1.4	0.79	0.088	0.072	0.033	0.21	0.009	0.019	0.023
1.5	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.007	0.015	0.018
1.6	0.87	0.096	0.079	0.036	0.13	0.006	0.012	0.015
1.7	0.89	0.099	0.081	0.037	0.11	0.004	0.010	0.012
1.8	0.91	0.101	0.083	0.038	0.09	0.004	0.008	0.010
1.9	0.93	0.103	0.084	0.039	0.07	0.003	0.006	0.008
2.0	0.94	0.105	0.094	0.039	0.06	0.002	0.005	0.007

$M_S = k\,w\,S^2$ $M_L = k\,w\,L^2$

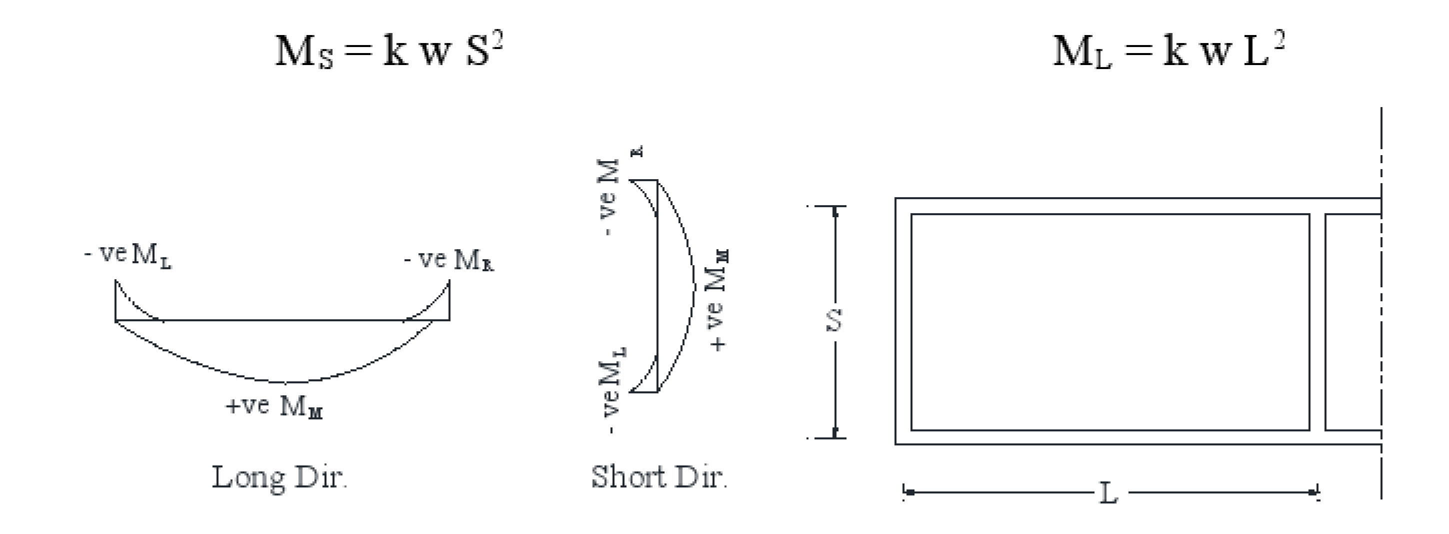


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)

Case (6) One short end is continuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.29	0.012	0.036	0.012	0.71	0.030	0.065	0.079
1.1	0.37	0.015	0.046	0.015	0.63	0.026	0.057	0.070
1.2	0.45	0.019	0.057	0.019	0.55	0.023	0.050	0.061
1.3	0.53	0.022	0.067	0.022	0.47	0.019	0.042	0.052
1.4	0.61	0.025	0.076	0.025	0.39	0.016	0.036	0.044
1.5	0.67	0.028	0.084	0.028	0.33	0.014	0.030	0.037
1.6	0.72	0.030	0.090	0.030	0.28	0.012	0.025	0.031
1.7	0.77	0.032	0.096	0.032	0.23	0.010	0.021	0.026
1.8	0.81	0.034	0.101	0.034	0.19	0.008	0.017	0.021
1.9	0.84	0.035	0.105	0.035	0.16	0.007	0.015	0.018
2.0	0.86	0.036	0.108	0.036	0.14	0.006	0.012	0.015

$M_S = k\, w\, S^2$ $M_L = k\, w\, L^2$

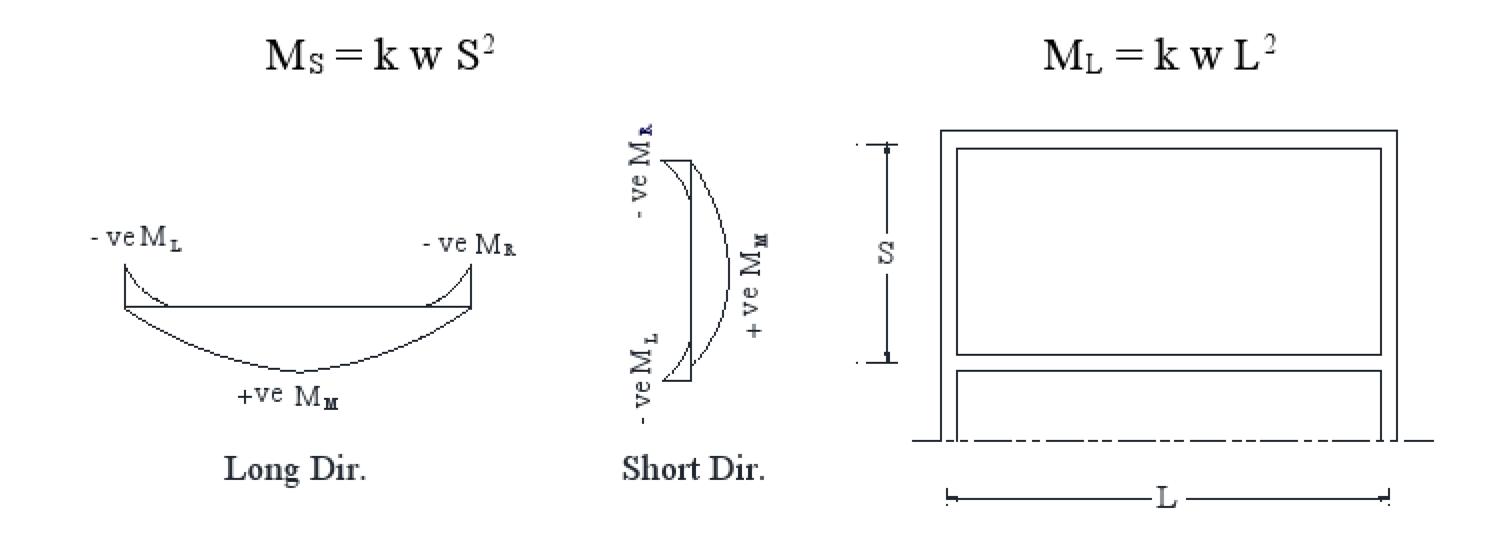


Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)

Case (7) One long end is continuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.71	0.079	0.065	0.030	0.29	0.012	0.036	0.012
1.1	0.79	0.087	0.071	0.033	0.21	0.009	0.027	0.009
1.2	0.84	0.093	0.076	0.035	0.16	0.007	0.020	0.007
1.3	0.88	0.097	0.080	0.037	0.12	0.005	0.015	0.005
1.4	0.91	0.101	0.082	0.038	0.09	0.004	0.012	0.004
1.5	0.93	0.103	0.084	0.039	0.07	0.003	0.009	0.003
1.6	0.94	0.105	0.086	0.039	0.06	0.002	0.007	0.002
1.7	0.95	0.106	0.087	0.040	0.05	0.002	0.006	0.002
1.8	0.96	0.107	0.088	0.040	0.04	0.002	0.005	0.002
1.9	0.97	0.108	0.088	0.040	0.03	0.001	0.004	0.001
2.0	0.98	0.108	0.089	0.041	0.02	0.001	0.003	0.001

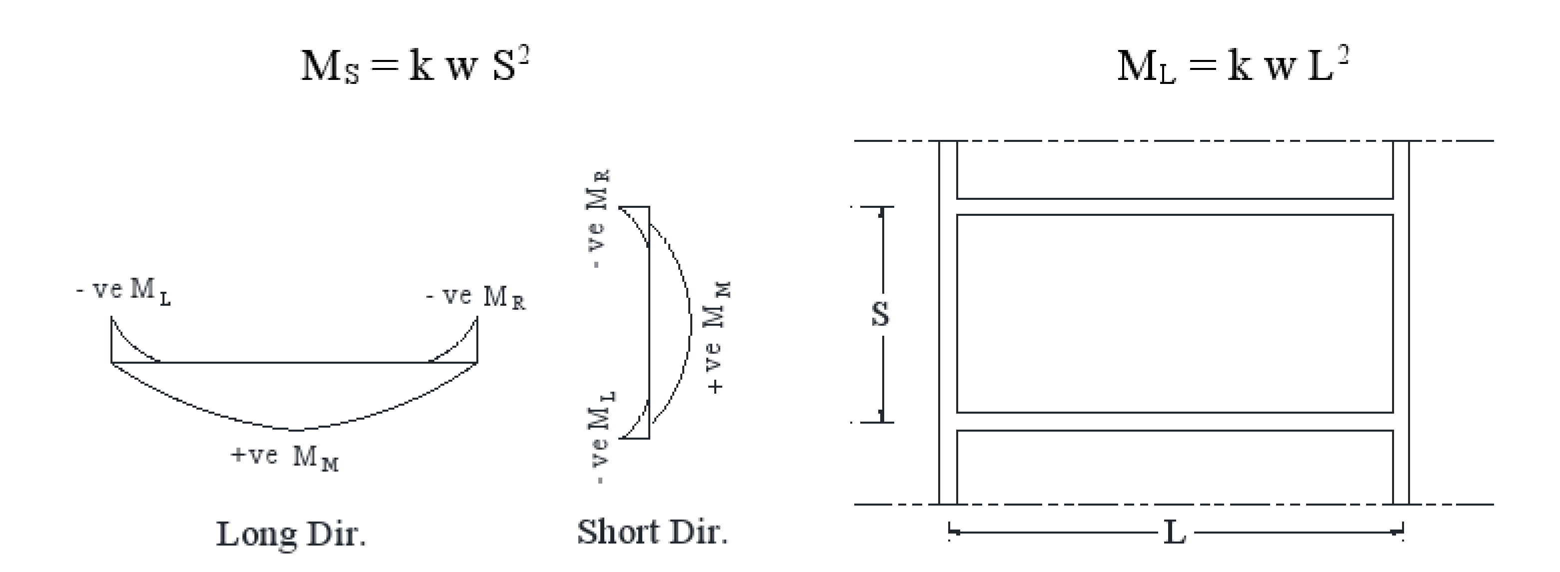
$M_S = k\ w\ S^2$ $\qquad$ $M_L = k\ w\ L^2$



Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (8) Two opposite short ends are discontinuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.83	0.083	0.060	0.083	0.17	0.007	0.021	0.007
1.1	0.88	0.088	0.063	0.088	0.12	0.005	0.015	0.005
1.2	0.91	0.091	0.065	0.091	0.09	0.004	0.011	0.004
1.3	0.93	0.093	0.067	0.093	0.07	0.003	0.008	0.003
1.4	0.95	0.095	0.068	0.095	0.05	0.002	0.006	0.002
1.5	0.96	0.096	0.069	0.096	0.04	0.002	0.005	0.002
1.6	0.97	0.097	0.069	0.097	0.03	0.001	0.004	0.001
1.7	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.003	0.001
1.8	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.002	0.001
1.9	0.98	0.098	0.070	0.098	0.02	0.001	0.002	0.001
2.0	0.99	0.099	0.071	0.099	0.01	0.001	0.002	0.001

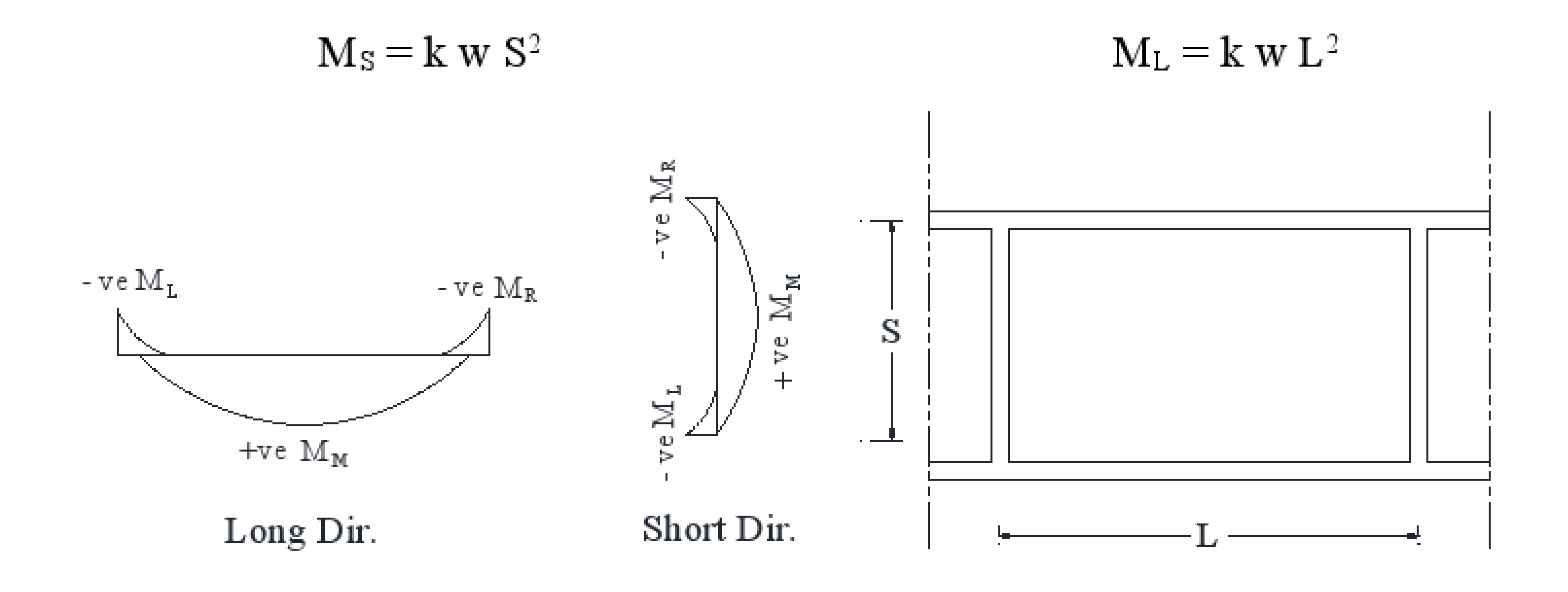
$M_S = k\ w\ S^2$ $M_L = k\ w\ L^2$



Moment Coefficients for Two Way Slabs (k)
Case (9) Two opposite long ends are discontinuous

r = L/S	Short Direction				Long Direction			
	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR	Load Factor	- ve ML	+ve MM	- ve MR
1.0	0.17	0.007	0.021	0.007	0.83	0.083	0.060	0.083
1.1	0.23	0.009	0.028	0.009	0.77	0.077	0.055	0.077
1.2	0.29	0.012	0.037	0.012	0.71	0.071	0.050	0.071
1.3	0.36	0.015	0.045	0.015	0.64	0.064	0.045	0.064
1.4	0.43	0.018	0.054	0.018	0.57	0.057	0.040	0.057
1.5	0.50	0.021	0.063	0.021	0.50	0.050	0.035	0.050
1.6	0.57	0.024	0.071	0.024	0.43	0.043	0.031	0.043
1.7	0.63	0.026	0.078	0.026	0.37	0.037	0.027	0.037
1.8	0.68	0.028	0.085	0.028	0.32	0.032	0.023	0.032
1.9	0.72	0.030	0.090	0.030	0.28	0.028	0.020	0.028
2.0	0.76	0.032	0.095	0.032	0.24	0.024	0.017	0.024

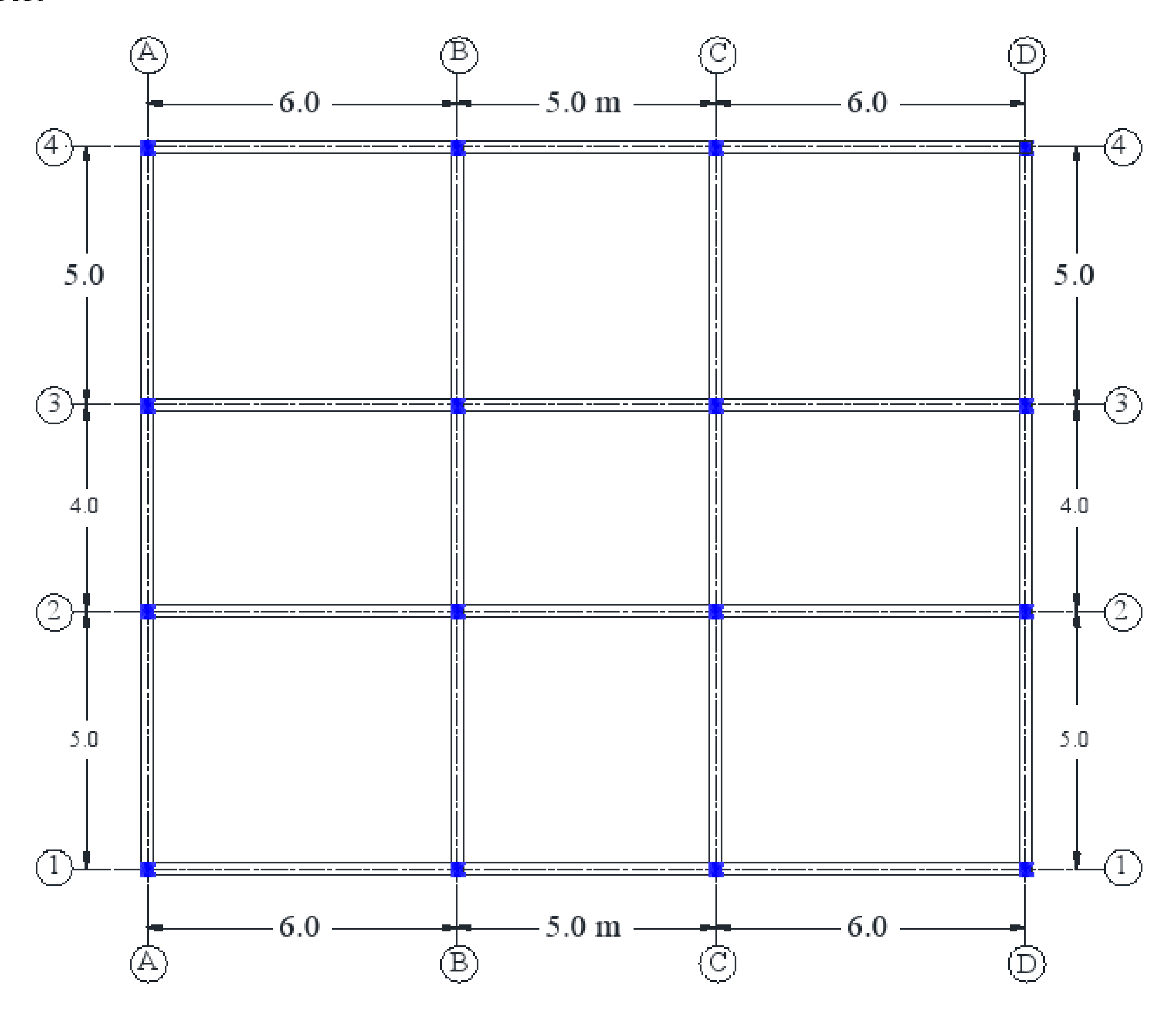
$M_S = k\ w\ S^2$ $M_L = k\ w\ L^2$



Example (9-7):

Design the slabs of the shown floor. Live load = 3.0 kn/m^2 , cover = 1.5 kn/ m^2
f_{cu} =25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2.

Solution:



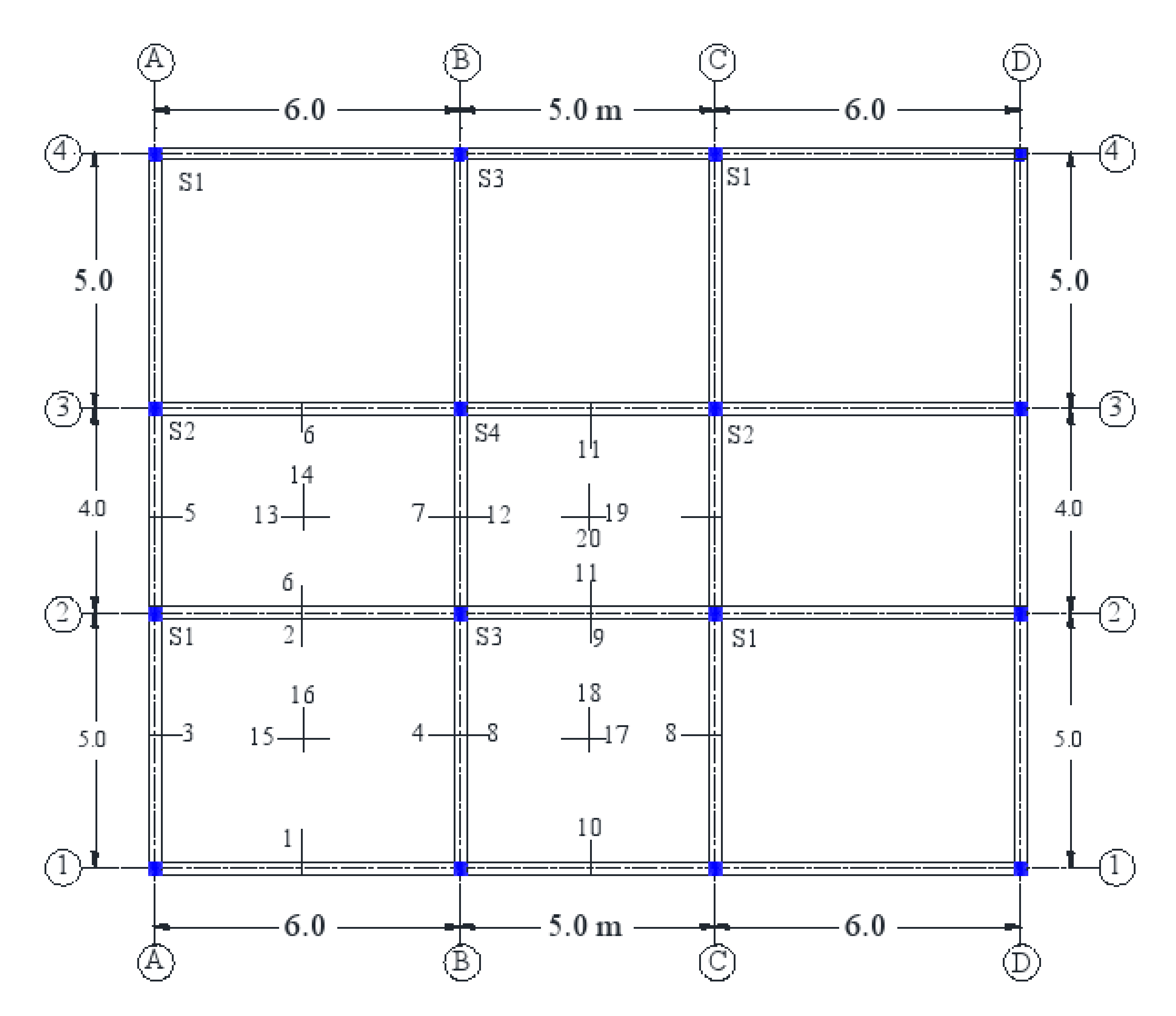
$t = \frac{S}{40} = \frac{5000}{40} = 125$ use t = 140 mm

Load o.wt = 0.14 x 25 =3.5 kn/m^2

Cover = 1.50 kn/m^2

w = 1.4 (5.0) +1.6 (3.0) = 11.8 t/m^2

The roof is ax symmetrical about the horizontal and the vertical centerlines of the roof, only four panels need to be designed. The critical sections are marked as shown in the following figure to get the moment factor (k) , and then calculating the bending moment.



The results are accommodated in a table that can be explained as follows :

1- First column indicate the slab type.
2- Second column indicate the location of the section.
3- Third and fourth columns shows the slab dimensions, the shadow one is that used for calculating the moment for the corresponding section.
4- Fifth column shows the case of the slab in the alternative method for calculating the bending moment.
5- Sixth column calculates the rectangularity of the slab = L/S.
6- Seventh column shows the k factor from the table of slabs according to the slab type.
7- Eighth column shows the ultimate distributed load on the slab as calculated before.
8- Ninth column calculates the bending moment $Mu = k.w.S^2$ (L^2).
9- Tenth column calculates Ku from the equation $M_u=K_u.b.d^2$ where d=12 cm.

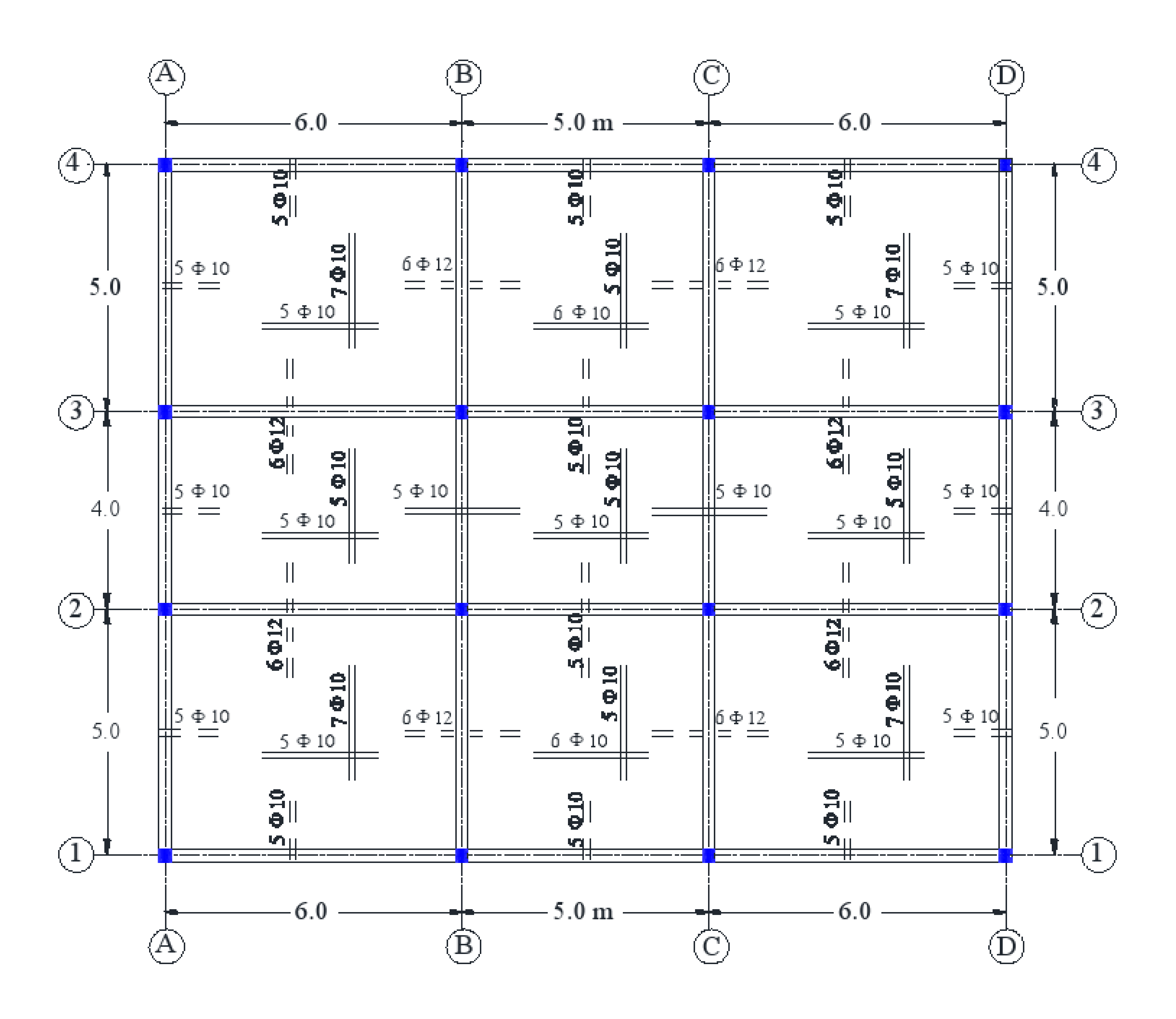
Slab	Sec.	L	S	Case	R	k	w	Mu	Ku	µ%	As	Bars/m'	Chosen
S1	1	6.00	5.00	5.00	1.20	0.028	1.180	8.30	0.574	0.22	2.64	6ϕ8	5ϕ10
	2	6.00	5.00	5.00	1.20	0.075	1.180	22.10	1.536	0.54	6.48	6ϕ12	6ϕ12
	3	6.00	5.00	5.00	1.20	0.014	1.180	5.90	0.413	0.20	2.40	6ϕ8	5ϕ10
	4	6.00	5.00	5.00	1.20	0.036	1.180	15.30	1.062	0.37	4.44	6ϕ10	6ϕ12
	15	6.00	5.00	5.00	1.20	0.030	1.180	12.70	0.885	0.30	3.60	5ϕ10	5ϕ10
	16	6.00	5.00	5.00	1.20	0.061	1.180	18.00	1.250	0.44	5.28	7ϕ10	7ϕ10
S2	5	6.00	4.00	3.00	1.50	0.004	1.180	1.70	0.118	0.20	2.40	5ϕ10	5ϕ10
	6	6.00	4.00	3.00	1.50	0.091	1.180	17.20	1.193	0.41	4.92	6ϕ12	6ϕ12
	7	6.00	4.00	3.00	1.50	0.010	1.180	4.20	0.295	0.20	2.40	5ϕ10	5ϕ10
	13	6.00	4.00	3.00	1.50	0.008	1.180	3.40	0.236	0.20	2.40	5ϕ10	5ϕ10
	14	6.00	4.00	3.00	1.50	0.065	1.180	12.30	0.852	0.30	3.60	5ϕ10	5ϕ10
S3	8	5.00	5.00	3.00	1.00	0.067	1.180	19.80	1.373	0.48	5.76	6ϕ12	6ϕ12
	9	5.00	5.00	3.00	1.00	0.037	1.180	10.90	0.758	0.27	3.24	5ϕ10	5ϕ10
	10	5.00	5.00	3.00	1.00	0.014	1.180	4.10	0.287	0.20	2.40	6ϕ8	5ϕ10
	17	5.00	5.00	3.00	1.00	0.048	1.180	14.20	0.983	0.34	4.08	6ϕ10	6ϕ10
	18	5.00	5.00	3.00	1.00	0.030	1.180	8.90	0.615	0.23	2.76	6ϕ8	5ϕ10
S4	11	5.00	4.00	2.00	1.25	0.070	1.180	13.20	0.918	0.31	3.72	5ϕ10	5ϕ10
	12	5.00	4.00	2.00	1.25	0.030	1.180	8.90	0.615	0.22	2.64	5ϕ8	5ϕ10
	19	5.00	4.00	2.00	1.25	0.021	1.180	6.20	0.430	0.20	2.40	6ϕ8	5ϕ10
	20	5.00	4.00	2.00	1.25	0.050	1.180	9.40	0.656	0.23	2.76	5ϕ8	5ϕ10

10- Eleventh column shows the reinforcement ratio from tables according to K_u..

11- Twelfth column calculates the required area of steel $As=\mu.b.d$.

12- Thirteenth column shows the chosen bars for reinforcement to satisfy the required area of steel

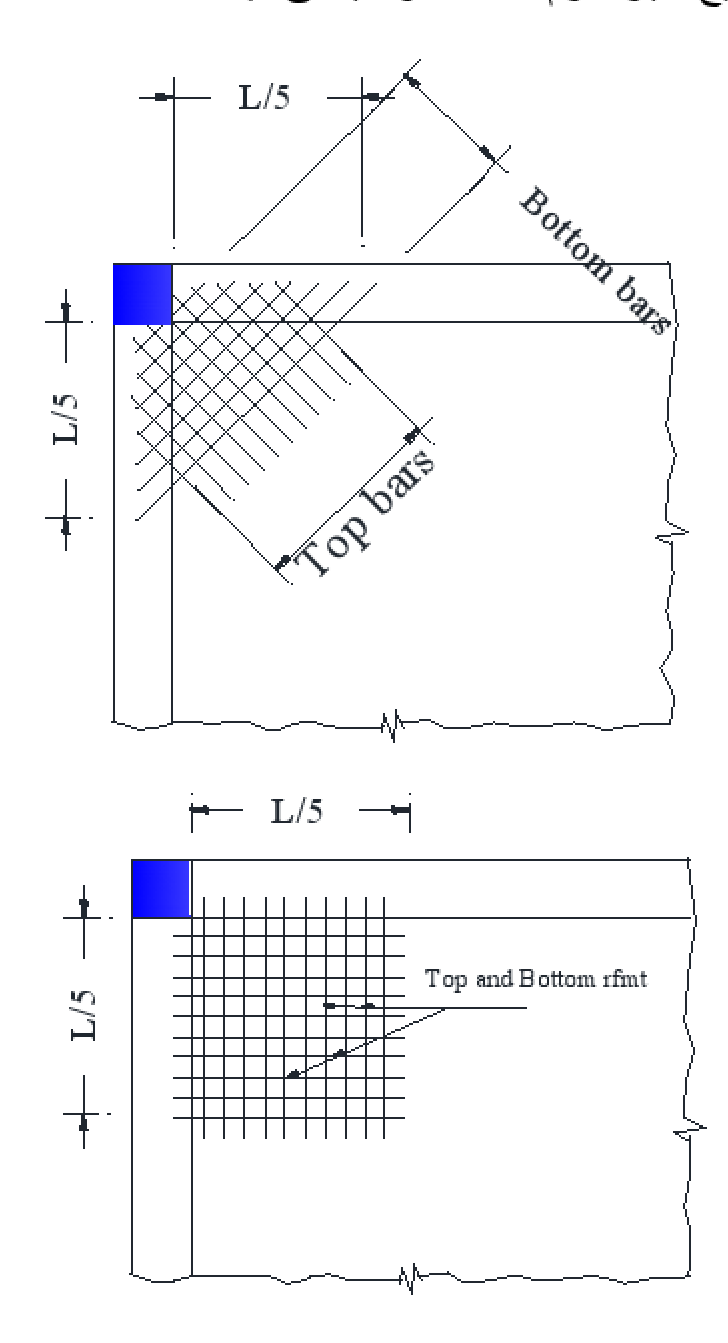
13- Fourteenth column shows the actual chosen bars after arranging the reinforcement to take care of the adjacent sections that they should have the same reinforcement.



شكل (9-39) تسليح بلاطات المثال (7- 9)

9-6- تسليح الأركان الخارجية فى البلاطات ذات الاتجاهين : Exterior Corner Rfmt in Two Way Slabs

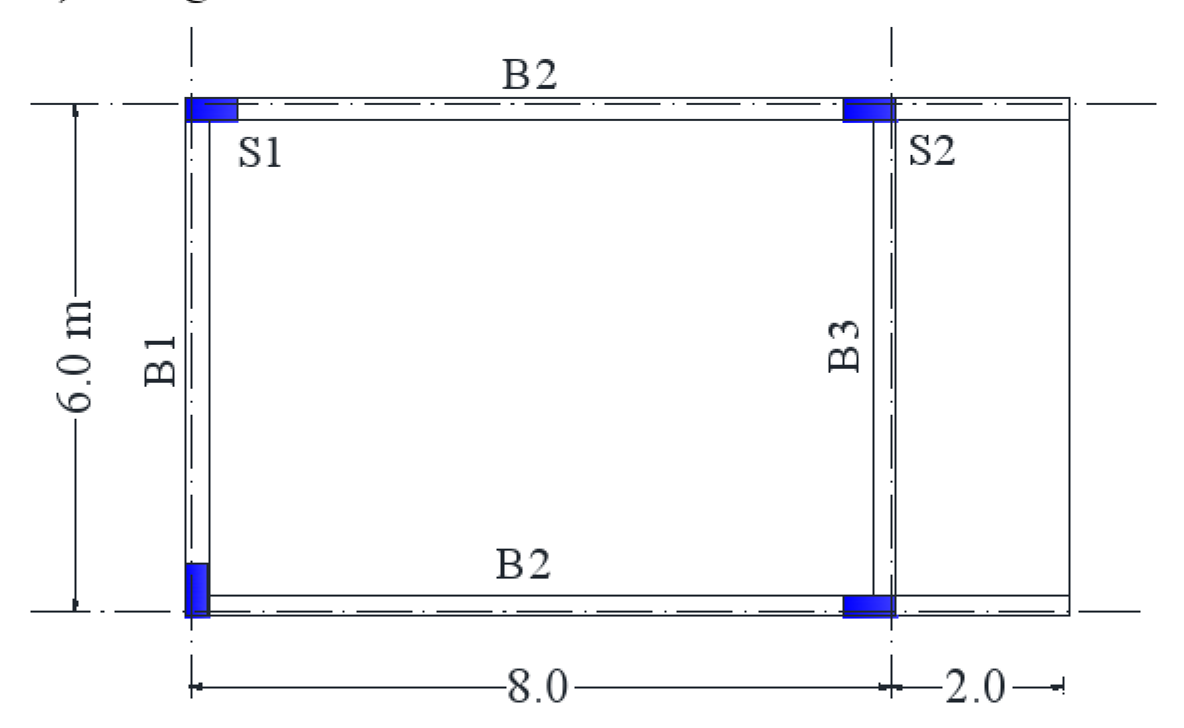
نظرا لوجود عزوم التواء (twisting moments) عند الأركان الخارجية للبلاطات ذات الاتجاهين حيث تتسبب هذه العزوم فى شروخ سفلية موازية لقطر البلاطةوشروخ أخرى بالسطح العلوى عمودية على هذا القطر ، أى عمودية على الشروخ السفلية. ويتم مقاومة اللاجهادات المتسببة فى هذه الشروخ بتسليح علوى موازيا لقطر البلاطة ، وتسليح سفلى عمودى على قطر البلاطة كما هو موضح بالشكل. ويمتد هذا التسليح لمسافة تساوى خمس البعد الأكبر للبلاطة. ويمكن استخدام تسليح علوى وسفلى موازيا لأبعاد البلاطة ويكون هذا التسليح مساويا لتسليح أكبر عزم انحناء موجب فى البلاطة.



شكل (9-39) التسليح السفلى والعلوى لأركان الخارجية للبلاطات لمقاومة عزوم الألتواء

Chapter (9) – Problems

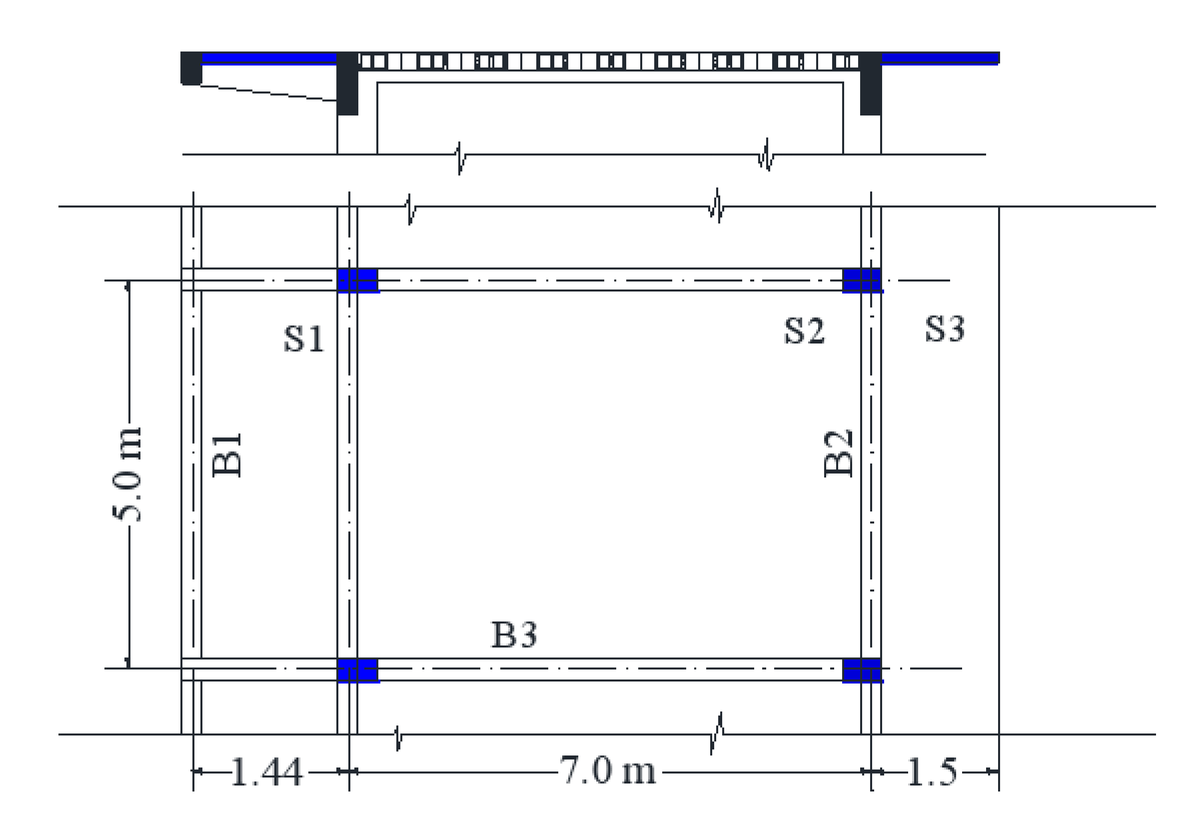
1- For the reinforced concrete floor shown: Live load = 3.0 kn/m^{2}, Design the solid slabs S1 and S2. If it is required to use hollow blocks to get an even surface (no drop beams); Design the hollow block slabs.



2- For the reinforced concrete floor shown:

a- Design the slabs S1, S3 as solid slabs.

b- Design the slab S2 as two-way hollow block slab.

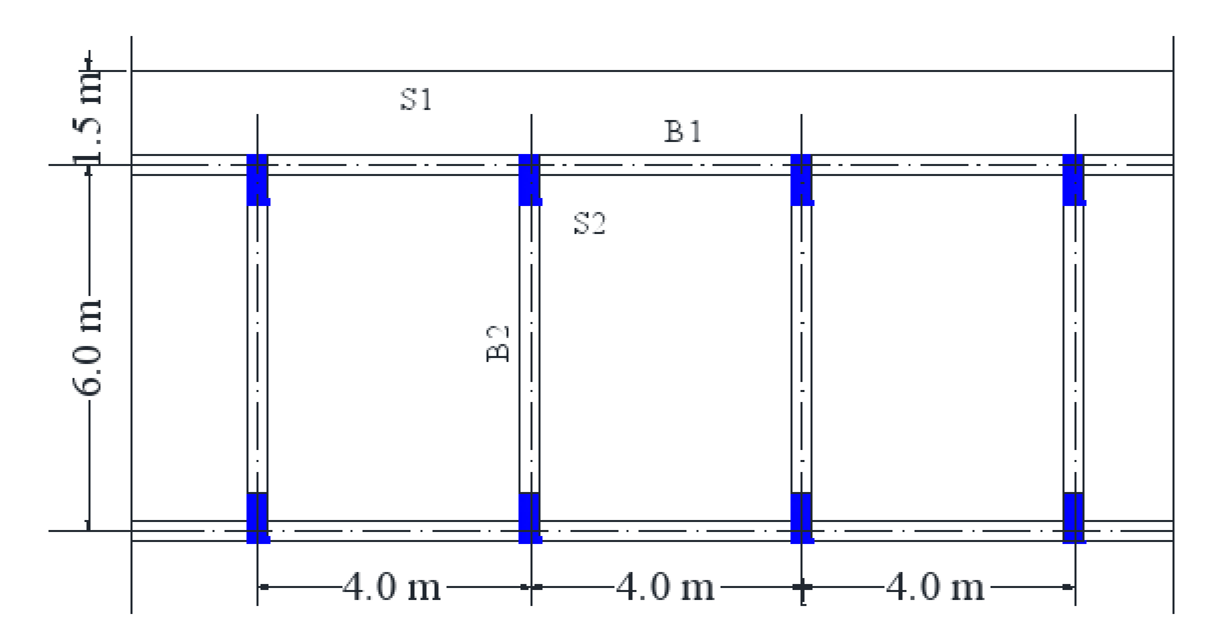


3- For the floor shown in fig., make complete design for:

a- Slabs S1 and S2 .

b- Draw the details of reinforcement for slabs .

L.L.= 2.5 kn/m^2 , f_{cu} = 30 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



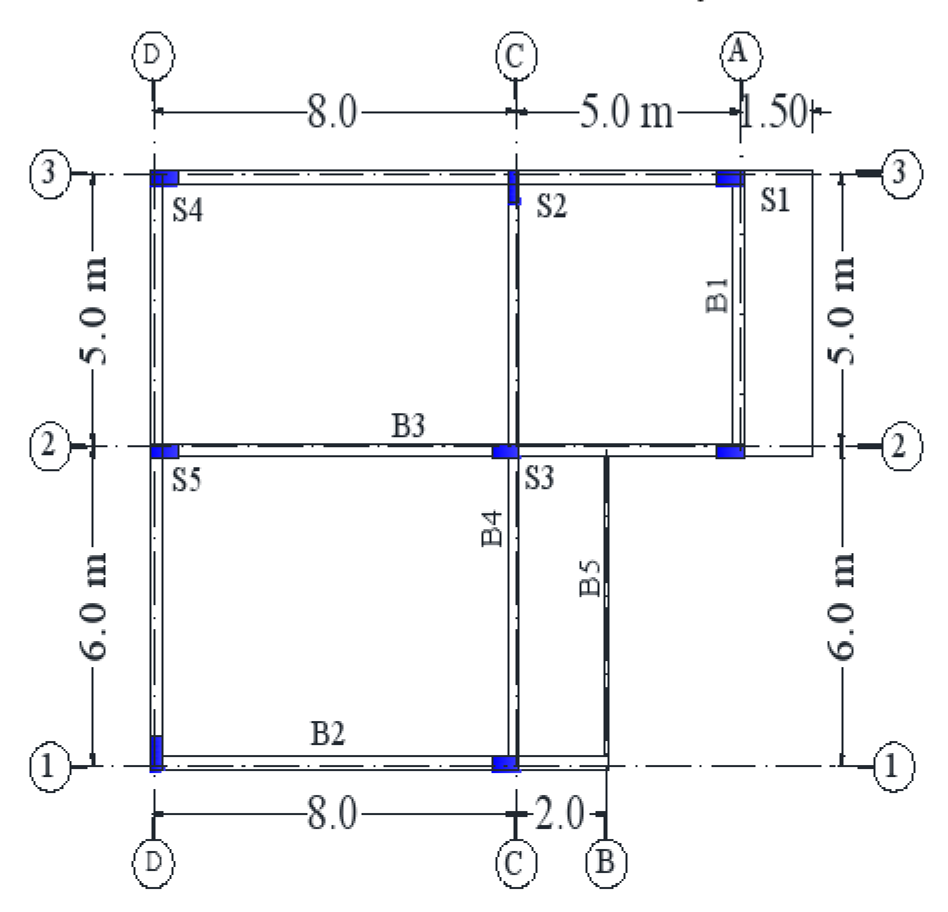
4- For the floor shown in fig., make complete design for:

a- Slabs S1 , S2 , and S3 (solid slabs).

b- S4 (one way H.B. slab).

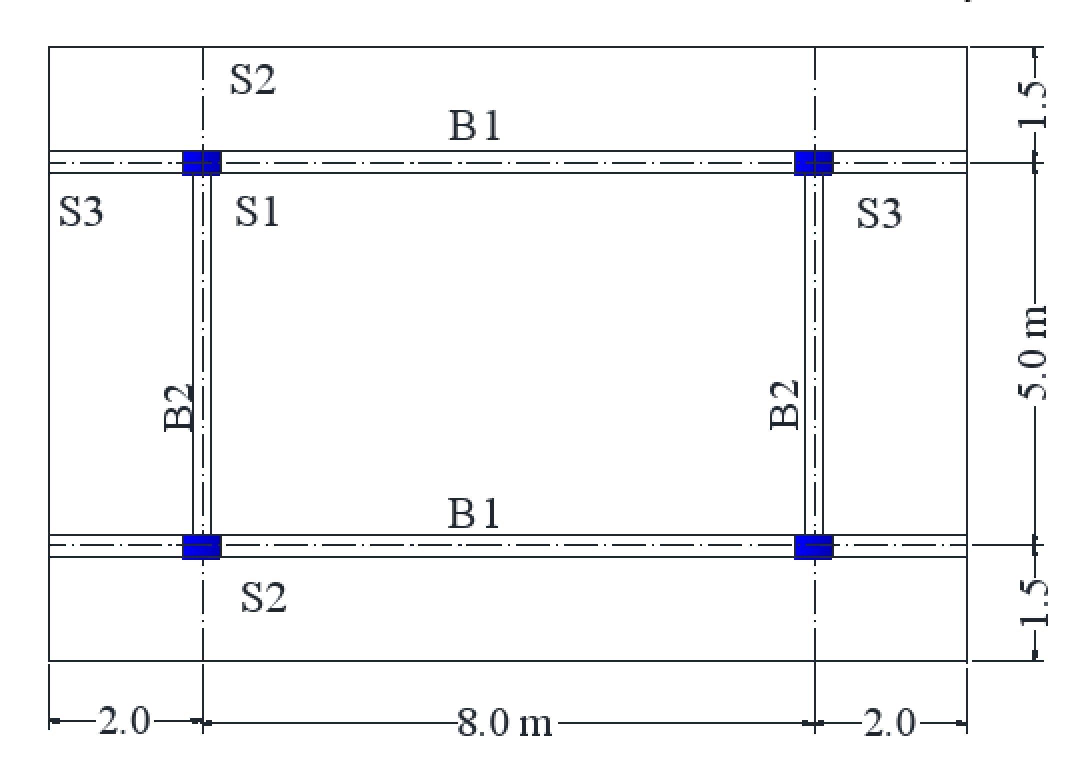
c- S5 (two way H.B. slab).

L.L.= 2.50 kn/m^2 , f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



5- For the reinforced concrete roof shown in fig. It is required to :

design slabs S1 and S2, L.L.= 2.50 kn/m^2 , f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2.



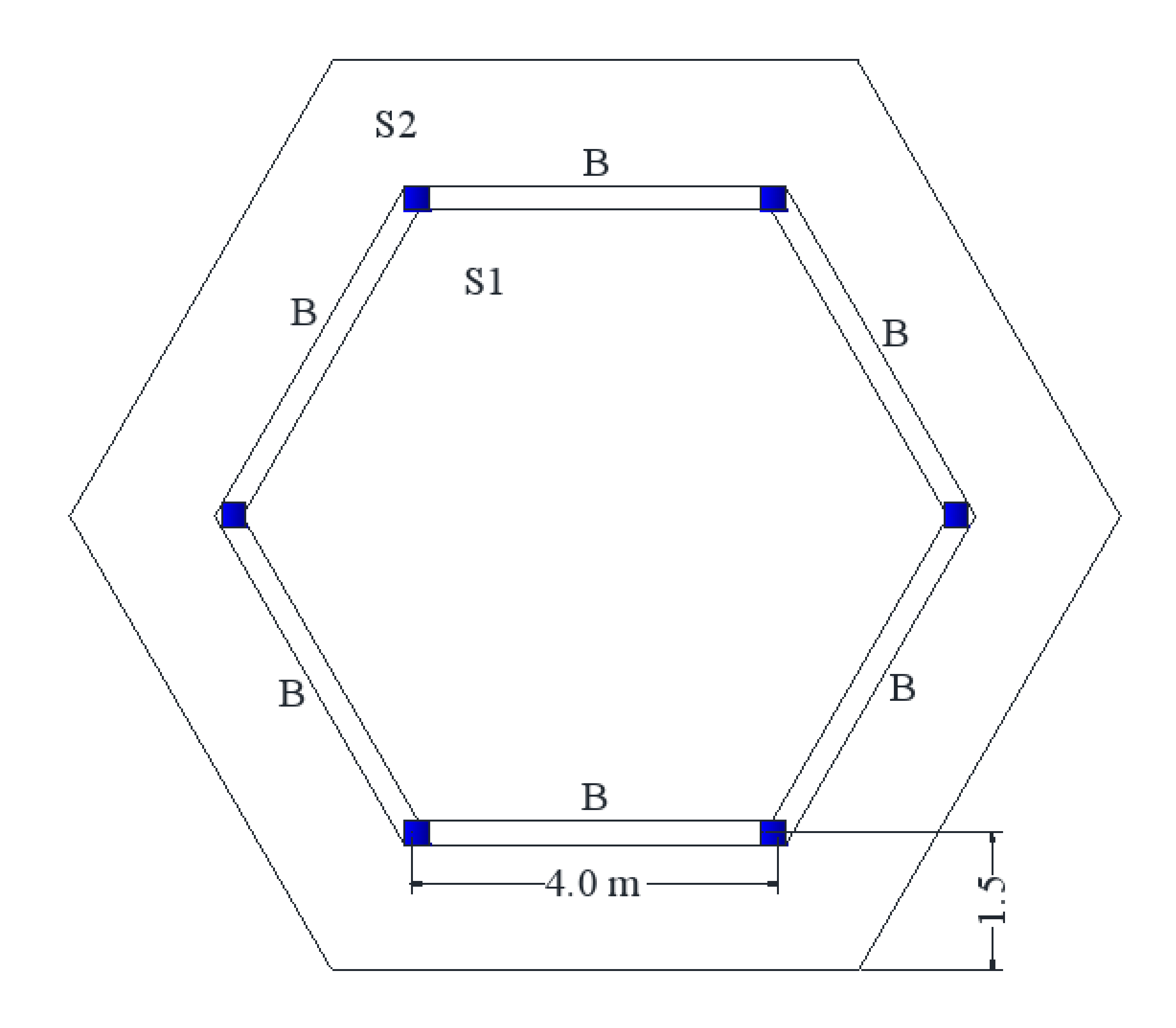
6- Design a one-way slab to carry a live load of 500 kg/m^2, and an external dead load of 2.5 kn/m^2. The slab is simply supported over a span of 5.0 m. Given f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2. choose the appropriate system.

7- Design an interior one-way slab (L = 6.0 m) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 4.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 7.0 kn/m^2. f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2.

8- Design an interior two-way square slab (L = 7.0 m) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 2.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 3.0 kn/m^2. Solve the problem in three cases; solid slab, waffle slab, and hollow block slab. f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2.

9- Design an simply supported square slab (L = 6.0 m) which carries a uniform dead load of 3.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 5.0 kn/m^2. use ; solid slab, and hollow block slab system. f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2.

10- Design the shown hexagonal roof which carries a uniform dead load of 3.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 4.0 kn/m^2. use ; solid slab, hollow block slab , and waffle slab systems for S1. f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2.



11- Design a one-way joist slab to carry a live load of 5.0 kn/m^2, and an external dead load of 3.0 kn/m^2. The slab is simply supported over a span of 6.0 m. Given f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2. Choose the appropriate system.

Resolve the problem using hollow block slab system.

12- Design an interior one-way slab (L = 7.0 m) with both ends continuous, which carries a uniform dead load of 4.0 kn/m^2 (excluding self-weight) and live load of 7.0 kn/m^2. use joist slab system, and hollow block system. f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2.

13- State the names of different types of slabs used in construction.

14- How do the slabs primarily carry the transverse loads ?

15- Differentiate between one-way and two-way slabs.

16- State span to depth ratios of two-way slabs for different support conditions to be considered for the control of deflection.

17- Explain the provisions of torsional reinforcing bars in restrained type of two-way slabs.

18- State span to depth ratios of one-way slabs for different support conditions to be considered for the control of deflection.

19- State the minimum amounts of reinforcing bars to be provided in slabs?

20- State the maximum diameter of a bar to be used in slabs.

21- How do we determine the effective depth of a slab for a given factored moment?

22- How do we determine the area of steel to be provided for a given subjected to a factored moment ?

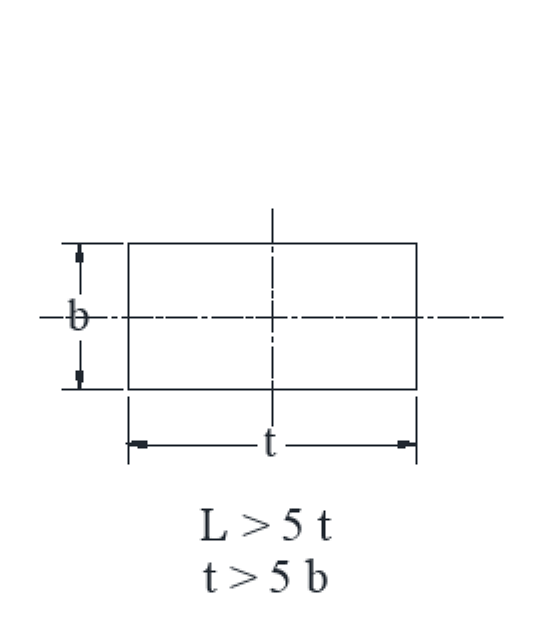
23- How do we determine the amount of steel in the longer span direction in one way slabs?

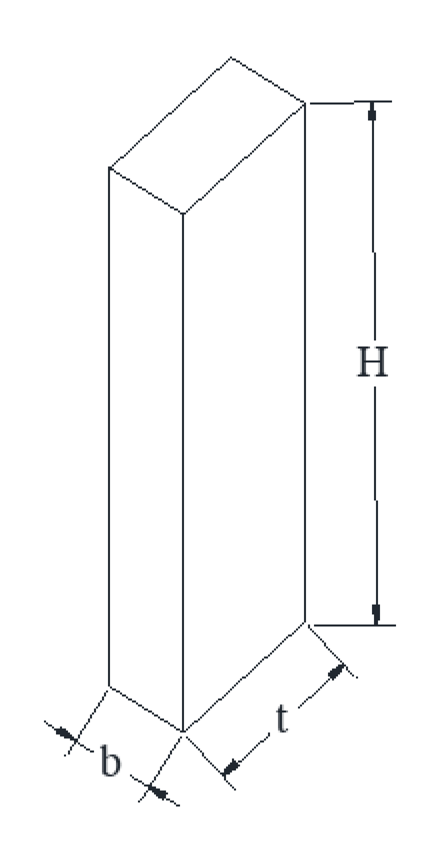
الباب العاشر

تصميم الأعمدة الخرسانية المسلحة
Design of Reinforced Concrete Columns

10-1- تعريف:

يمكن تعريف العمود بأنه العضو الإنشائي المعرض أساساً لقوة ضغط ويزيد طوله (في اتجاه محور العمود) عن خمس أمثال البعد الأصغر لمقطع العمود. كما لا يزيد البعد الأكبر لمقطع العمود عن خمس أمثال البعد الأصغر وتأخذ الأعمدة أشكالا مثل المستطيل ، و الدائري ، والمضلع ، والأعمدة المركبة من مستطيلات. ووظيفة العمود أساسا هو نقل الحمل المؤثر عليه إلى القواعد والتي تنقلها بدورها إلى الأرض.



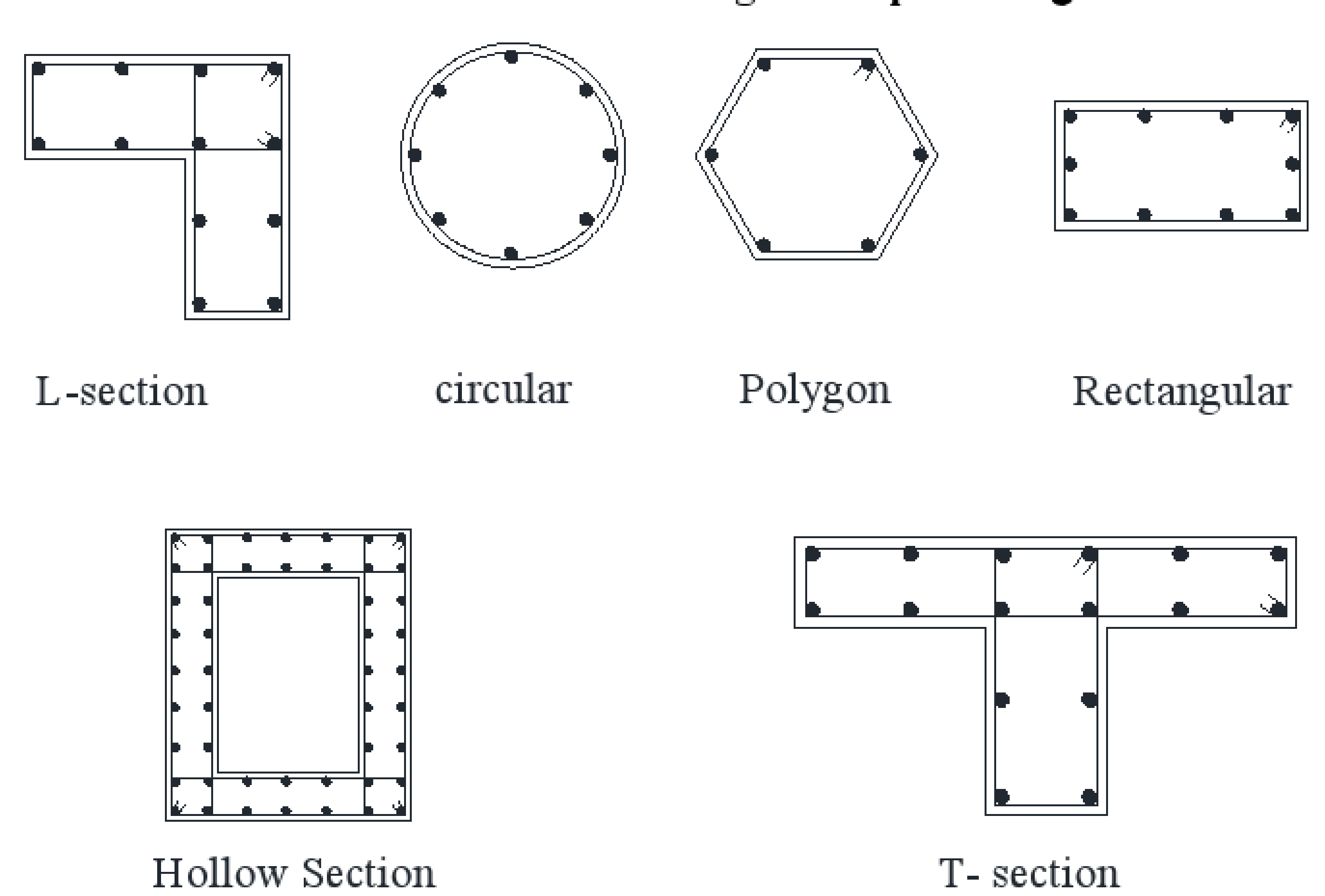


10-2- أنواع الأعمدة Types of Columns :

يمكن تصنيف الأعمدة الخرسانية بعده طرق مختلفة كما يلي:

1- حسب شكل مقطع العمود.	According to Shape
2- حسب مادة العمود.	According to Material
3- حسب التدعيم الجانبي.	According to Side Bracing
4-- حسب القابلية للانبعاج.	According to Buckling
5- حسب شكل الكانات.	According to shape of lateral reinforcement

10-2-1- حسب شكل مقطع العمود According to Shape :



10-2-2- حسب مادة العمود According to Material :

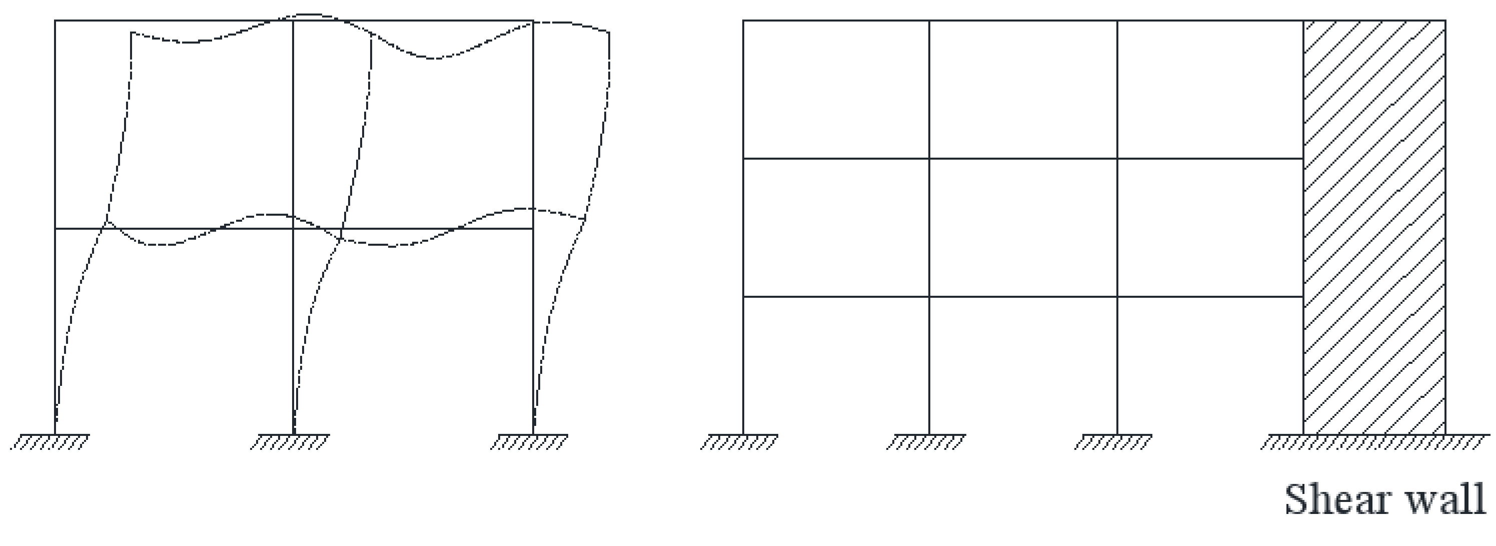
تنقسم الأعمدة في هذه الحالة الي الأعمدة المسلحة بقضبان التسليح في الاتجاهين الطولي والعرضي والي الأعمدة المدعمة بقطاعات حديدية انشائية كما هو موضح بالشكل.



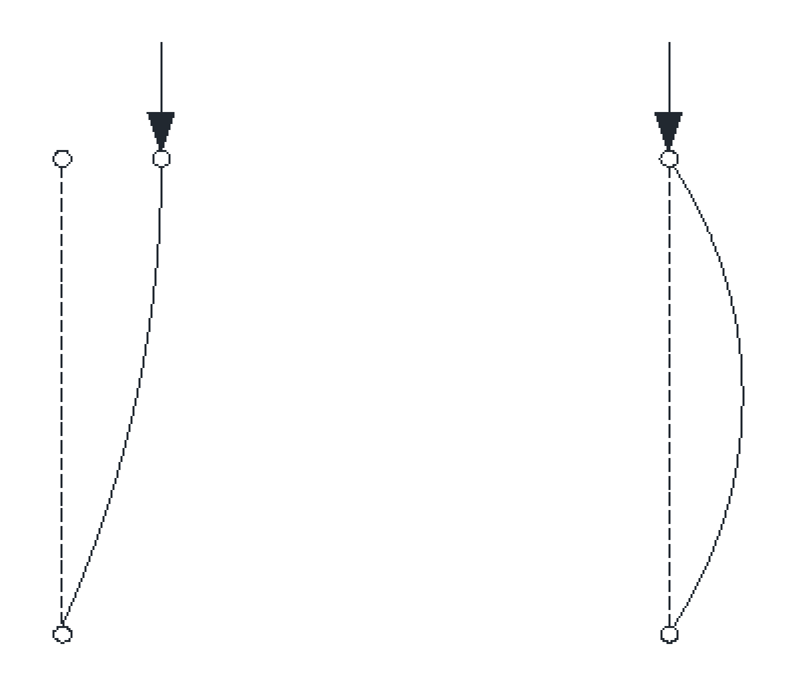
10-2-3- حسب التدعيم الجانبي According to Side Bracing:

10-2-3-1-الأعمدة المقيدة و غير المقيدة Braced and Unbraced Columns :

حدد الكود المصري لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية المسلحة الأعمدة المقيدة بأنها الأعمدة التي لا تتعرض لأحمال أفقية حيث يتم مقاومة هذه الأحمال الأفقية بواسطة أعضاء خاصة مثل حوائط القص (Shear walls) أو الأعمدة المرتبطة بشكالات (bracing system) أو إذا كانت مستندة إلى أكتاف خرسانية. وتعتبر الأعمدة غير مقيدة بخلاف ذلك.



يمكن التفريق بين الأعمدة المقيدة والأعمدة الغير مقيدة بأنه إذا كان هناك حركة عرضية نسبية بين طرفي العمود يكون غير مقيد (unbraced) وإذا لم تكن هناك حركة عرضية نسبية بين طرفي العمود فيكون العمود مقيداً (braced) .



ولا شك أن الأعمدة المقيدة (braced) تكون أقوى وأقدر على مقاومة الأحمال وأقل عرضه للانهيار عن الأعمدة الغير مقيدة عند تعرضهما لنفس الظروف. ويعتمد تحديد كون العمود مقيد أو غير مقيد على طول العمود ومقطعه وكذلك على الحمل المؤثر عليه وعلى النظام الإنشائي الذي يرتبط مع العمود.

ويمكن اعتبار العمود مقيداً إذا استوفى أيا من المتطلبات الآتية:

1- الأحمال الأفقية يتم مقاومتها بأعضاء معينة مثل حوائط القص shear walls

2- إذا كانت الأعمدة مدعمة عرضياً بحوامل خرسانية concrete bearings.

3- إذا حققت الأعمدة المعادلة الآتية :

بالنسبة للأعمدة التي يزيد ارتفاعها أو يساوى أربعة طوابق:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} \leq 0.6$$

في حالة الأعمدة التي يقل ارتفاعها عن أربعة طوابق:

$$\alpha = H \sqrt{\frac{\sum N}{\sum EI}} < (0.2 + 0.1n)$$

حيث $\sum N$: مجموع الأحمال الرأسية المؤثرة على الأعمدة.

n : عدد الطوابق.

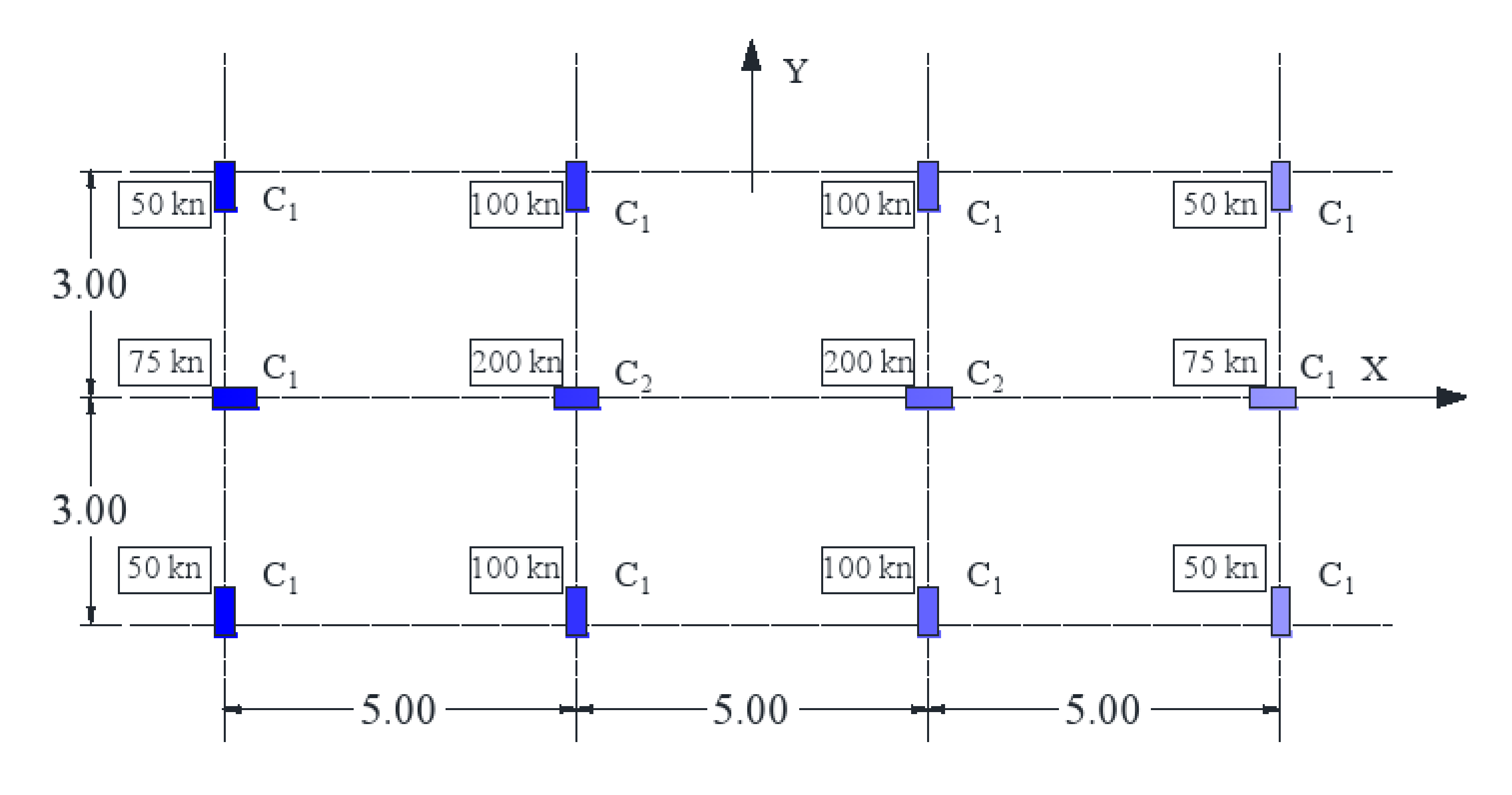
H : ارتفاع المبنى أعلى الأساسات.

$\sum EI$: مجموع جساءة الانحناء للأعمدة في الاتجاه تحت الدراسة.

Example (10-1):

The plan shown represent a floor of 6-story building, the floor height is 3.0 m the load of each column is shown. C_1 = 250 x 400 mm^2 and C_2 = 250 x 600 mm^2, f_{cu} = 25 N/mm^2

Show if the columns are braced or not in X and Y directions.



Solution:

for C_1 $I_{min} = 400x250^3/12 = 520.8x10^6\ mm^4$

$I_{max} = 250x400^3/12 = 1333.3x10^6\ mm^4$

for C_2 $I_{min} = 600x250^3/12 = 781.25x10^6\ mm^4$

$I_{max} = 250x600^3/12 = 4500x10^6\ mm^4$

Load per floor = 4x50 + 2x75 + 4x100 + 2x200 = 1150 kn

Assume E for concrete = $E_c = 4400\sqrt{f_{cu}}$

$$E = 4400\sqrt{25} = 22000\ N/mm^2 = 22.0\ kn/mm^2$$

For X - direction :

$I_y = 8x520.8x10^6 + 2x1333.3x10^6 + 2x4500x10^6 = 15833x10^6\ mm^4$

$\Sigma\ E\ I_y = 22.0\ x\ 15833x10^6 = 348x10^9\ kn.mm^2$

$$\alpha_x = H\sqrt{\frac{\sum N}{\sum E\,I_y}} = 18000\sqrt{\frac{6\ x\ 1150}{348x10^9}} = 2.53 > 0.6$$

فالأعمدة في هذه الحالة تعتبر غير مقيدة جانبياً (Unbraced) في اتجاه X

For Y - direction :

$I_x = 8x1333.3x10^6 + 2x520.8x10^6 + 2x781.25x10^6 = 13270.5x10^6\ mm^4$

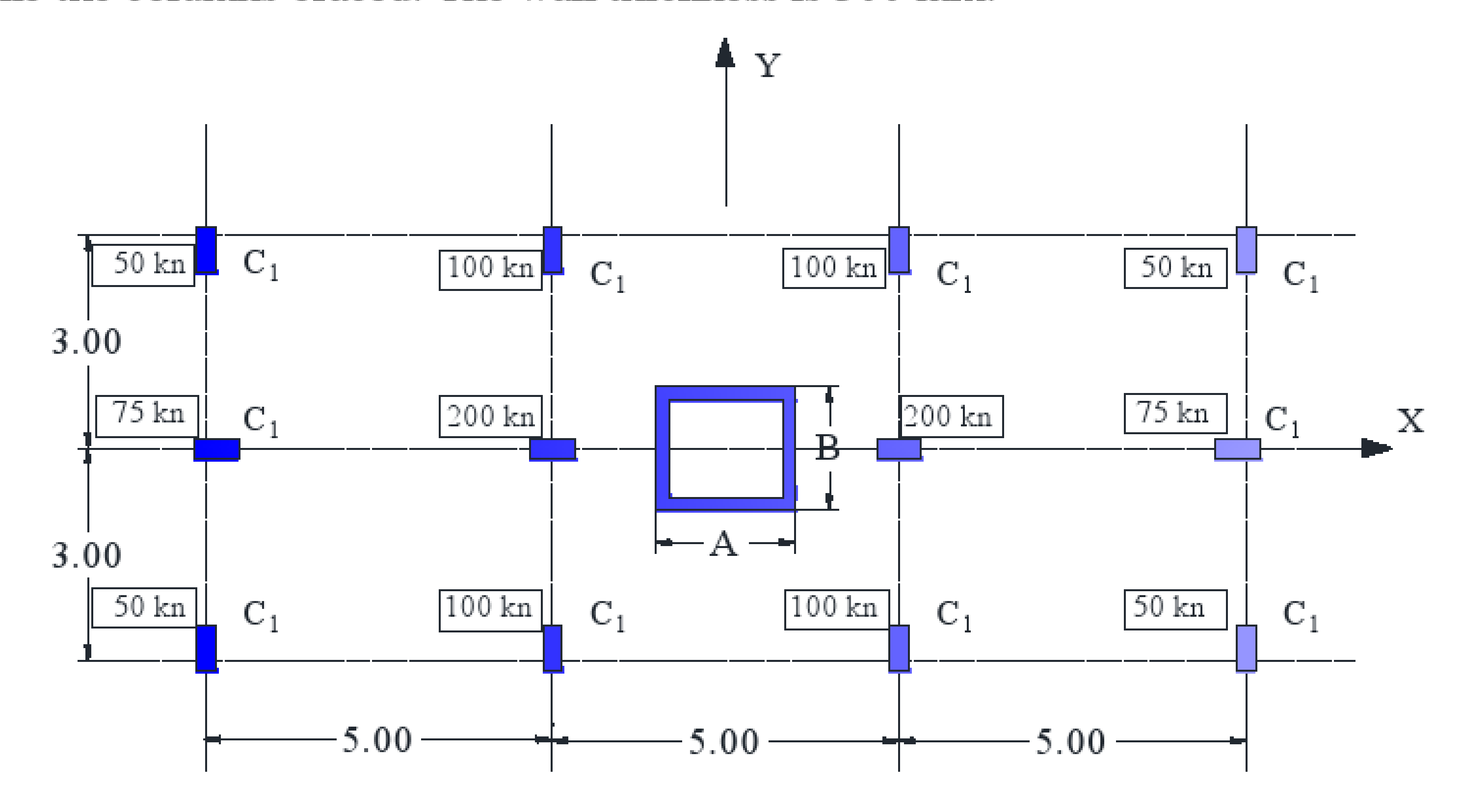
$\Sigma\ E\ I_y = 22.0\ x\ 13270x10^6 = 291.9x10^9\ kn.mm^2$

$$\alpha_y = H\sqrt{\frac{\sum N}{\sum E\,I_x}} = 18000\sqrt{\frac{6\ x\ 1150}{291.9x10^9}} = 2.77 > 0.6$$

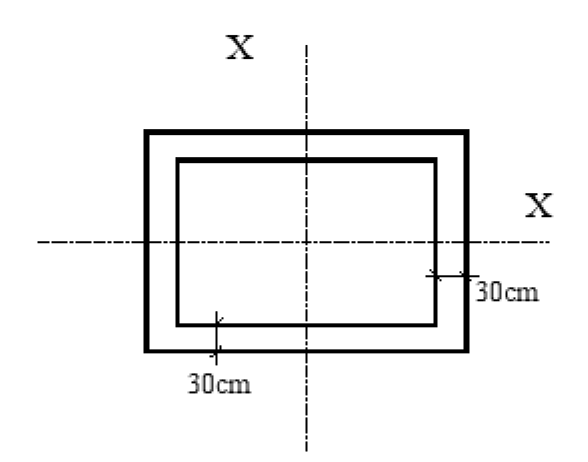
فالأعمدة في هذه الحالة تعتبر غير مقيدة جانبياً (Unbraced) في اتجاه Y أيضاً.

Example (10-2):

In the previous example calculate the core dimensions A and B if placed as shown to make the columns braced. The wall thickness is 300 mm.



Solution:



For columns :

$I_{xc} = 13240x10^6$ mm^4 (as before)

$I_{yc} = 15820x10^6$ mm^4 (as before)

For shaft :

$$I_{xw} = \frac{A\,B^3}{12} - \frac{(A-600)\,(B-600)^3}{12}$$

$I_{xw} = (1/12)\,[A\,B^3 - (A-600)\,(B-600)^3]$

$I_{yw} = (1/12)\,[B\,A^3 - (B-600)\,(A-600)^3]$

For X - direction :

$$\alpha_x = H\sqrt{\frac{\sum N}{\sum E\,I_y}} \;=\; 18000\sqrt{\frac{6\,x\,1150}{22.0(I_{yc}+I_{yw})}} \;\leq 0.6$$

$$(18000)^2 \left(\frac{6900}{22.0(I_{yc}+I_{yw})}\right) \le 0.36$$

$I_{yc} + I_{yw} \ge 28.2x\ 10^{10}\ mm^4$

$I_{yw} \ge 28.2\ x\ 10^{10} - 15820x10^6 \ge\ 26.6\ x\ 10^{10}\ mm^4$

$26.6x10^{10} = (1/12)\ [B\ A^3 - (B-600)\ (A-600)^3]$

$B\ A^3 - (B-600)\ (A-600)^3 = 12\ x\ 26.6x10^{10}$

Assume A = 1400 mm $\therefore$B = 1300 mm ………………………. (1)

For Y - direction :

$$\alpha_y = H\sqrt{\frac{\sum N}{\sum E\, I_x}} = 18000\sqrt{\frac{6\ x\ 1150}{221.35(I_{xc}+I_{xw})}} \le 0.6$$

$$(18000)^2 \left(\frac{6900}{22.0(I_{xc}+I_{xw})}\right) \le 0.36$$

$I_{xc} + I_{xw} \ge 28.2\ x\ 10^{10}\ mm^4$

$I_{xw} \ge 28.2\ x\ 10^{10} - 13240x10^6 \ge\ 26.9\ x\ 10^{10}\ mm^4$

$26.9x10^{10} = (1/12)\ [A\ B^3 - (A-600)\ (B-600)^3]$

$A\ B^3 - (A-600)\ (B-600)^3 = 12\ x\ 26.9x10^{10}$

Assume B = 1300 mm $\therefore$A = 1700 mm ………………………… (2)

من (1) و (2) يمكن اختيار أبعاد الكور الخرسانى كما يلي :

B = 1300 cm $\therefore$A = 1700 mm

4-2-10- حسب القابلية للانبعاج (According to Buckling):

الأعمدة القصيرة والأعمدة الطويلة (Short and Long Columns):

إن مفهوم العمود القصير والعمود الطويل لا يرتبط فقط بطول العمود في اتجاه محور ولكن يعتمد أساسا على النسبة بين طول العمود وأبعاد مقطعة ونوع التثبيت عند طرفيه ولذلك قد يكون عمودان لهما نفس الطول ويتم تصنيف أحدهما على أنه عمود قصير ويتم تصنيف الأخر على أنه عمود طويل وذلك لاختلاف أبعاد مقطعيهما، أو اختلاف نوع الركائز عند طرفيهما.

ويعبر عن هذه العوامل مجتمعة ما يعرف بنحافة العمود (Slenderness ratio).

$$\text{Slenderness ratio} = \frac{k.H_o}{b} = \frac{H_e}{b}$$

H_o : الطول الفعلي للعمود.

H_e : الطول الفعال للعمود.

k : معامل يعتمد علي نوع التثبيت عند طرفي العمود.

b : عرض العمود الذي يحدث حوله الانبعاج.

وقد حدد الكود نسبة النحافة λ_b ومعامل النحافة λ_i التي يمكن على أساسها تصنيف الأعمدة و هذه القيمة موضحة بالجدول رقم (1).

جدول رقم (1) القيمة العظمي لمعامل النحافة للأعمدة القصيرة:

حالة العمود	نسبة النحافة للأعمدة المستطيلة (λ_b)	نسبة النحافة للأعمدة الدائرية (λ_d)	معامل النحافة (λ_i)
Braced مقيدة	15	12	50
Unbraced غير مقيدة	10	8	35

$$\lambda_b = \frac{H_e}{b} \quad , \quad \lambda_d = \frac{H_e}{D} \quad , \quad \lambda_i = \frac{H_e}{i}$$

حيث:

λ_b : نسبة النحافة.

λ_i : معامل النحافة.

H_e : الطول الفعال للعمود.

b : بعد مقطع العمود في الاتجاه تحت الاعتبار.

D : بعد مقطع العمود في الاتجاه تحت الاعتبار.

i : نصف قطر القصور الذاتي لمقطع العمود(radius of gyration):

للعمود المستطيل ($i = 0.3\ b$)

للعمود المستدير ($i = 0.25\ D$)

10-2-4-1- الطول الفعال للعمود (طول الإنبعاج) Effective height (buckling length)

والطول الفعال للعمود هو الطول بين نقطتي الانقلاب للعمود عند انبعاجه و هذا الطول هو الذي ينسب إلى عرض العمود لتحديد إذا ما كان هذا العمود قصيراً أم طويلاً. والطول الفعال للعمود ربما يكون أكبر من أو أقل من الطول الفعلي للعمود وذلك حسب طريقة تثبيت العمود من طرفيه وكذلك حسب إذا ما كان هذا العمود مقيداً جانبياً أم لا. ويحسب الطول الفعال كنسبة من الطول الأصلي من المعادلة الآتية:-

$$H_e = k\, H_o$$

حيث H_e : الطول الفعال للعمود

k : النسبة بين الطول الأصلي والطول الفعال

Ho : الطول الأصلي للعمود

و هناك طريقتان لتحديد معامل الطول k حيث تكون k القيمة الأقل لما يلي:

الأعمدة المقيدة Braced Columns

$$k = [\ 0.7 + 0.05\ (\alpha_1 + \alpha_2)] \le 1.0$$

$$k = [\ 0.85 + 0.05\ \alpha_{min}\ ] \le 1.0$$

الأعمدة الغير المقيدة Unbraced columns

$$k = [\ 1.0 + 0.15\ (\alpha_1 + \alpha_2)] \ \ge\ 1.0$$

$$k = [\ 2.0 + 0.3\ \alpha_{min}\ ] \ \ge\ 1.0$$

حيث α_1, α_2 معاملان يحسبان من المعادلة التالية عند الطرفين السفلي والعلوي للعمود على الترتيب

$$\alpha = \frac{\text{stiffness of columns}}{\text{stiffness of beams}} = \frac{\sum E_c I_c / H_o}{\sum E_c I_b / L_b}$$

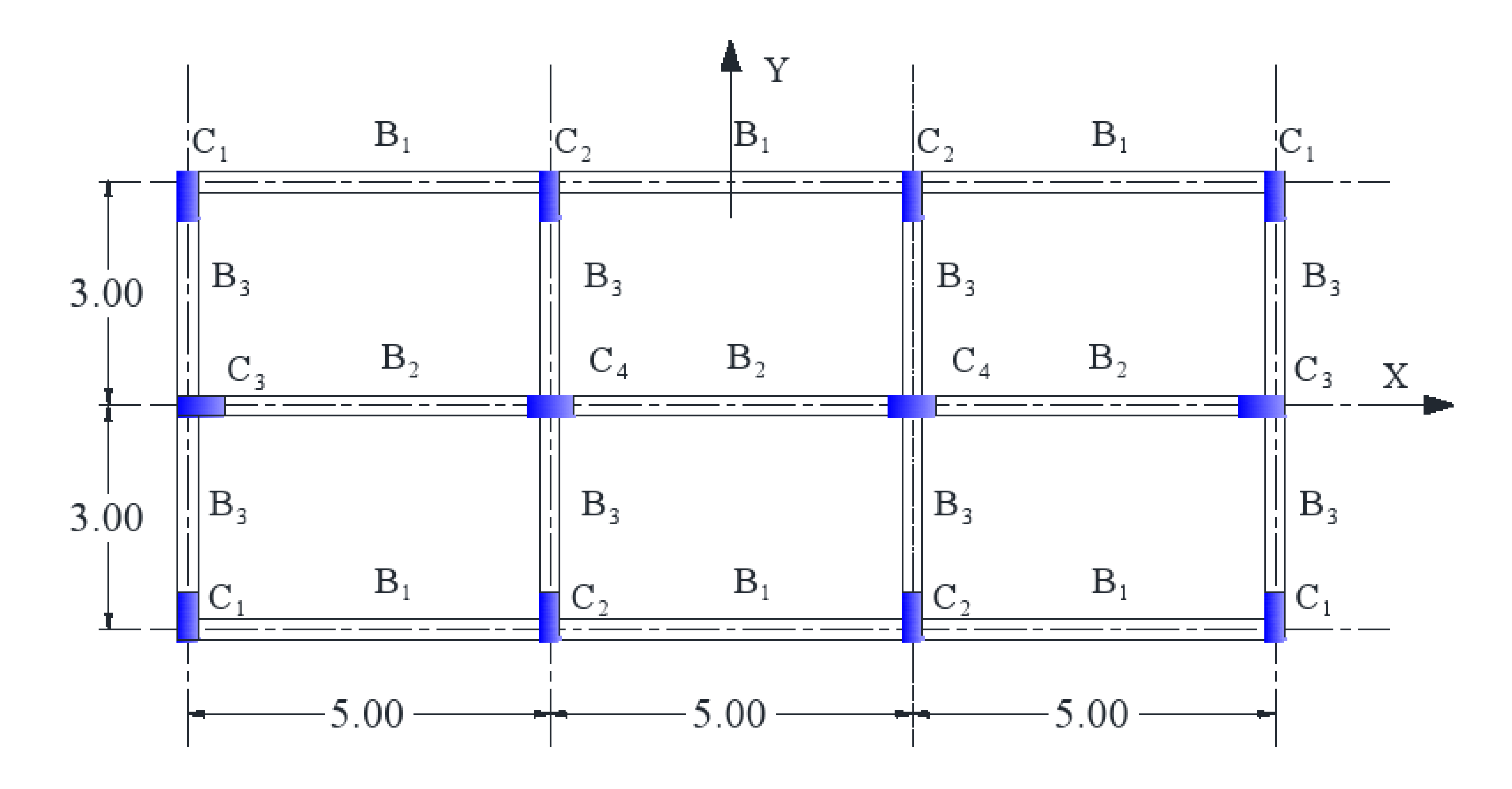
α_{min} : الأقل من α_1, α_2

I_b , I_c : عزم القصور لكل من الكمرة والعمود حول المحور تحت الدراسة.

L_b , H_o : الطول الأصلي للعمود والكمرة.

Example (10-3):

لتطبيق الطريقة المذكورة في البند السابق لتحديد الطول الفعال للعمود سوف نعتبر المبنى المتكرر السابق لدراسة عدد من الأعمدة.



المطلوب دراسة الأعمدة C_1, C_2, C_3, C_4 لتحديد الطول الفعال للعمود بين دورين متكررين حول محوري العمود باعتبار الأبعاد السابق ذكرها بالنسبة لمقطع الأعمدة والأبعاد التالية لمقطع الكمرات وذلك في حالة ستة طوابق عندما تكون (أ) الأعمدة مقيدة (ب) الأعمدة غير مقيدة.

B1 = 250x400 $I_1 = 250 x 400^3 / 12 = 1333.3 \times 10^6$ mm^4

B2 = 250x500 $I_2 = 250 x 500^3 / 12 = 2604 \times 10^6$ mm^4

B3 = 250x300 $I_3 = 250 x 300^3 / 12 = 562.5 \times 10^6$ mm^4

for C_1 , C_2 , C_3 $I_{min} = 400 \times 250^3 / 12 = 520.8 \times 10^6$ mm^4

$I_{max} = 250 \times 400^3 / 12 = 1333.3 \times 10^6$ mm^4

for C_4 $I_{min} = 600 \times 250^3 / 12 = 781.25 \times 10^6$ mm^4

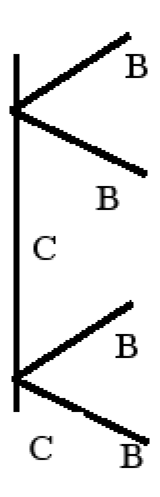
$I_{max} = 250 \times 600^3 / 12 = 4500 \times 10^6$ mm^4

All columns are braced in both directions : أولاً : حالة الأعمدة جميعها مقيدة جانبياً في الاتجاهين

طالماً أن قيمة المعامل سوف يتم حسابها بين طابقين متكررين ولا يوجد تغير فى أبعاد أو أماكن الكمرات والأعمدة بين الأدوار فى هذا المثال فإن $\alpha_1 = \alpha_2$ وسوف تعتبر خرسانة الأعمدة مثل خرسانة الكمرات أي أن E_c ثابت.

العمود C_1:

<u>about X-axis</u>



$$\alpha = \frac{\text{stiffness of columns}}{\text{stiffness of beams}} = \frac{\sum E_c I_c / H_o}{\sum E_c I_b / L_b}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x1333.3x10^6 / 3000}{562.5x10^6 / 3000} = 4.74$$

$k = [\ 0.7 + 0.05\ (\alpha_1 + \alpha_2)] \le 1.0$

$k = [\ 0.85 + 0.05\ \alpha_{min}\ ] \le 1.0$

$k_x = [\ 0.7 + 0.05x2x4.74] = 1.174 = 1.0$

$k_x = [\ 0.85 + 0.05x4.74] = 1.087 = 1.0$

$\therefore$ k_x for $C_1 = 1.0$

<u>about Y-axis</u>

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x520.8x10^6 / 3000}{1333.3x10^6 / 5000} = 1.3$$

$k_y = [\ 0.7 + 0.05x2x1.3] = 0.83$

$k_y = [\ 0.85 + 0.05x1.3] = 0.915$

$\therefore$ k_y for $C_1 = 0.83$

$H_x = 1.0x3000 = 3000$ mm

$H_y = 0.83x3000 = 2490$ mm

العمود C_2 :

about X-axis

لأنه ليس هناك فرق بين العمود C_1، العمود C_2 بالنسبة للمحور X

$\therefore k_x$ for $C_2 = 1.0$

about Y-axis

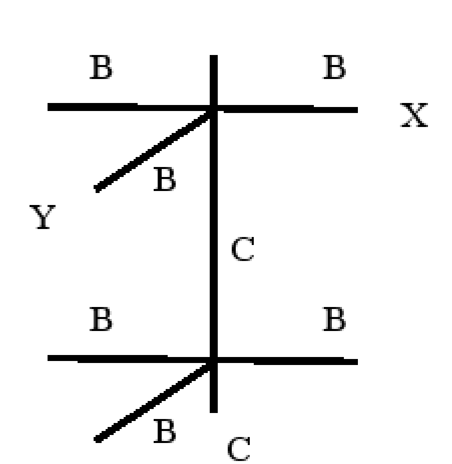
$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x520.8x10^6 / 3000}{2x1333.3x10^6 / 5000} = 0.651$$

$k_y = [\ 0.7 + 0.05\ (\alpha_1+\alpha_2)] \leq 1.0$

$k_y = [\ 0.7 + 0.05x2x0.651] = 0.765$

$H_x = 1.0x3000 = 3000$ mm

$H_y = 0.765x3000 = 2300$ mm



العمود C_3

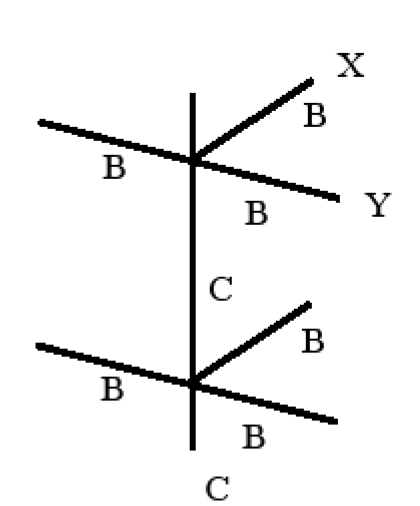
about X-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x520.8x10^6 / 3000}{2x562.5x10^6 / 3000} = 0.93$$

$k_x = [\ 0.7 + 0.05x2x0.93] = 0.793$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x1333.3x10^6 / 3000}{2604x10^6 / 5000} = 1.71$$



$k_y = [\ 0.7 + 0.05x2x1.71] = 0.87$

$k_y = [\ 0.85 + 0.05x1.71] = 0.93$

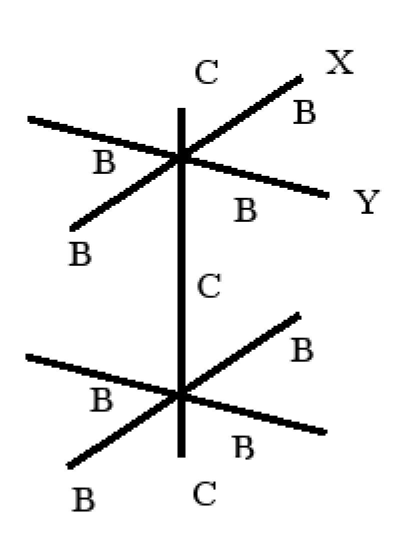
$\therefore k_y$ for $C_3 = 0.87$

$H_x = 0.793x3000 = 2380$ mm

$H_y = .87x3000 = 2610$ mm

العمود C_4

about X-axis



$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x781.25x10^6 / 3000}{2x562.5x10^6 / 3000} = 1.39$$

$k_x = [\ 0.7 + 0.05x2x1.39] = 0.84$

about Y-axis

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{2x4500x10^6 / 3000}{2x2604x10^6 / 5000} = 2.88$$

$k_y = [\ 0.7 + 0.05x2x2.88] = 0.988$

$k_y = [\ 0.85 + 0.05x2.88] = 0.994$

$\therefore$ k_y for $C_4 = 0.988$

$H_x = 0.84x3000 = 2520$ mm

$H_y = 0.988x3000 = 2964$ mm

Case of unbraced Columns ثانياً : حالة الأعمدة غير المقيدة جانبياً:

about X-axis العمود C_1

$\alpha_1 = \alpha_2 = 4.74$

$k = [\ 1.0 + 0.15\ (\alpha_1 + \alpha_2)] \geq 1.0$

$k = [\ 2.0 + 0.3\ \alpha_{min}\ ] \geq 1.0$

$k_x = [\ 1 + 0.15x2x4.7] = 2.422$

$H_x = 2.422x3000 = 7266$ mm

about Y-axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.3$

$k_y = [\ 1 + 0.15x2x1.3] = 1.39$ $H_y = 1.39x3000 = 4170$ mm

العمود C_2

about X- axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 4.74$

$k_x = [\ 1 + 0.15x2x4.74] = 2.422$

$H_x = 2.422x3000 = 7266$ mm

about Y-axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.652$

$k_y = [\ 1 + 0.15x2x0.652] = 1.20$

$H_y = 1.2x3000 = 3600$ mm

العمود C_3

about X- axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 0.93$

$k_x = [\ 1 + 0.15x2x0.93] = 1.279$

$H_x = 1.279x3000 = 3837$ mm

about Y-axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.71$

$k_y = [\ 1 + 0.15x2x1.71] = 1.513$

$H_y = 1.513x3000 = 4539$ mm

العمود C_4

about X- axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 1.39$

$k_x = [\ 1 + 0.15x2x1.393] = 1.417$

$H_x = 1.417x3000 = 4251$ mm

About Y-axis

$\alpha_1 = \alpha_2 = 2.88$

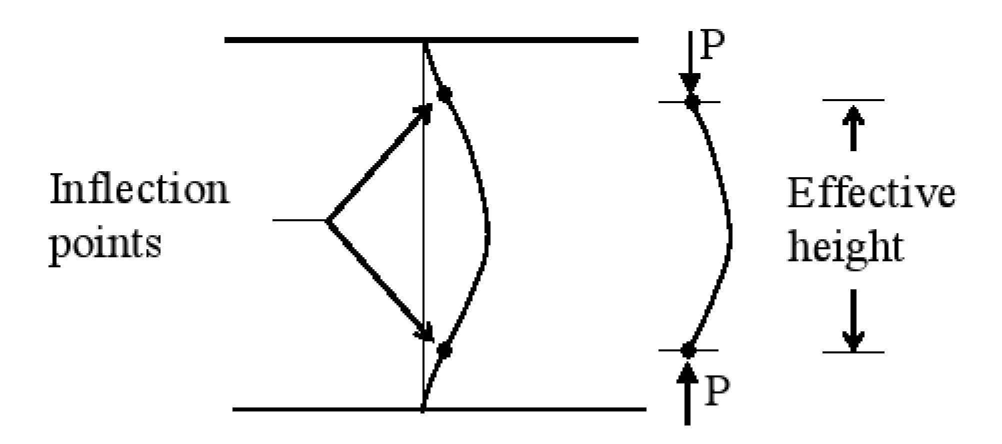
$k_y = [\ 1 + 0.15x2x2.88] = 1.864$

$H_y = 1.864x3000 = 5592$ mm

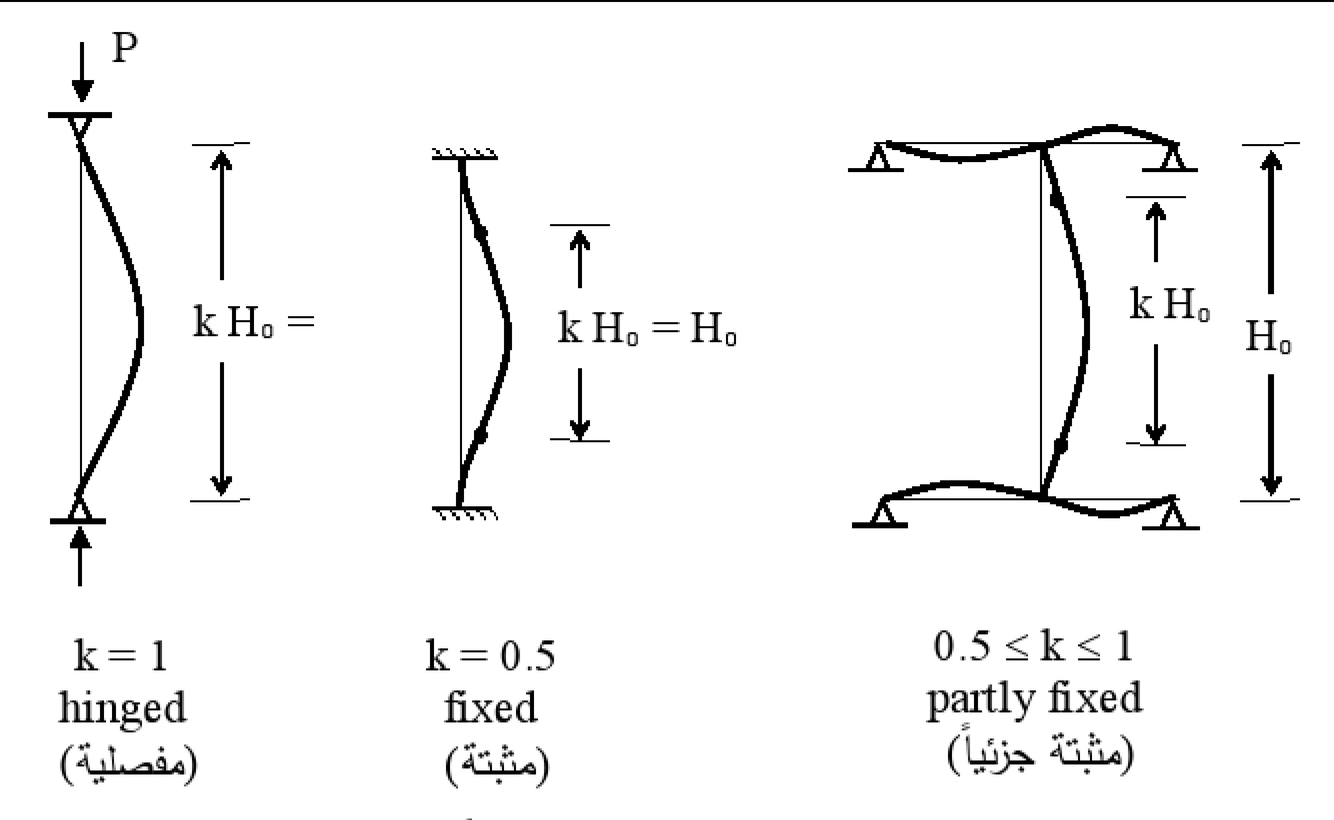
والجدول التالي يبين الطول الفعال لكل عمود حول المحورين الأساسين X, Y في حالة الأعمدة مقيدة أو غير مقيدة جانبياً.

		C_1	C_2	C_3	C_4
Braced	H_x	3000	3000	2380	2520
	H_y	2490	2300	2610	2964
Unbraced	H_x	7266	7266	3837	4251
	H_y	4170	3600	4540	5600

بالنسبة للأعمدة المقيدة جانبياً فإن نهايتي العمود تظلان على نفس المستوى الرأسي بدون حركة نسبية بينهما وذلك عكس حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً والتي تحدث حركة نسبية بين طرفي العمود جانبياً.

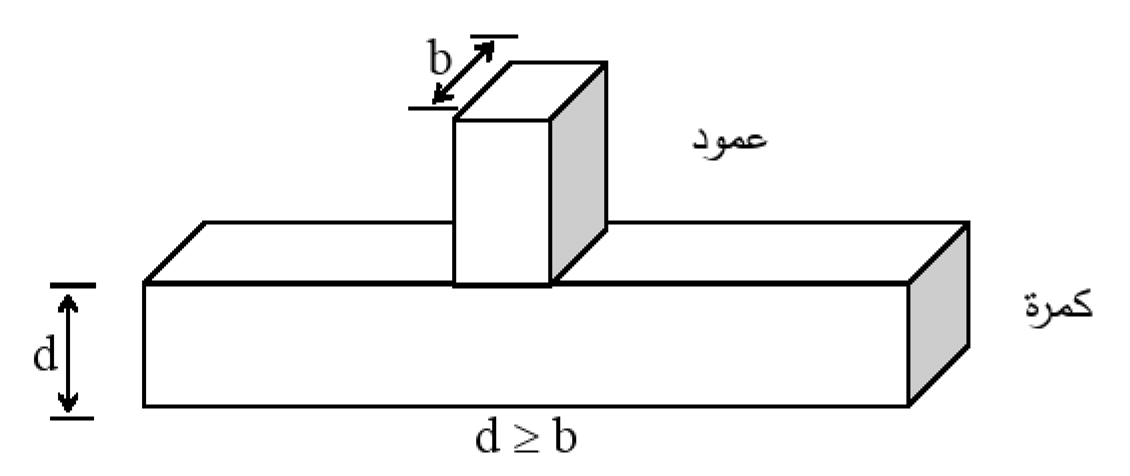


وكما تم ذكره مسبقاً فإن الطول الفعال للعمود هو المسافة بين نقطتي الانقلاب (inflection points) حيث أن هذا الجزء يتصرف كأنه عمود مرتكز ارتكازاً مفصلياً عند هذين النقطتين وبدراسة الحالات التي يمكن أن يشملها وضع العمود بالنسبة للعناصر الإنشائية المرتبطة بها يمكن تحديد الطول الفعال للعمود كما يلي:



وباعتبار حالات التثبيت لطرفي العمود مثبتة (fixed) ومثبتة جزئياً من(partly fixed) ومفصلية (hinged) أو حرة (free) وفيما يلي شرح الحالات الممكنة لتثبيت أحد طرفي العمود.

1- مثبتة fixed : و هى الحالة التي يكون فيها العمود مثبتاً مع الكمرة أو البلاطة ومصبوباً معها في نفس الوقت ويشترط أن يكون سمك البلاطة أو عمق الكمرة لا يقل عن عرض العمود وفى هذه الحالة تتمكن الكمرة أو البلاطة من تثبيت العمود تماماً بحيث لا يستطيع الدوران .

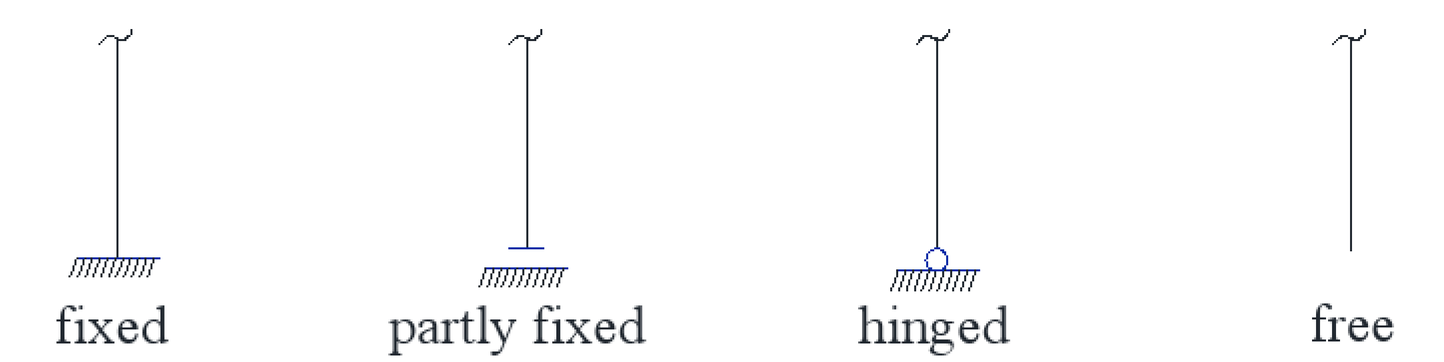


2- مثبتة جزئياً : و هى الحالة التي لا تتمكن فيها الكمرة او البلاطة من تثبيت العمود تماماً بل يمكن له الدوران جزئياً و في هذه الحالة تكون عمق الكمرة أقل من عرض العمود.

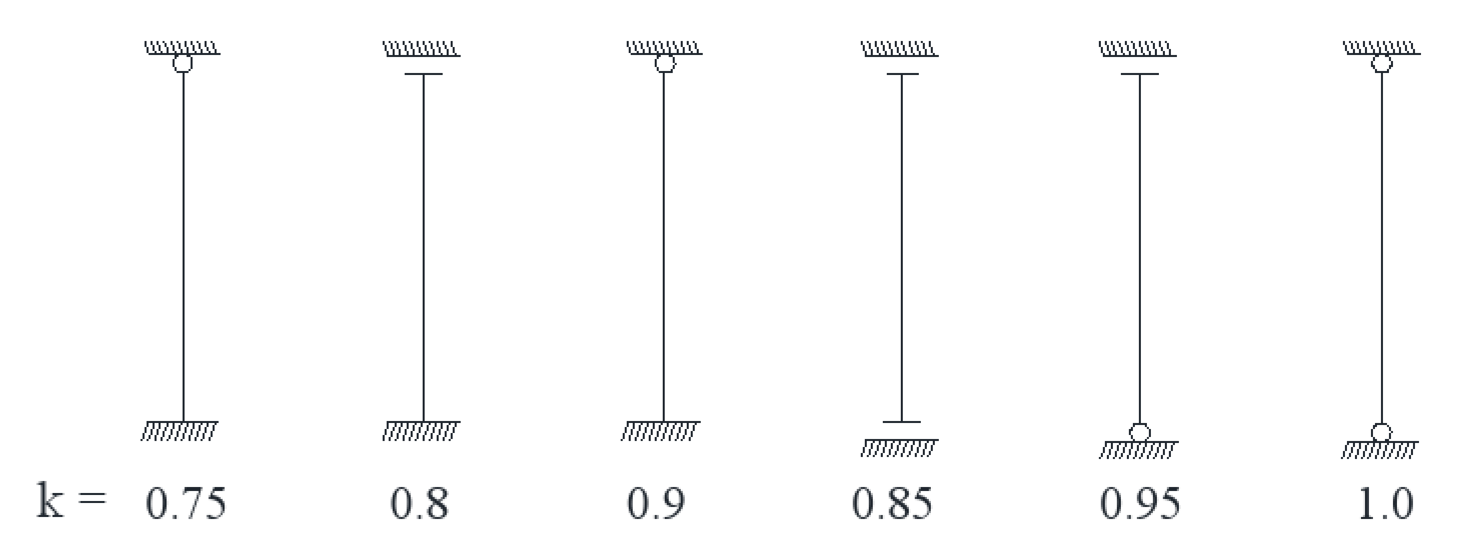
3- تثبت مفصلي : وفى هذه الحالة يمكن للعمود الدوران حول هذا الطرف ولا توجد أدنى مقاومة لهذا الدوران وذلك لأن جساءة العضو المرتبط به العمود تكون ضعيفة.

4- تثبت حر : وفى هذه الحالة يكون طرف العمود حراً و غير مثبت بأي عضو إنشائي و هذه الحالة لا تحدث إلا في حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً unbraced.

ويرمز لحالات تثبت أحد طرفي العمود كما يلي:

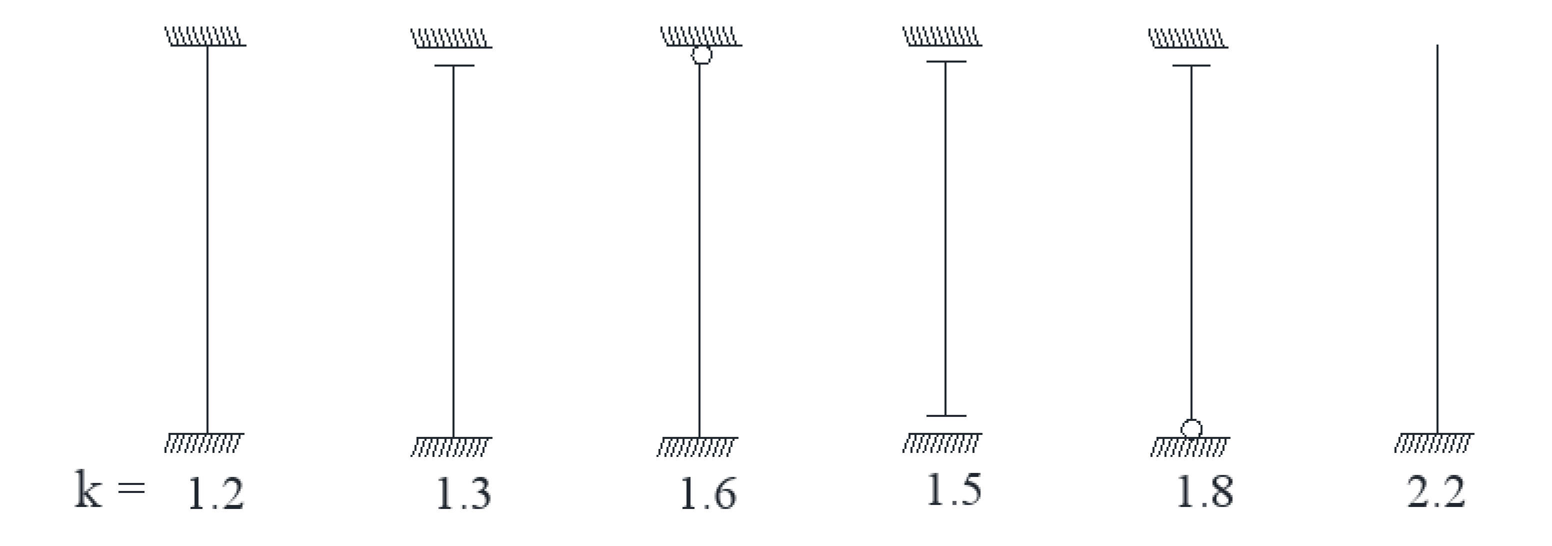


أما الحالات المختلفة لاحتمالات تثبيت طرفي للعمود ونسبة الطول الفعال إلى الطول الكلي k لكل حالة في حالة الأعمدة المقيدة جانبياً فقد حددها كود الخرسانة المسلحة كما يلي:



k- value for **Braced** Columns

أما حالة الأعمدة الغير مقيدة جانبياً فقد حدد الكود نسبة الطول الفعال إلى الطول الكلي للعمود $k = H_e/H_o$ كما هو موضح بالشكل الآتي:



k- value for **Unbraced** Columns

ويمكن تلخيص الحالات السابقة في الجدول التالي:

Upper End Condition	Braced Column			Unbraced Column		
	Lower End Condition			Lower End Condition		
	a	b	c	a	b	c
a	0.75	0.80	0.90	1.20	1.30	1.60
b	0.80	0.85	0.95	1.30	1.50	1.80
c	0.90	0.95	1.00	1.60	1.80	-
d	-	-	-	2.20	-	-

المعادلة الخاصة بحساب الطول الفعال: $H_e = K \cdot L$ حيث:

K : معامل الطول للعمود يمثل المعامل المأخوذ من الجدول ويكون الطول الفعال للعمود.

H_e : الطول الفعال للعمود.

L : الطول الفعلي للعمود.

الأربع حالات المذكورة في الجدول كما يلي:

a- حالة طرف عمود مثبت (fixed) في القاعدة أو مدعم بكمرة لها عمق لا يقل عن عرض العمود في نفس المستوي. وفى هذه الحالة يكون العمود مصمما لمقاومة عزم انحناء.

b- حالة طرف عمود مثبت جزئيا (partly fixed) حيث يكون مدعم بكمرات ذات عمق أقل من عرض العمود في نفس المستوي.

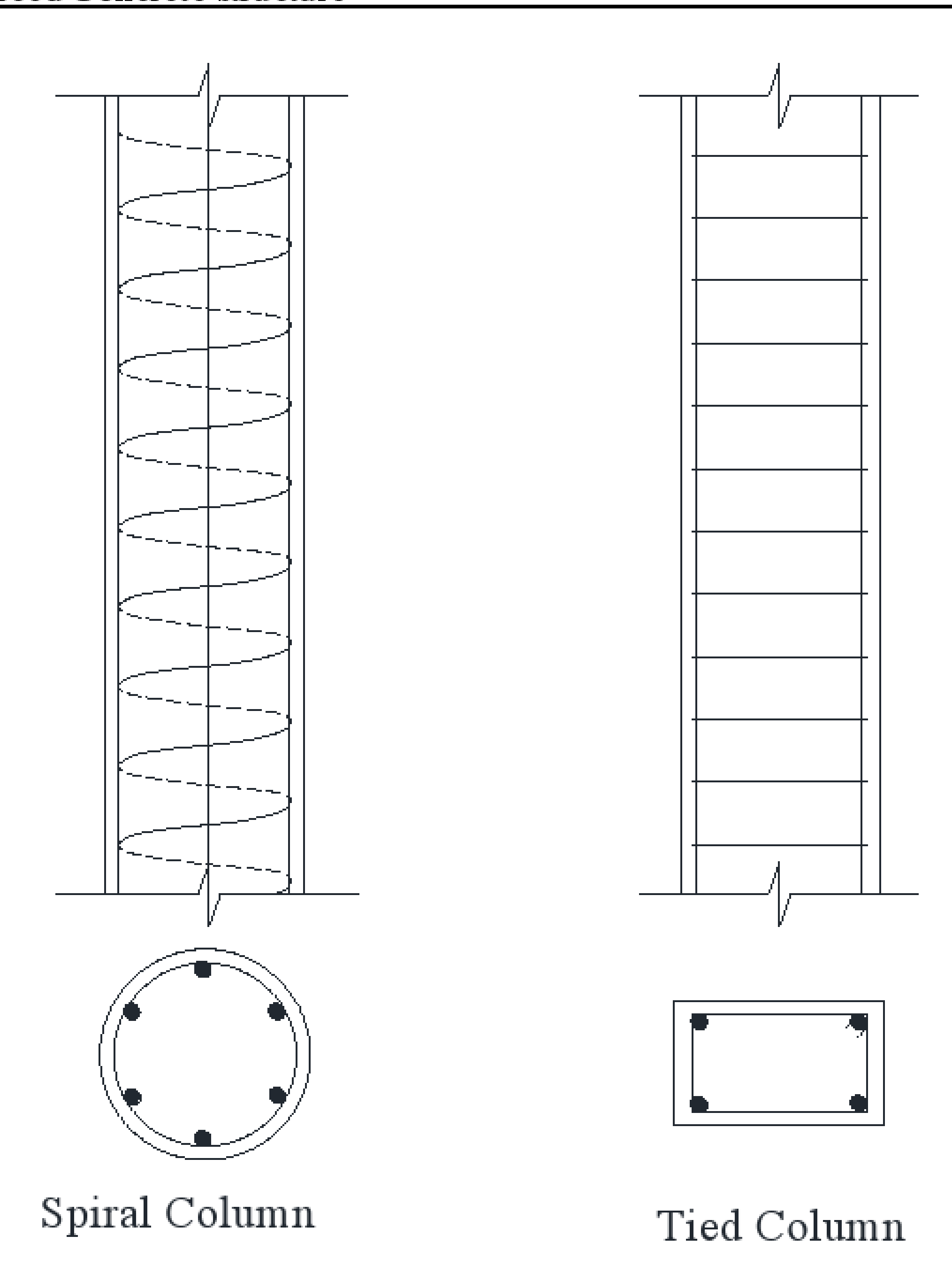
c- حالة طرف عمود متصل اتصالا مفصليا (hinged) حيث يكون مدعما بعضو خرساني يسمح له بالدوران ولا يسمح له بالحركة.

d- حالات طرف عمود حر (free) الحركة والدوران مثل حالة عمود كابوبي ذو طرف حر.

10-2-5- حسب شكل الكانات : According to shape of lateral reinforcement

أ - الأعمدة الخرسانية المسلحة ذات التسليح الطولي والكانات العرضية (tied column).

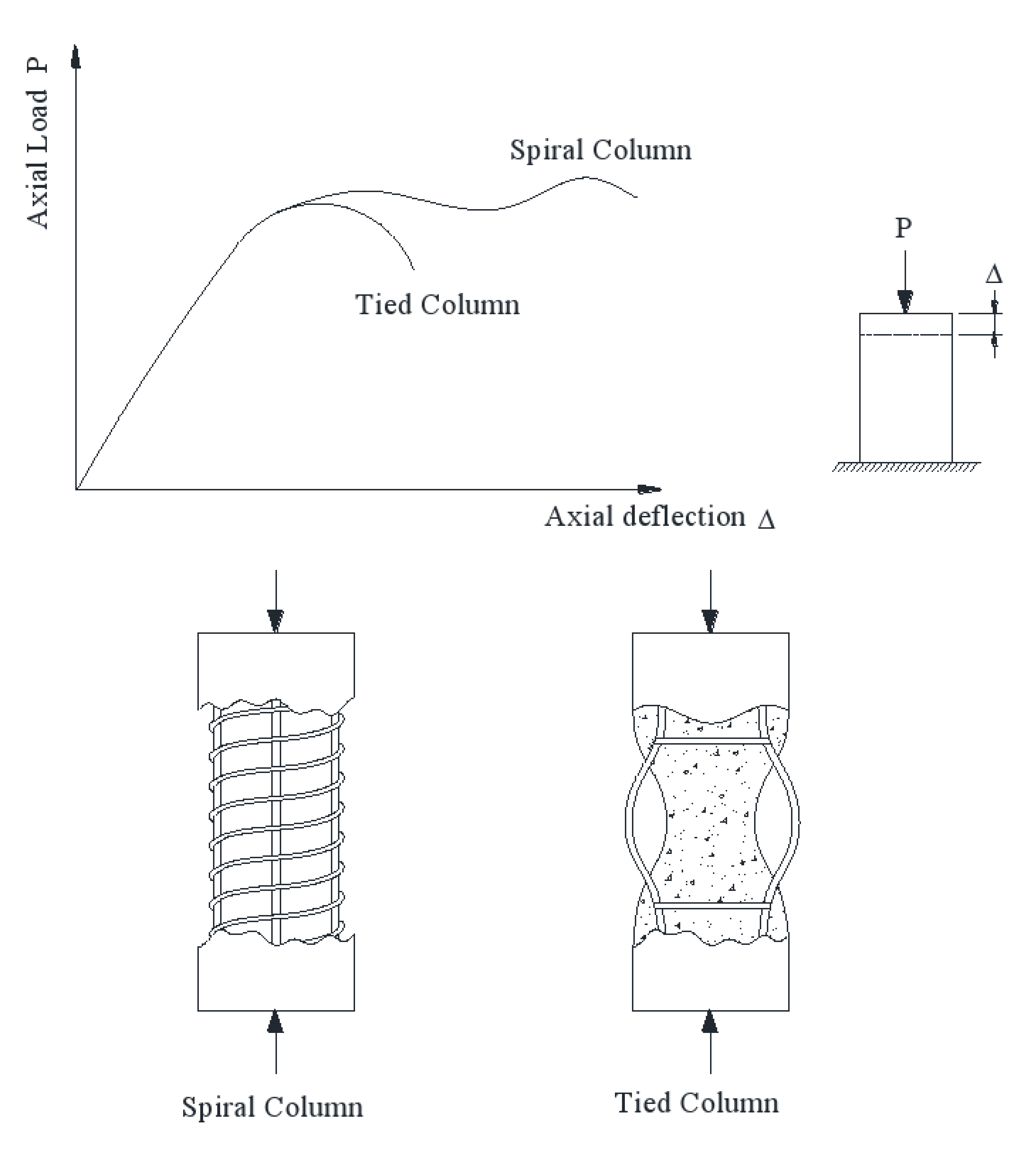
ب - الأعمدة الخرسانية المسلحة ذات التسليح الطولي والكانات الحلزونية (spiral column).



Spiral Column Tied Column

الأعمدة ذات الكانات العادية يمكن أن تأخذ أشكالا كثيرة مثل المستطيل والمستدير والمركب من المستطيلات أو مستطيل ونصف دائرة . أما الأعمدة الحلزونية في أغلب الأحيان فتكون دائرية ولكن في أحيان أخرى ممكن أن تكون ذات أشكال منتظمة مثل المربع أو المسدس أو المثمن . وعموما فإن الأعمدة الحلزونية تحتاج إلى تكلفة أكثر وخبرة أكبر وفى نفس الوقت تقاوم أحمالاً أكبر مقارنة بالأعمدة ذات الكانات العادية .

والأعمدة الحلزونية spiral columns تقاوم الأحمال والعزوم أكثر من الأعمدة ذات الكانات المنفصلة tied columns نظرا لان الكانات الحلزونية تحتوي الخرسانة وتمنعها من التمدد خارجيا وبالتالي انهيار العمود كما هو موضح بالشكل التالي . كما أنها تسلك سلوكا أفضل في مقاومة الأحمال الديناميكية مثل أحمال الزلازل لأنها ذات ممطولية ductility أفضل أي أنها تحدث لها إزاحة أو انفعال اكبر قبل الانهيار وهذا واضح من الشكل التالي ومن دراسة سلوك الأعمدة الخرسانية التي سبق لها التعرض لأحمال الزلازل .



Response of Tied Columns and Spiral Columns to Axial Loads

10- 3 - نحافة العمود (Slenderness Ratio):

و هي نسبة الطول الفعال للعمود أو طول الانبعاج (Buckling Length) الي الطوال العرضي لمقطع العمود. و هو الطول الاصغر للمقطع والذي من المحتمل أن يحدث حوله الانبعاج. و هذه النسبة تعبر عن نحافة العمود ففي حالة القيم الصغيرة لنحافة العمود (short columns) ينهار العمود عند زيادة الحمل بتأثير انسحاق الخرسانة (Crushing) بينما تنهار الاعمدة ذات نسبة النحافة (slender columns) العالية بتأثير الانبعاج (Buckling) والذي ينتج عنه عزم انحناء يزداد حتي انهيار العمود .

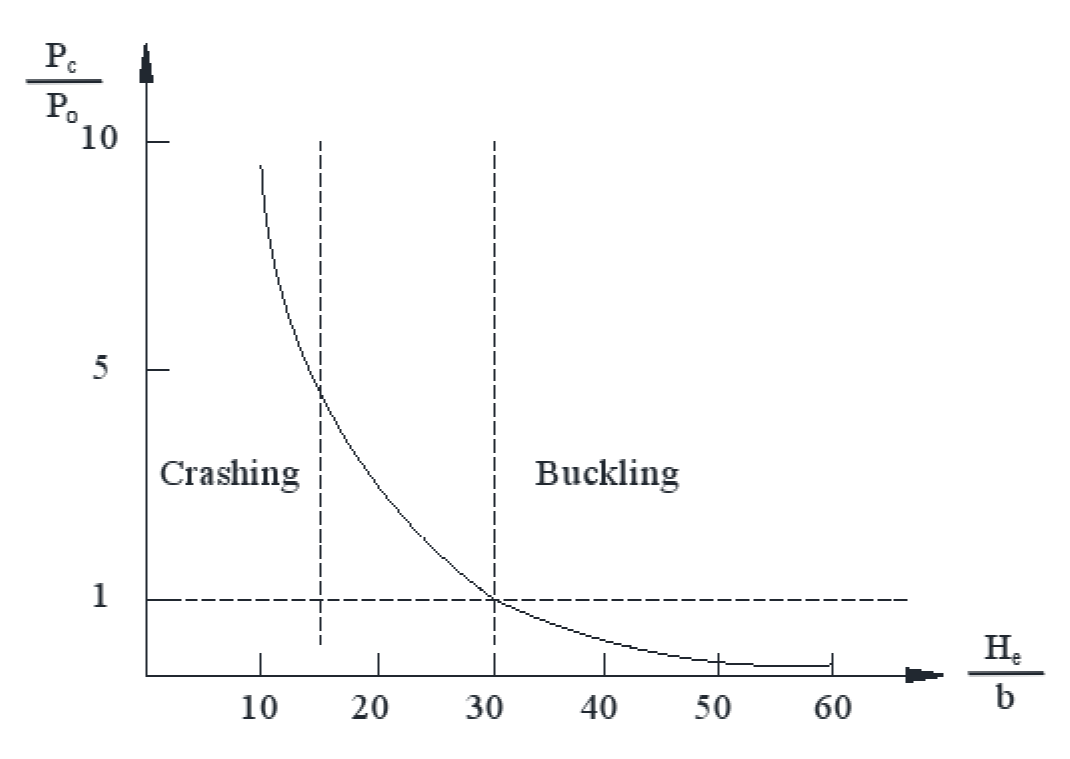
4 -10 - حالات انهيار الأعمدة الخرسانية (Failure Modes):

توجد حالتان لانهيار الاعمدة إما بالانسحاق (Crushing) تحت حمل الضغط من حالة الاعمدة ذات الطول الفعال القصير أو تنهار بتأثير (Buckling) في حالة الاعمدة ذات الطول الفعال الكبير. وتوجد قيمتان للحمل الذي يمكن للعمود مقاومته أحدهما P_o و هو الحمل الاقصي الذي يمكن للعمود مقاومته بدون انبعاج. والاخر P_c و هو الحمل الاقصي الذي يمكن للعمود مقاومته قبل حدوث الانبعاج مباشرة ويكون المعامل H_e / b هو العامل الحاسم في مقدرة العمود علي مقاومة الاحمال.

P_o : Crushing Load of axially Loaded Column.

P_c : Buckling Load of the Column.

الشكل التالي هو شكل يعطي في حالة عمود مدعم جانبيا (Braced) يوضح كيف تتحكم نحافة العمود (Slenderness) – نسبة الطول الفعال الي العرض – في نوع الانهيار الذي يمكن أن يحدث للعمود.



Effect of Column's Slenderness on their Failure Type

وفي هذا الشكل يمكن ملاحظة ما يلي:

1- في حالة $H_e/b > 30$ تكون مقاومة العمود للانبعاج (Buckling) أقل بكثير من مقاومته للانسحاق (Crushing) لانه $P_c/P_o > 1$ وفي هذه الحالة يحدث انبعاج للعمود وينهار بسبب عزم الانحناء الناتج عن الانبعاج و هذه النسبة غير مسموح بها اطلاقا في الاعمدة الخرسانية.

2- في حالة $H_e/b < 15$ تكون مقاومة العمود للانسحاق (Crushing) أقل بكثير من مقاومته للانبعاج (Buckling) لانه $P_c/P_o \geq 5$ ولذلك تنهار الاعمدة في هذه الحالة بالانسحاق(Crushing).

3- في حالة H_e/b بين الحالتين السابقتين يكون انهيار العمود الخرساني بتأثير الانسحاق بالاضافة الي الاجهادات الناتجة عن عزوم الانحناء بسبب الانبعاج.

ولذلك فرق الكود بين الحالتين 2 , 3 كالتالي:

أ- الأعمدة القصيرة Short Columns :

الأعمدة المدعمة جانبيا (Braced) $\leftarrow \quad \lambda = H_e/b \leq 15$

الأعمدة غير المدعمة جانبيا (Unbraced) $\leftarrow \quad \lambda = H_e/b \leq 10$

حيث λ تمثل نحافة العمود.

ب- الأعمدة الطويلة Long Columns :

و هي الأعمدة التي لا تستوفي الشروط السابقة بشرط أن يكون $H_e/b < 30$ وكما هو موضح بالجدول رقم (1).

ولا يعتبر طول العمود هو العامل الحاسم فى تحديد نوع العمود كما يدل الإسم ولكن عرض العمود وطريقة تثبيته بالإضافة إلى طول العمود ؛ كل هذه العوامل تحدد إذا ما كان العمود طويلا أم قصيرا.

فمثلا إذا كان لدينا عمود (a) طوله 5 m مثبت من طرفيه وعرضه = 300 مم

وعمود (b) طوله 4 m مثبت مفصليا من طرفيه وعرضه = 250 مم

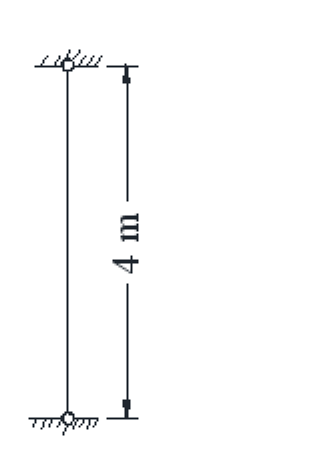
والعمودين مدعمين جانبيا (braced) .

بحساب نحافة العمودين :

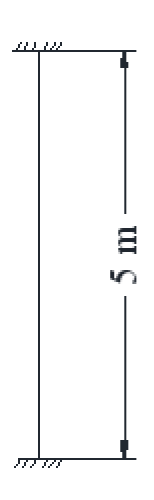
λ (a) = 0.75 x 500/30 = 12.5

λ (b) = 1.00 x 400/25 = 16.0

ومن هذا المثال يتضح أن العمود (a) الأطول يصنف على أنه عمود قصير لأن $\lambda < 15$ ، أما العمود (b) الأقصر يصنف على أنه عمود طويل لأن $\lambda > 15$.



short column λ = 12.5



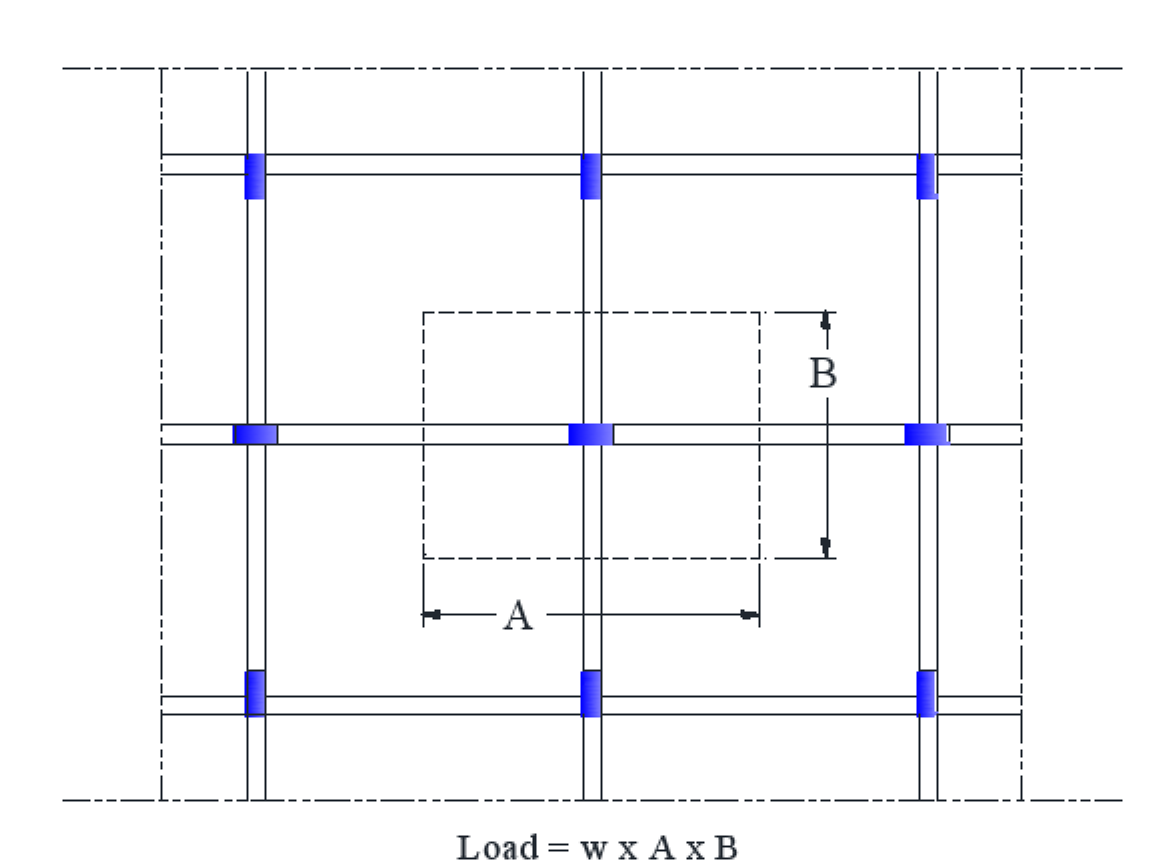
long column λ = 16.0

10-4- حساب الأحمال المؤثرة علي الأعمدة (Calculation of Column Loads):

يتم حساب الحمل المؤثر علي العمود بإحدي الطريقتين التاليتين :

10-4-1- طريق المساحة المكافئة Equivalent area method :

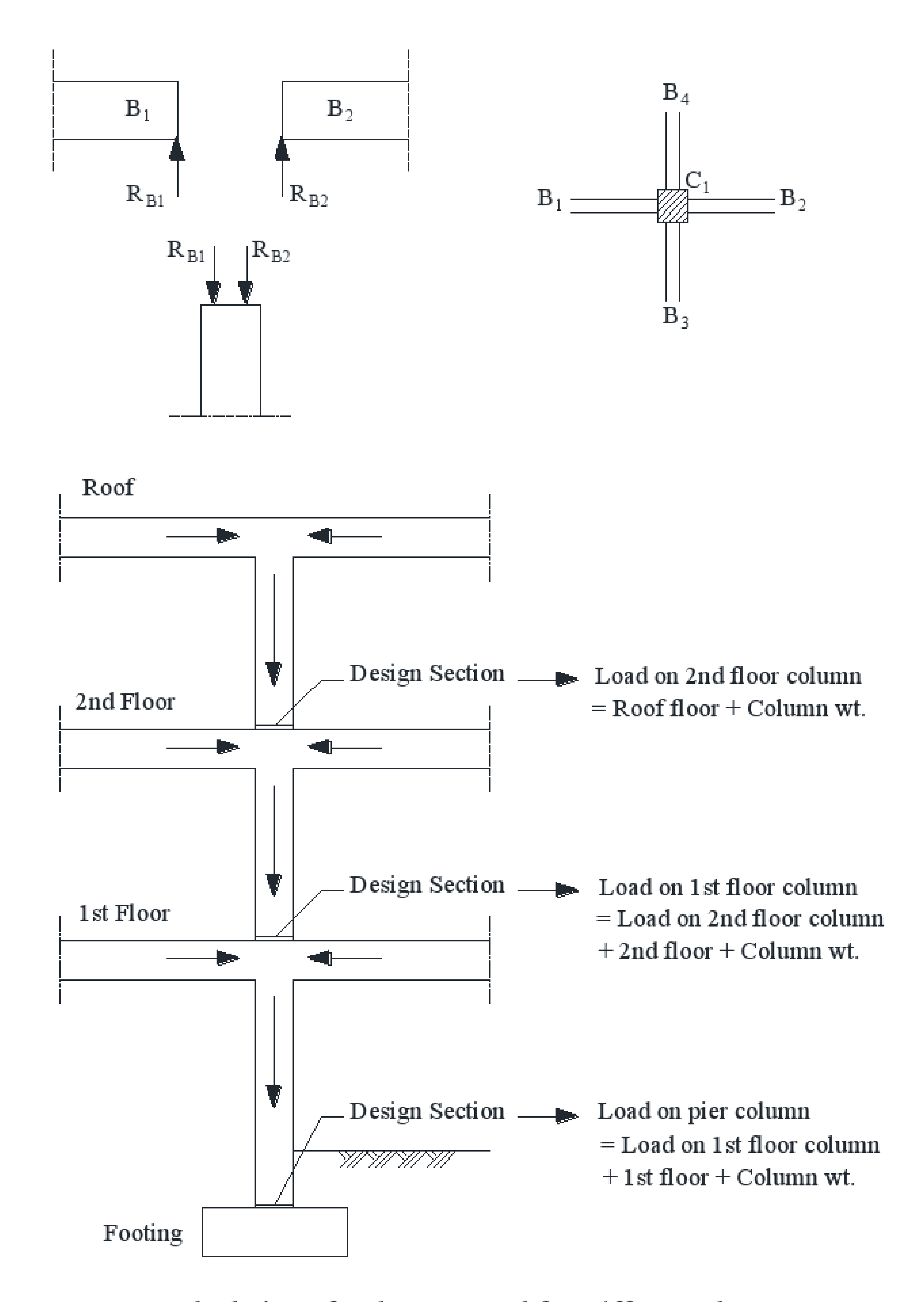
وفي هذه الطريقة يتم حساب المساحة من السقف التي من المفترض أن يقاوم العمود حملها وتتحدد هذه المساحة برسم خطوط موازيه للمحاور المحيطة بالعمود وفي منتصف المسافة بينها وذلك من الأربع جهات المحيطة بالعمود . ثم تضرب هذه المساحة في كثافة الحمل ينتج الحمل المؤثر علي العمود من هذا السقف . ولكن هذه الطريقة تقريبية ولا تصلح للأعمدة الطرفية والتي تليها من الداخل بسبب وجود عزوم انحناء بالمناطق الكابولية تزيد الحمل علي العمود الخارجي وتقلل عن العمود الذي يليه . كما هو موضح بالشكل . لكن هذه الطريقة مفيدة في عمل تقدير أولي لحمل العمود ومن ثم حساب قيمة تقريبية لأبعاد العمود .



Load = w x A x B

10-4-2- طريقة ردود أفعال الكمرات Method Reactions :

و هذه الطريقة أدق حيث يتم حساب ردود الأفعال لجميع الكمرات المرتكزة علي العمود ثم إضافة وزن العمود الذاتي وبذلك يتم حساب الحمل الناتج عن هذا السقف .



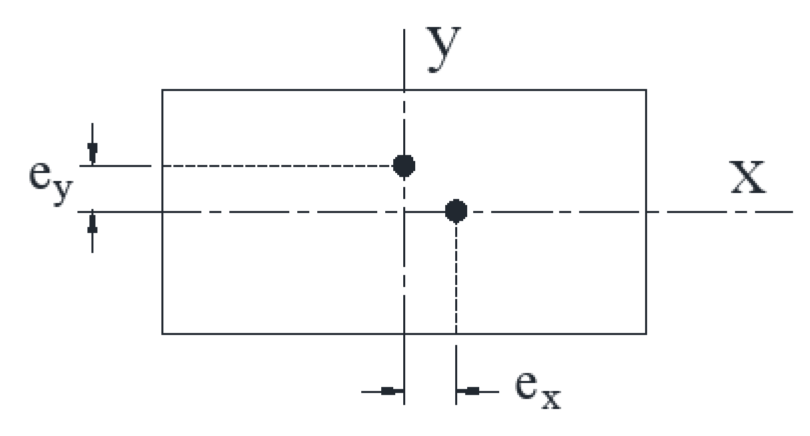
Calculation of Columns' Load for Different Floors

10-5- الأعمدة القصيرة المعرضة لحمل محوري والمدعمة جانبيا:

Short Braced Axially Load Columns:

يعتبر الكود أن جميع الأعمدة لابد أن تتعرض لحد أدني من عدم المركزية (eccentricity).

10-5-1- الحد الأدني لمقدار لا مركزية الحمل المؤثر علي العمود (Minimum eccentricity).



عندما ينطبق خط عمل قوة الضغط المؤثرة على العمود مع محور العمود الذي يمر بمركز القطاع ففي هذه الحالة يكون العمود محملاً تحميلاً محورياً . ونظراً لأسباب كثيرة فإنه من الصعب أن يكون العمود محملا تحميلاً محورياً نظراً لتغير قيمته ومكان الأحمال الحية وعدم ثبات مقطع العمود بكامل ارتفاع المبنى وكذلك لأسباب أخرى تتعلق بالتنفيذ. وبناء على ذلك فقد حدد الكود قيمة دنيا لعدم مركزية الأحمال يجب أخذها في الاعتبار في جميع الأحوال وتؤخذ الأكبر من القيمتين التاليتين:

أ - 0.05 من بعد القطاع تحت الاعتبار وفى اتجاه هذا البعد.

ب - 20 مم.

ويراعى أخذ هذا المقدار في الاتجاه الذي يعطى مقطعا أكبر للعمود.

10-5-2- طريقة اجهاد التشغيل (Working Stress Method):

حتى وقت قريب كانت طريقة إجهاد التشغيل هي السائدة في تصميم القطاعات الخرسانية بافتراض الخرسانة مادة مرنة ومتماسكة مع حديد التسليح وأن الانفعال الحادث بالخرسانة وحديد التسليح يكون متساويا. وفى السنوات الأخيرة بدأت طريقة المقاومة القصوى (Ultimate Strength) تأخذ مكانها وأصبحت هي الأكثر شيوعا واستخداماً في تصميم القطاعات الخرسانية وخاصة الأعمدة الخرسانية المسلحة. وفيما يلي طريقة تصميم الأعمدة الخرسانية المعرضة لأحمال محورية بطريقة إجهاد التشغيل. أما الأعمدة المعرضة لأحمال لا محورية فسوف تناقش بتوسع في الأبواب التالية:

أ ـ الأعمدة ذات الكانات المنفصلة : Tied Columns

في هذه الحالة يتم تحديد الحمل المحوري الأقصى المسموح به عند مستوى أحمال التشغيل من المعادلة الآتية:ـ

$$P = f_{co}\ A_c + 0.44\ f_y\ A_s$$

حيث P : الحمل الأقصى المسموح به.

f_{co} : الإجهاد الأقصى للضغط المحوري وتحسب من المعادلة التالية.

A_c : مساحة المقطع الخرساني.

f_y : إجهاد الخضوع لحديد التسليح.

A_S : مساحة حديد التسليح المستخدم في تسليح العمود.

f_{co} : تحسب من المعادلة التالية.

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 \qquad (N/mm^2)$$

حيث f_{cu} هي المقاومة المميزة للخرسانة وهى إجهاد كسر المكعبات القياسية بعد 28 يوم.

ب ـ الأعمدة ذات الكانات الحلزونية : Spiral Columns

في حالة الأعمدة ذات الكانات الحلزونية يتم تحديد الحمل المحوري الأقصى المسموح به عند مستوى أحمال التشغيل من القيمة الصغرى الناتجة من المعادلتين الآتيتين:ـ

$$P = 1.14\ f_{co}\ A_c + 0.51\ f_y\ A_{sc}$$

$$P = f_{co}\ A_k + 0.44\ f_y\ A_{sc} + 0.92\ f_{yp}\ V_{sp}$$

حيث f_{co} : إجهاد الضغط المحوري للخرسانة

A_c : مساحة مقطع العمود الخرساني

A_k : مساحة قلب المقطع الخرساني المحدد داخل الكانة الحلزونية

f_y : إجهاد الخضوع لحديد التسليح الطولي

A_{sp} : مساحة مقطع سيخ الكانة الحلزونية

f_{yp} : إجهاد الخضوع للكانة الحلزونية

ويشترط ألا تقل نسبة حجم حديد التسليح للكانات الحلزونية μ_{sp} إلى حجم قلب القطاع الخرساني المحدد داخل الكانة الحلزونية عن القيمة التالية :

$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1\right)$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k}$$

حيث V_{sp} : حجم حديد التسليح الحلزوني للدورة الواحدة للكانات وتساوى:

$$V_{sp} = (\pi A_{sp} D_k / p)$$

p : خطوة الكانة الحلزونية (تتراوح من 30-80 mm)

10-5-3- ملاحظات هامة عند تصميم الأعمدة Important Precautions

1- أقل بعد للعمود المستطيل أو الدائري هو 20 مم.

2- أقل قطر لحديد التسليح الدائري هو 13 مم.

3- في جميع الحالات لابد من وجود حديد التسليح بكافة أركان (زوايا) العمود.

4- أكبر بعد لعمود به تسليح بالأركان فقط هو 300 مم.

5- أكبر بعد بين حديد التسليح الطولي للعمود الدائري هو 250 مم.

6- أقل عدد لحديد التسليح الدائري بالعمود الدائري هو 6 أسياخ.

7- أقل نسبة تسليح بالأعمدة هي 0.8 % من مساحة المقطع المطلوبه كما أنها لا تقل عن 0.6 % من مساحة المقطع المختارة.

8- أكبر نسبة تسليح للحديد الدائري بالأعمدة هي

للأعمدة الداخلية للمبنى 4 %

للأعمدة على الطرفية للمبنى 5 %

للأعمدة الركنية للمبنى 6 %

9 - أقل قطر للكانات المنفصلة تكون الأكبر مما يلي:

i - 1/4 القطر الأكبر للتسليح الدائري - قطر 8 مم.

10 - لا يزيد البعد بين الكانات المنفصلة عن 200 مم.

Example (10-5):

Design a short column to resist a working load of 1000 kn .

f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 240 N/mm^2.

Solution:

بفرض نسبة التسليح (A_s/A_c = 1%).

$$P = f_{co}\ A_c + 0.44\ f_y\ A_s$$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 6.0 \quad N/mm^2$$

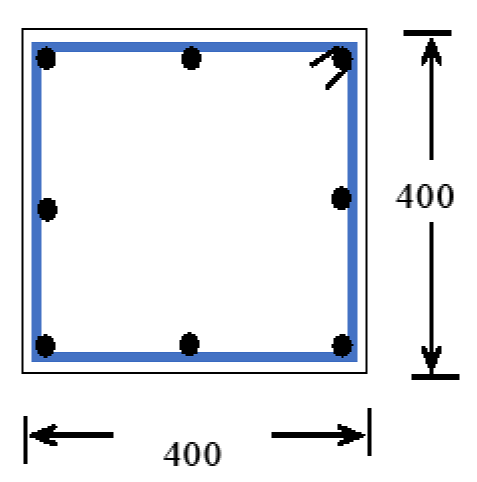
$1000x10^3 = 6.0\ A_c + 0.44 \text{ x } 240 \text{ x } (\ 0.01A_c\ )$

$A_c = 141723.4\ mm^2$

بفرض أن مقطع العمود مربع b = 400 mm

$A_s = 0.01 \text{ x } 141723.4 = 1417.23\ mm^2$ (8 Ø16)

وبالرجوع إلى الملاحظات السابقة نجد أن الكانات قطر 8 مم كل 200 مم (5Ø8 / m’) تكون كافية والشكل التالي يوضح قطاع العمود وتسليحه.



Example (10-6):

If the column in the previous example is an interior column. Design the column with maximum reinforcement ratio.

Solution:

Maximum reinforcement ratio = 4 %

$P\ = f_{co}\ A_c + 0.44\ (\ 0.04\ A_c\ )\ f_y$

$\quad = 6.0\ A_c + 0.044\ (\ 0.04\ ) \text{ x } 240\ A_c$

$1000x\ 10^3 = 10.224\ A_c$

$A_c = 97809.1\ mm^2$

Consider a square column

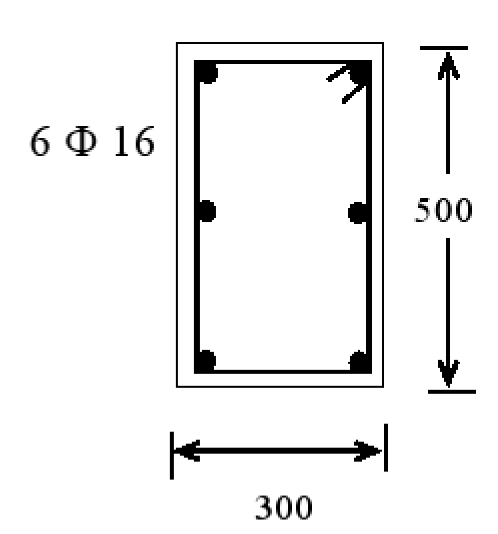
b = t = 350 mm

$A_s = 0.04 \times 97809.1 = 3912.4\ mm^2$

Choose 8 Ø 25

Example (10-7):

Calculate the maximum working load that a column with a section shown can resist if $f_{cu} = 22.5\ N/mm^2$ and $f_y = 240\ N/mm^2$.



Solution:

$$P = f_{co}\ A_c + 0.44\ f_y\ A_s$$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 5.5 \quad N/mm^2$$

$A_s = 1207\ mm^2$

$P = 5.5 \times 300 \times 500 + 0.44 \times 240 \times 1207$

$= 952.5$ kn

Example (10-8):

Design a spiral circular column to resist a working load of 1500 kn.

$f_{cu} = 25\ N/mm^2$ and $f_y = 240\ N/mm^2$.

Solution:

$P = f_{co}\ A_k + 0.44\ f_y\ A_{sc} + 0.92\ f_{yp}\ V_{sp}$

$$f_{co} = \frac{f_{cu}}{5} + 1.0 = 6.0 \quad N/mm^2$$

بفرض نسبة التسليح ($A_{sc}/A_k = 1.5\%$) وبفرض الكانات 10 مم .

$1500 \times 10^3 = 6.0\ A_k + 0.44 \times 240\ (\ 0.015\ A_k\ ) + 0.92 \times 240 \times 78.5$

$1500 \times 10^3 = 7.584\ A_k + 17332.8$

$A_k = 195499.4\ mm^2$

$A_k = \frac{\pi D_k^2}{4}$ $\therefore D_k = 498.9 \cong 500$ mm

$D_c = 550$ mm $A_c = 237582.9$ mm^2

$A_{sc} = 0.015 \times 195499.4 = 2932.5$ mm^2 (8 Ø 22)

$$\mu_{sp} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1\right)$$

$$0.36 \frac{25}{240} \left(\frac{237582.9}{195499.4} - 1\right) = 0.008$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.008$$

$$\frac{V_{sp}}{195499.4} \geq 0.008 \qquad V_{sp} \geq 1564$$

$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 78.5 \times 500 / p > 1564$

$p \leq \pi \times 78.5 \times 500 / 1564 \leq 78.8$ mm

$\therefore p = 75$ mm

check $P = 1.14 f_{co} A_c + 0.51 f_y A_{sc}$

$P = 1.14 \times 6.0 \times 237582.9 + 0.51 \times 240 \times 3042 = 1997.4$ kn > 1500 o.k.

Example (10-9):

Design a spiral circular column to resist a working load of 150 ton $f_{cu} = 22.5$ N/mm^2, f_y for longitudinal reinforcement = 400 N/mm^2, f_y for lateral reinforcement 240 N/mm^2.

***Solution**:*

$P = 1.14 f_{co} A_c + 0.51 f_y A_{sc}$

$f_{co} = 6.0$ N/mm^2

بفرض نسبة التسليح 1%

$1500 \times 10^3 = 1.14 \times 6.0\ A_c + 0.51 \times 400 (0.01 A_c)$

$A_c = 168918.9$ mm^2

$D_c = 463.7 = 500$ mm $\quad \therefore A_c = 196349.5\ mm^2$

$D_k = D_c - 5 = 450$ mm

$A_k = \pi\,(450)^2/4 = 159043.1\ mm^2$

$A_{sc} = 0.01 \times 168918.9 = 1689.2\ mm^2$ (choose $9\ \Phi\ 16 = 1810\ mm^2$)

$$\mu_{sp} \geq 0.36\ \frac{f_{cu}}{f_{yp}}\ (\frac{A_c}{A_k} - 1)$$

$$0.36\ (\frac{25}{240})\ (\frac{196349.5}{159043.1} - 1) = 0.0088$$

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.0088$$

$$\frac{V_{sp}}{159043.1} \geq 0.0088 \qquad \therefore V_{sp} \geq 1399.6$$

$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 50 \times 450 / p > 1399.6$

assume 8 mm Spiral

$p \leq \pi \times 50 \times 450 / 1399.6 \leq 50.5$ mm

choose p = 50 mm (تتراوح الخطوة بين 30-80 مم)

$\therefore V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p = \pi \times 50 \times 450 / 50 = 1413.7$

وبالتعويض في المعادلة الثانية (حيث أن الناتج الأقل من المعادلتين هو الذي يحكم التصميم)

$P = f_{co}\ A_k + 0.44\ f_y\ A_{sc} + 0.92\ f_{yp}\ V_{sp}$

$= 6.0 \times 159043.1 + 0.44 \times 400 \times 1810 + 0.92 \times 240 \times 1413.7 = 1585$ kn (o.k.)

10-5-4- طريقة المقاومة القصوي (Ultimate Strength Design Method):

في طريقة المقاومة القصوى يتم التعامل مع العضو أو المقطع الخرساني عند أقصي تحمل له حيث أثبتت التجارب المعملية أن هذه الطريقة للتصميم تعطي نتائج أقرب من الواقع من طريقة إجهاد التشغيل أو طريقة المرونة والتي كانت مستخدمة إلى وقت قريب بالمعادلة التالية :

$$P = f_{co}\ A_c + n\ f_{co}\ A_s$$

وكانت النتائج المحسوبة بالمعادلة السابقة بعيدة عن النتائج المعملية. لذلك اتجهت معظم المواصفات إلى استخدام طريقة المقاومة القصوى في التصميم. ولقد أثبتت التجارب أن الحمل الأقصى P_u في الأعمدة المحملة محورياً مع كانات يمكن حسابه على وجه التقريب من المعادلة التالية.

$$P_u = f_{cu}\ A_c + f_y\ A_s$$

ويحدث الانهيار عندما تنهار الخرسانة في الضغط ويصل الإجهاد في حديد التسليح إلى إجهاد الخضوع (yield Stress) . لذلك كان من الأوفق حساب الحمل الأقصى الذي يتحمله عمود بطريقة المقاومة القصوى. وكما هو شائع من مختلف طرق التصميم لابد من اعتبار معامل الأمان. وفى طريقة المقاومة القصوى يتم إدخال عامل الأمان جزئيا عن طريقة الأحمال المؤثرة مع المقطع وكذلك عن طريق المواد المستخدمة في التصميم.

وبالنسبة للأعمدة أو القطاعات المعرضة لعزم انحناء مصحوب بقوى ضغط محورية يتم حساب معامل خفضه المقاومة من المعادلة الآتية:

$$\gamma_c = 1.75 - 0.5\ \frac{e}{t}\ \geq\ 1.5$$

$$\gamma_s = 1.36 - 0.43\ \frac{e}{t}\ \geq\ 1.5$$

حيث $\frac{e}{t}\ \geq\ 0.05$

يمكن حساب الحمل الأقصر وبالتالي تصميم الأعمدة القصيرة المحملة تمثيلا محوريا.

أ- أعمدة ذات كانات منفصلة (tied columns) :

$$P_u = A_c\ \frac{0.67\ f_{cu}}{\gamma_c} + A_s\ \frac{f_y}{\gamma_s}$$

وبحساب γ_c ، γ_s من المعادلات السابقة مع الأخذ في الاعتبار أقل قيمة لا مركزية نحصل على المعادلة التالية:

$$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_c + 0.67\ A_s\ f_y$$

ب - أعمدة ذات كانات حلزونية (spiral columns) :

يؤخذ الحمل الأقل من المعادلتين التالتين :

$$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_k + 0.67\ A_{sc}\ f_y + 1.38\ V_{sp}\ f_{yp}$$

$P_u = 0.4\ f_{cu}\ A_c + 0.76\ A_{sc}\ f_y$

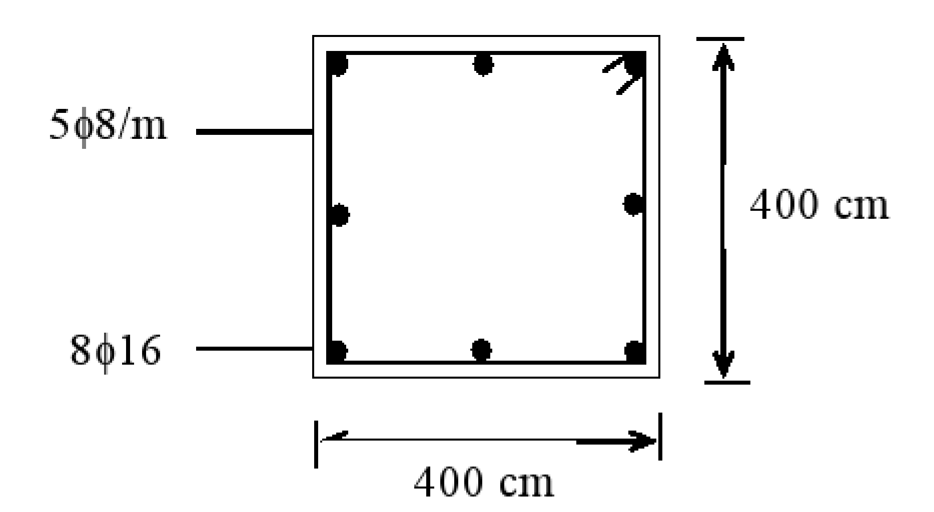
حيث تم تعريف مدلول الرموز المذكورة في العادلات السابقة وبشرط تحقيق العلاقة:

$$\mu_{sp} \geq 0.36\ \frac{f_{cu}}{f_{yp}}\ (\frac{A_c}{A_k} - 1)$$

Example (10-10):

Calculate the ultimate load for the short column with the shown section can be resist $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 240$ N/mm².

Solution:



$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_c + 0.67\ A_s\ f_y$

$A_c = 400 \times 400 = 160000\ mm^2$

$A_s = 1609\ mm^2$

$P_u = 0.35 \times 25 \times 160000 + 0.67 \times 1609 \times 240 = 1658.7$ kn

ويلاحظ أن هذا الحمل يزيد على الحمل المذكور في مثال (1) بمقدار 65% وذلك يرجع إلى معامل الأحمال γ_f Load factor ومعامل المواد γ_m.

Example (10-11):

Design a tied short column to carry a dead load of 1200 kn and live load of 800 kn using the ultimate method. $f_{cu} = 25$ N/mm² and $f_y = 240$ N/mm²

Solution:

$P_u = 1.4\ D + 1.6\ L$

$= 1.4 \times 1200 + 1.6 \times 800 = 2960$ kn

$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_c + 0.67\ A_s\ f_y$

Assume $\mu = 0.02$

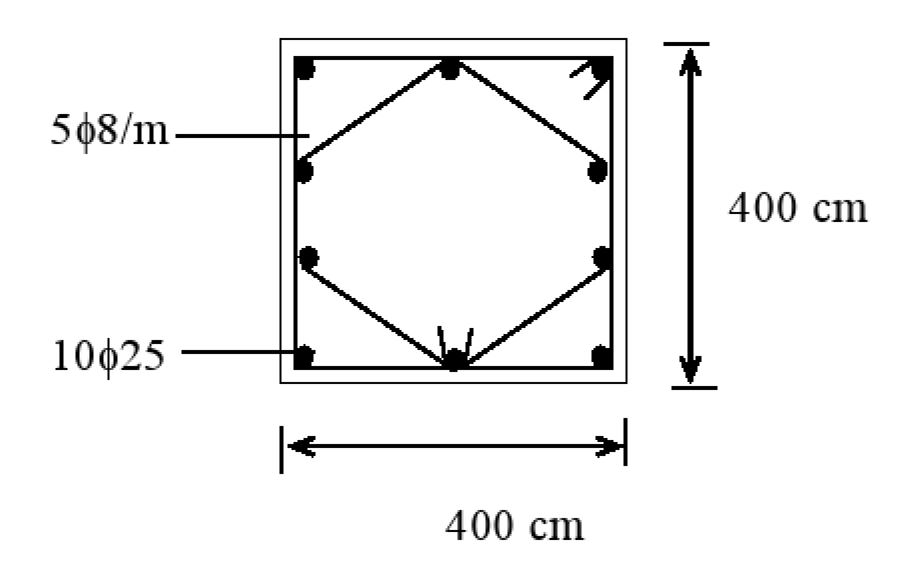
$2960 \times 10^3 = 0.35 \times 25\ A_c + 0.67 \times 240\ (0.02 A_c)$

$A_c = 247367.5\ mm^2$

Assume a square column:

500 x 500 mm

$A_s = 0.02 \times 247367.5 = 4947.4\ mm^2 = 10\ \Phi\ 25$



Example (10-12):

Calculate the reinforcement area for a 300 x 500 mm² short column to carry ultimate load of 150 kn. $f_{cu} = 22.5\ N/mm^2$ and $f_y = 400\ N/mm^2$.

Solution:

$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_c + 0.67\ A_s\ f_y$

$1500 \times 10^3 = 0.35 \times 22.5 \times 300 \times 500 + 0.67 \times 400\ A_s$

$A_s = 1189.4\ mm^2$

يلاحظ هنا أن نسبة التسليح $\mu = \frac{A_s}{A_c} = 0.0079$ وهى أقل من 0.008 ولذلك يجب زيادتها لتحقق متطلب الكود A_{smin}

$A_s = \frac{0.8}{100}$ x 500 x 300 = 1200 mm^2

choose 6 Φ 16

Example (10-13):

Design a tied circular column to resist an ultimate load of 120 ton. f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 240 N/mm^2.

Solution:

Assume $\mu = \frac{A_s}{A_c} = 1.5\ \%$

$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_c + 0.67\ A_s\ f_y$

$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25\ Ac + 0.67 \times 240\ (\ 0.015\ Ac\ )$

Ac = 107507.6 mm^2

D = 370 mm

يفضل اختيار أبعاد الأعمدة مضاعفات الرقم 5 لسهولة التنفيذ وفى هذه الحالة يمكن زيادة القطر إلى 400 mm وزيادة مساحة حديد التسليح.

assume D = 400 mm

A_c = 125663.7

$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 \times 125663.7 + 0.67 \times 240\ As$

As = 624.6 mm^2

نلاحظ هنا أن نسبة التسليح المطلوبة حوالي 0.5 % ولذلك فإما أن نزيدها إلى 0.8 % أو نقلل القطر إلى 350 مم.

If D = 350 mm

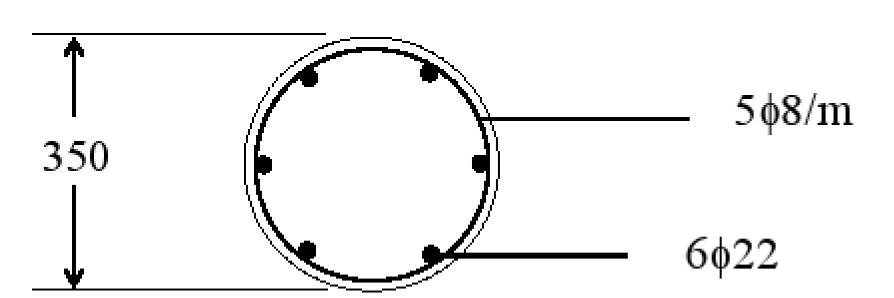
A_c = 96211.3 mm^2

$1200 \times 10^3 = 0.35 \times 25 \times 96211.3 + 0.67 \times 240\ A_s$

$A_s = 2227.3\ mm^2$

$$\mu = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2227.3}{96211.3} = 2.3\,\%$$

و هذه النسبة في حدود المسموح ويمكن اختيار الحديد 6 Φ 22



Example (10-14):

Design the column of the previous example if spiral ties are used.

Solution:

بفرض نسبة التسليح 2% وبالتعويض في المعادلة الثانية

$P_u = 0.4\ f_{cu}\ A_c + 0.76\ A_{sc}\ f_y$

$1200\ x10^3 = 0.4\ x\ 25\ A_c + 0.76\ x\ 240\ (\ 0.02\ A_c\ )$

$A_c = 87925\ mm^2 \quad \rightarrow \quad D = 334.6\ mm$

Assume D = 350 mm

$A_c = 96211.3\ mm^2$

$1200\ x10^3 = 0.4\ x\ 25\ x\ 96211.3 + 0.67\ x\ 240\ A_s$

$A_s = 1479.4\ mm^2 \qquad \mu = 1479.4/96211.3 = 1.53\ \% > \mu_{min}$

$A_s = 7\ \Phi\ 18$

$D_k = D_c - 50 = 300\ mm \qquad \therefore\ A_k = 70685.8\ mm^2$

بالتعويض في المعادلة الأولى وبفرض قطر الكانات 8 مم

$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_k + 0.67\ A_{sc}\ f_y + 1.38\ V_{sp}\ f_y$

$1200\ x10^3 = 0.35\ x\ 25\ x\ 70685.8 + 0.67\ x\ 1479.4\ x\ 240 + 1.38\ x\ 240\ V_{sp}$

$V_{sp} = 1037.5$

$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / p$

$1037.5 = \pi \times 50 \times 300 / P \quad \therefore p = 45.4$ mm

$$\mu_{sp} = \frac{V_{sp}}{A_k} \geq 0.36 \frac{f_{cu}}{f_{yp}} \left(\frac{A_c}{A_k} - 1\right)$$

$$\frac{V_{sp}}{70685.8} \geq 0.36 \frac{25}{240} \left(\frac{96211.3}{70685.8} - 1\right)$$

$\therefore V_{sp} \geq 957.2$ o.k.

يمكن استخدام التسليح المذكور على أن تكون الخطوة (pitch) المسافة بين الكانات الحلزونية 40 مم. أو يمكن استخدام قطر أكبر للكانات الحلزونية (10 مم مثلاً) واستخدام خطوة أكبر.

Example (10-15):

Calculate the maximum ultimate load that a spiral short column of 500 mm diameter and main reinforcement is 8 Φ 16 the lateral reinforcement is Φ 10 @ 60 mm.

$f_{cu} = 22.5$ N/mm^2 and $f_y = 400$ N/mm^2.

Solution:

بالتعويض في المعادلة الثانية

$A_c = 196349.5$ mm^2

$P_u = 0.4 f_{cu} A_c + 0.76 A_s f_y$

$= 0.4 \times 30 \times 196349.5 + 0.76 \times 1609 \times 240 = 2649.7$ kn

$D_k = 500 - 50 = 450$ mm

$A_k = 159043.1$ mm^2

$V_{sp} = \pi A_{sp} D_k / P$

$= \pi \times 78.5 \times 450 / 60 = 1849.6$

$\mu_{sp} = V_{sp} / A_k = 1849.6 / 159043.1 = 0.011$ (1)

$$0.36\ \frac{f_{cu}}{f_{yp}}\ (\frac{A_c}{A_k}-1)$$

$$0.36\ (\frac{30}{240})\ (\frac{196349.5}{159043.1}-1)=0.01 \qquad (2)$$

from (1) and (2) $\mu_{sp} \geq 0.36\ \frac{f_{cu}}{f_{yp}}\ (\frac{A_c}{A_k}-1)$

بالتعويض في المعادلة الأولى:

$P_u = 0.35\ f_{cu}\ A_k + 0.67\ A_{sc}\ f_y + 1.38\ V_{sp}\ f_{yp}$

$= 0.35 \times 30 \times 159043.1 + 0.67 \times 1609 \times 240 + 1.38 \times 1849.6 \times 240 = 2545.7$ kn.

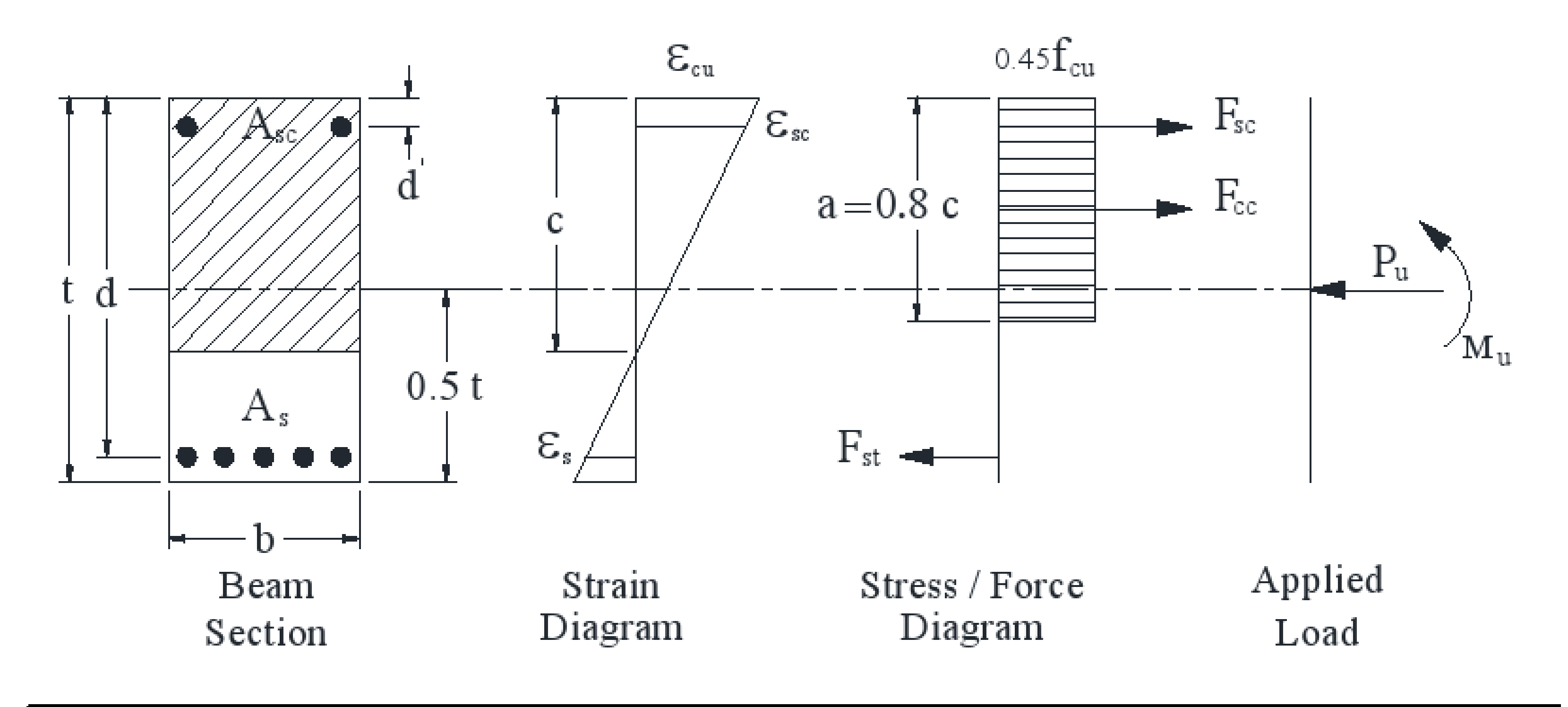
6-10- الأعمدة القصيرة المدعمة عرضيا والمعرضة لحمل محوري وعزم انحناء:

Short braced columns resisting axial load and moment:

هذه الحالة لا يمكن حلها مباشرة مثل حالة الحمل المحوري فقط لأنه لابد من الاخذ في الاعتبار مكان محور التعادل (neutral axis) والذي يعتمد أساسا علي قيمة كل من عزم الانحناء M_u والحمل الاقصي P_u .

1- الحالة الأولي $t \leq a$ or $t \leq 0.80\ c$:

في هذه الحالة يكون المستطيل المكافئ لقوة الضغط يقع داخل مقطع العمود وفي هذه الحالة يكون جزءا من المقطع معرض لضغط والجزء الأخر معرض لشد. ويحدث هذا عندما يكون المحور P_u صغير نسبيا والعزم المؤثر علي العمود كبير.



بأخذ مجموع القوي في اتجاه (x)

$\Sigma F_x = 0.0$

$P_u = F_{cc} + F_{sc} + F_{st}$

حيث:

F_{cc} : قوة الضغط في الخرسانة.

F_{sc} : قوة الضغط في حديد التسليح المعرض لضغط.

F_{st} : قوة الشد في حديد التسليح المعرض لشد.

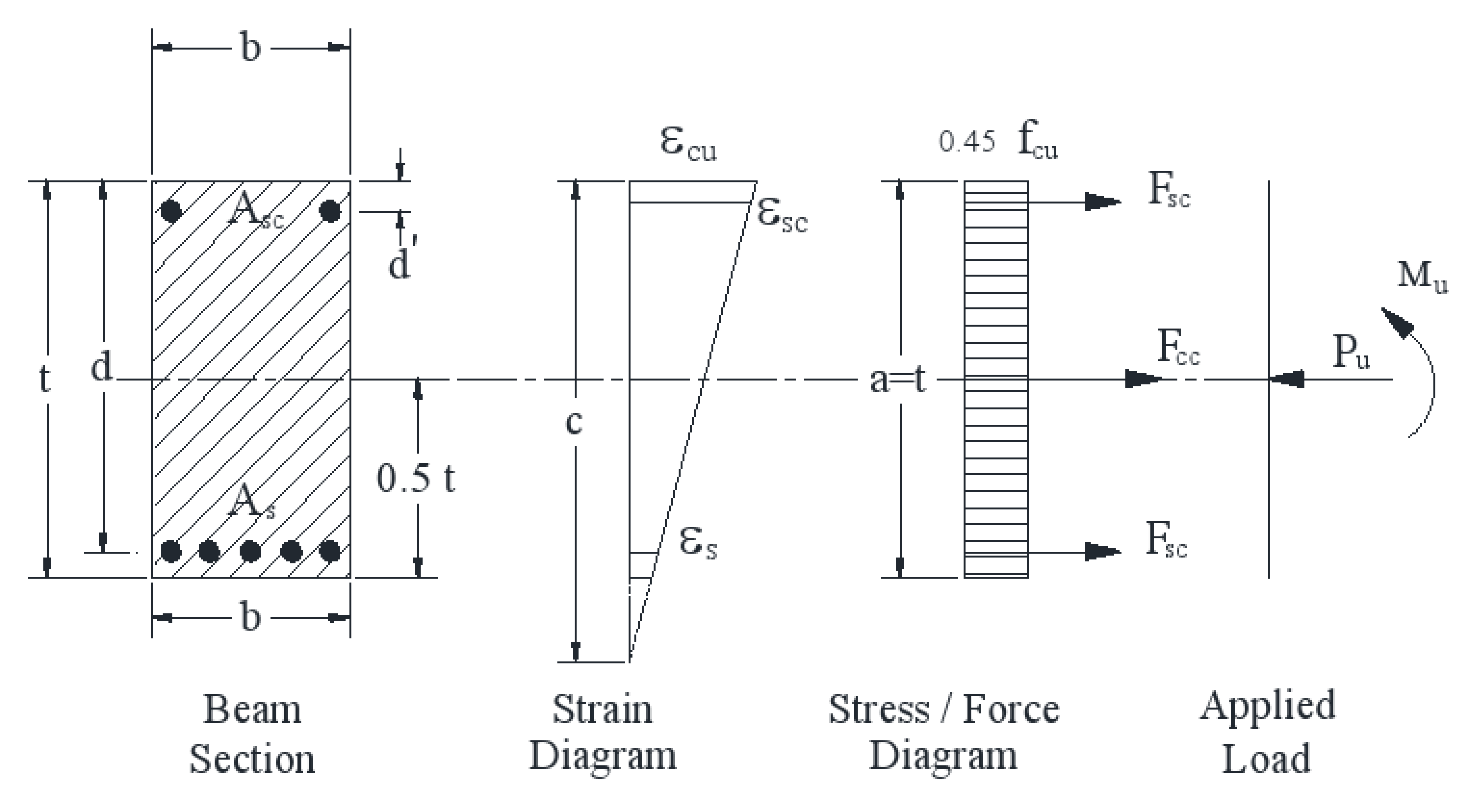
وباتزان العزوم حول محور التعادل :

Σ M about center line = 0.0

$$M_u = F_{cc}(\frac{t}{2} - \frac{a}{2}) + F_{sc}(\frac{t}{2} - d') + F_{st}(d - \frac{t}{2})$$

2- الحالة الثانية : 0.80 c > t or a > t :

في هذه الحالة يكون المستيطيل المكافئ لقوة الضغط يقع خارج حدود القطاع و هكذا يكون القطاع بأكمله معرض لقوة ضغط. ويحدث ذلك عندما يكون الحمل المحوري P_u كبير نسبيا والعزم المؤثر M_u صغير.



بأخذ مجموع القوي في اتجاه (x)

$\Sigma F_x = 0.0$

$P_u = F_{cc} + F_{sc} + F_{st}$

وبأخذ العزوم حول محور التعادل :

Σ M about center line = 0.0

$$M_u = F_{sc}(\frac{t}{2} - d^{'}) - F_{st}(d - \frac{t}{2})$$

3- ادماج الحالتين:

يلاحظ أن اتجاه القوة F_{st} يتغير في الحالتين السابقتين وبأخذ قوة الضغط موجبة يمكن الحصول علي المعادلتين الاتيتين:

$$P_u = F_{cc} + F_{sc} - F_{st}$$

$$M_u = F_{cc}(\frac{t}{2} - \frac{a}{2}) + F_{sc}(\frac{t}{2} - d^{'}) + F_{st}(d - \frac{t}{2})$$

وهكذا عندما يكون F_{st} شد يكون سالبا. تحصل علي معادلات الحالة الاولي وعندما يكون موجبا و $\frac{t}{2} = \frac{a}{2}$

نحصل علي المعادلة في الحالة الثانية.

10-6-1- القوي الموثرة علي القطاع: Forces Affecting the Column Section

القوي الموثرة علي القطاع يتم حسابها بضرب الاجهاد x المساحة

$F_{cc} = 0.45\ f_{cu}\ .b.\ a$

$F_{sc} = (\ f_{sc} - 0.45\ f_{cu}\ )\ A_{sc}$

$F_{st} = (\ f_s - 0.45\ f_{cu}\ )\ A_s$

وفي هذه المعادلات تم اخذ المساحة المنقوصة بحديد التسليح في الاعتبار بتخفيض الاجهاد في حديد التسليح.

الانفعال Strain عند أي مستوي z يمكن حساب كما يلي:

$$\varepsilon_z = 0.003\ (\frac{c - z}{c})$$

ويكون الانفعال في حديد التسليح المعرض لأكبر اجهاد ضغط

$$\varepsilon_{sc} = 0.003\ (\frac{c - d^{'}}{c}) = 0.003\ (1 - \frac{d^{'}}{c})$$

والانفعال في حديد التسليح المعرض لأقل اجهاد ضغط.

$$\varepsilon_s = 0.003\ (\frac{c - d^{'}}{c}) = 0.003\ (1 - \frac{d^{'}}{c})$$

يلاحظ أن الانفعال في حديد التسليح محدد بالقيمة الثانية ولا يمكن أن يتعداها:

$$\frac{f_y / \gamma_s}{E_s} = \frac{400/1.15}{2x10^5} = 0.0017$$

وعند هذا الانفعال يكون الاجهاد في حديد التسليح مساويا لاجهاد الخضوع f_y

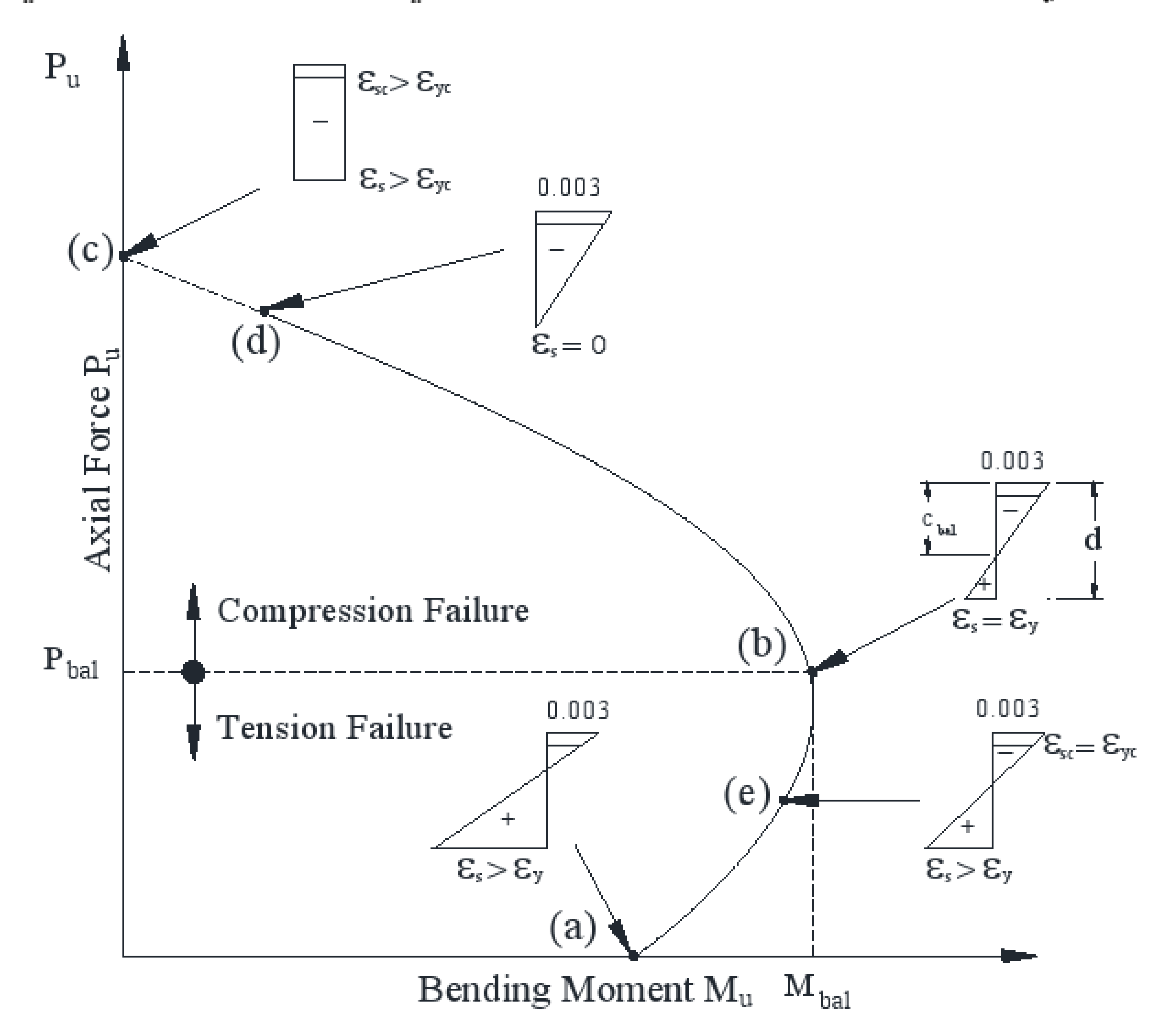
$f_s = E_s\ \varepsilon_s \qquad \varepsilon_s < 0.0017$

$f_s = f_y \qquad \varepsilon_s \geq 0.0017$

ولذلك فمن المعادلات السابقة ولقيمة معينة من c ينتج زوجا من P_u , M_u. ولمدي معين من c يمكن رسم ما يطلق عليه بياني التفاعل (Interaction Diagram).

2-6-10- شرح بياني التفاعل للأعمدة Interaction Diagram :

لمدي معين من قيمة $\frac{c}{t}$ يمكن تحديد مجموعة من النقط كل واحدة تمثل زوجا من الحمل المحوري وعزم الانحناء المصاحب له. وأي زوج من عزم انحناء وحمل محوري يقع داخل هذا المنحني يكون آمنا علي القطاع ولا يحدث بسببهما أي انهيار. وهناك نقاط هامة يمكن الاشارة اليها في بيان التفاعل للاعمدة كما يلي:



a- انحناء فقط : Pure Bending

هذه النقطة تمثل حالة مقطع كمرة معرضة لعزم انحناء. يلاحظ أن وجود حمل محوري ولو بقيمة صغيرة يزيد مقاومة الكمرة للانحناء.

b- نقطة التوازن : Balance Point

وعند هذه النقطة تصل الخرسانة لأقصي قيمة انفعال في نفس الوقت الذي يصل فيه حديد التسليح في الشد الي أقصي انفعال أي انفعال الخضوع. أي قيم من الحمل المحوري P_u وعزم الانحناء M_u أقل من القيمة السابقة يكون انهيار العمود انهيارا لدنا (ductile failure). حيث يصل حديد التسليح الي اجهاد الخضوع قبل أن تصل الخرسانة الي الاجهاد الاقصي. وفي الحالة الاخري أي عندما يكون انهيار العمود انهيار قصفا (brittle failure) أي أن الخرسانة تنسحق بدون حدوث خضوع (yielding) لحديد التسليح. ويلاحظ أنه لا يمكن التحكم في نوع الانهيار بالتحكم في مساحة حديد التسليح كما يحدث بالكمرات.

c- اجهاد ضغط فقط : Pure Axial Compression

عند هذه النقطة يكون العمود معرضا لقوة ضغط فقط ولا يوجد عزم انحناء. وتكون مقدرة العمود لمقاومة الاحمال المحورية مساوية لـ P_o. يلاحظ أن حديد التسليح للشد يحدث له خضوع في الضغط لآن القطاع كله معرض لاجهادات ضغط .

d- عدم انفعال حديد التسليح في الشد: Zero Strain in The Tension Reinforcement

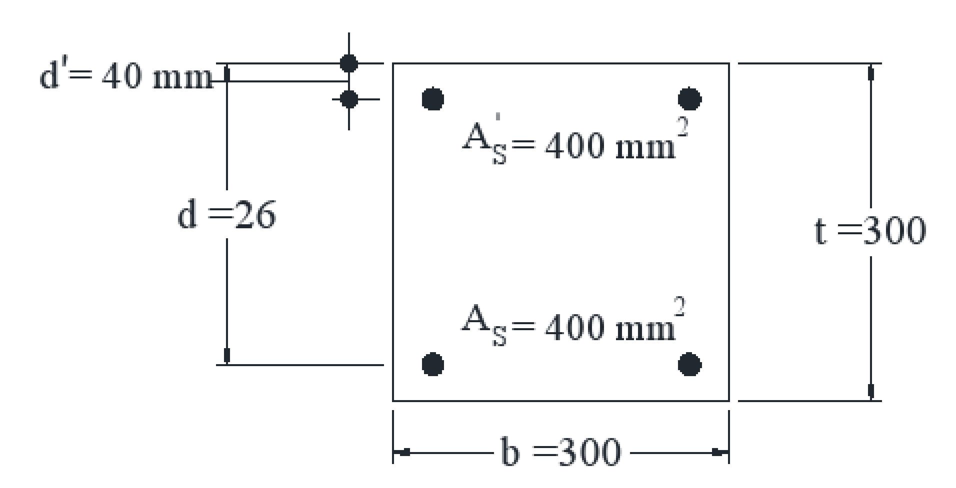
عند التحرك من النقطة (b) الي النقطة (c) يلاحظ أن عمق محور التعادل يزداد من c_{bal} الي ما لا نهاية مع زيادة P_u . والانفعال في حديد تسليح الشد يتغير من الخضوع في الشد الي الخضوع في الضغط كما هو موضح بالشكل مارا بنقطة الصفر عند (d). وبالتحرك من (d) الي النقطة (c) فإن محور التعادل يقع خارج المقطع ويتحول توزيع الانفعال من شكل مثلثي الي شكل منتظم بين النقطتين (a) , (c) فإن الزيادة في الحمل المحوري P_u سوف تؤدي الي عزم انحناء M_u أقل للوصول الي حالة الانهيار. وبالعكس أسفل نقطة التوازن فإن الزيادة في الحمل المحوري P_u سوف تكون مصحوبة بزيادة قدرة المقطع علي مقاومة عزم الانحناء M_u.

e- خضوع حديد التسليح في الضغط : Yielding of The Compression Reinforcement

بزيادة الحمل المحوري P_u وزيادة عمق محور التعادل (neutral Axis) فإن الانفعال في تسليح الضغط سوف يتغير من انفعال مرن الي انفعال الخضوع. وسوف يتأثر ذلك بمقاومة التسليح وموضعه بالنسبة لمقطع العمود.

Example (10-16):

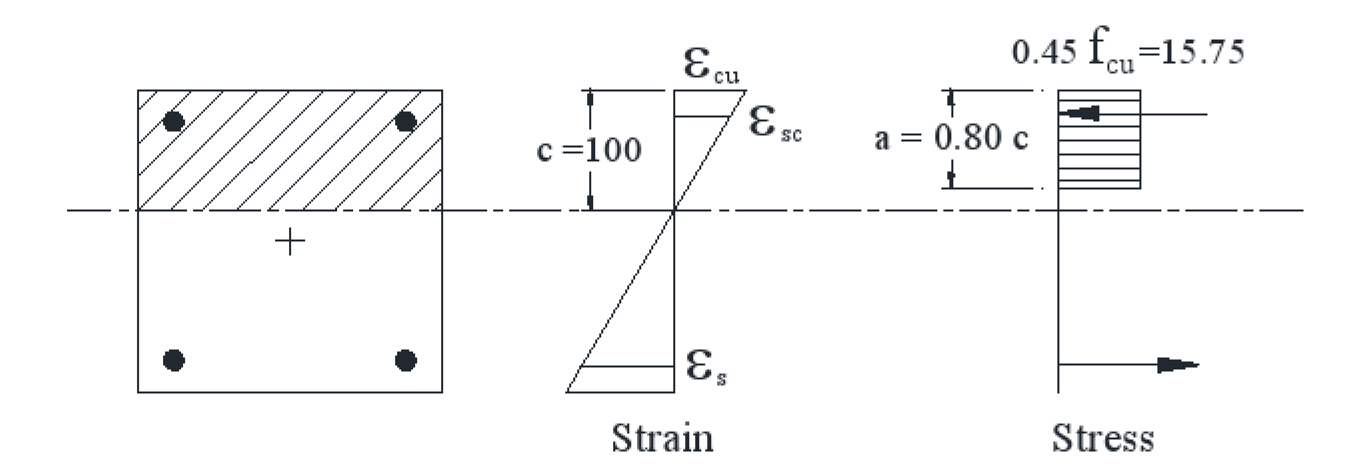
Derive points on the Interaction Diagram for the column illustrated. The concrete cube strength is f_{cu} = 35 N/mm^2.



Solution:

نبدأ الحل باعتبار عدة مواضع لمكان محور التعادل (Neutral Axis)

Point (1): Let c = 100 mm



يحدث الانهيار في هذه الحالة عندما يصل الانفعال الي اقصي قيمة

ε_{cu} = 0.003

Force in concrete = (15.75 N/mm^2) (300 x 80)

= 378000 N

= 378 kn

Force in displaced concrete = 15.75 x 400 = 6.3 kn

Strain in compression reinforcement

$$\frac{\varepsilon'_s}{60} = \frac{\varepsilon_{cu}}{100} \rightarrow \varepsilon'_s = 0.0018$$

The yield Strain of steel is $\frac{0.87f_y}{E_s} = \frac{0.87x400}{2x10^5} = 0.0017$

Hence the compression steel has yielded. The force in the compression reinforcement is therefore

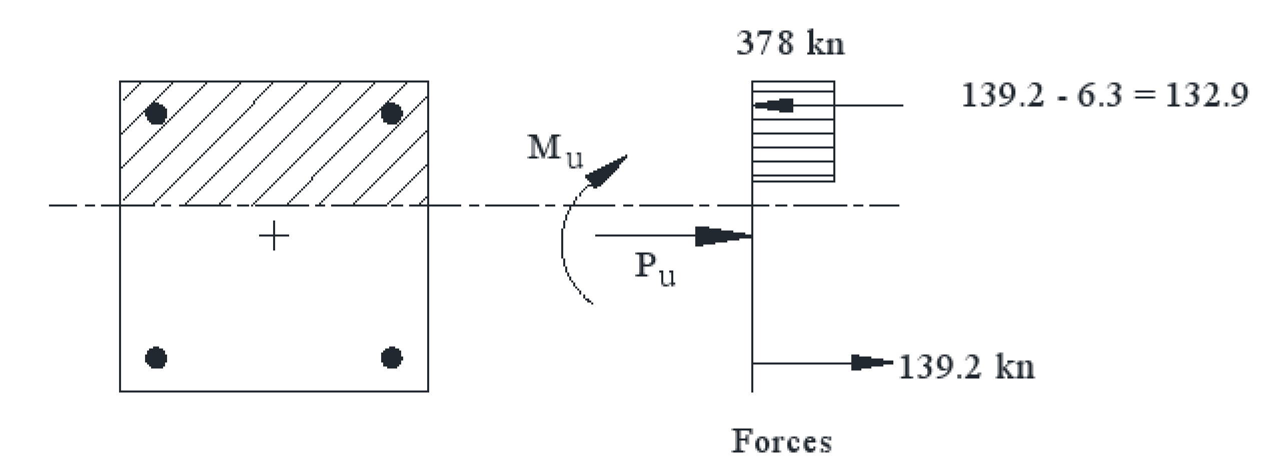
$f_s^{'} = 0.87\ f_y\ x\ 400 = 139200\ N = 139.2\ kn$

The strain in the tension steel is also found

$\frac{\varepsilon_s}{160} = \frac{\varepsilon_{cu}}{1000} \rightarrow \varepsilon_s = 0.0056$

Therefore this steel has also yielded. Hence force in tension steel

$f_{st} = 0.87\ f_y\ A_s = 0.87\ x\ 400\ x\ 400 = 139200\ kn$



والان بتطبيق الاتزان للقوي المحورية يجب أن تكون هناك قوي محورية تساوي:

$P_u = 132.9 + 378 - 139.2 = 371.7\ kn$

وكذلك لاتزان العزوم يجب أن يكون هناك عزم انحناء يتزن مع العزم الناتج عن القوي السابقة.

$Mu = 378\ x\ 10^3\ (150 - 80/2) + 132.9\ x\ 10^3\ (150 - 40) + 139.2\ x\ 10^3\ (260 - 150)$

$= 71511000\ N.mm = 71.5\ m.kn$

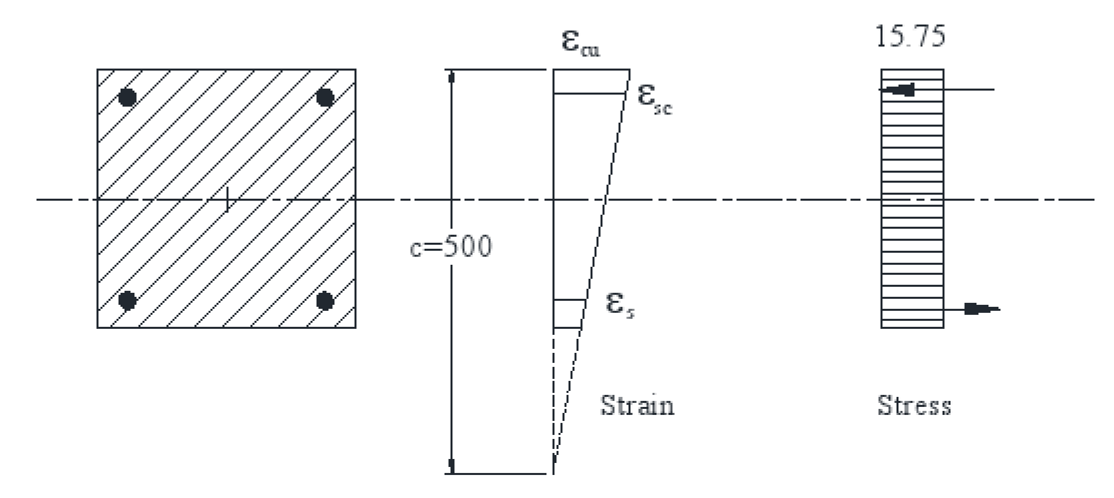
و هكذا تكون أول نقطة في بياني التفاعل هي $(P_u , M_u) = (371.7 , 71.5)$.

Point (2): Let x = 500 mm

Force in concrete = (15.75 N/mm^2) (300 x 300) = 1417.5 kn

Force in displaced concrete = 15.75 x 400 = 6.3 kn

حديد التسليح في هذه الحالة السفلي والعلوي كلاهما معرض لاجهادات ضغط والخرسانة المزاحة بوجود حديد التسليح في كلتا الحالتين.



يتم حساب الانفعال في حديد التسليح العلوي بتشابة المثلثات

$$\frac{\varepsilon_s^{'}}{460} = \frac{\varepsilon_{cu}}{500} \rightarrow \varepsilon_s^{'} = 0.00276 \quad > \varepsilon_y$$

وبذلك يكون حديد التسليح العلوي قد تعدي نقطة الخضوع

Force in top Steel = 0.87 f_y A_s = 0.87 x 400 x 400 = 139.2 kn

وبحساب الانفعال في حديد التسليح السفلي

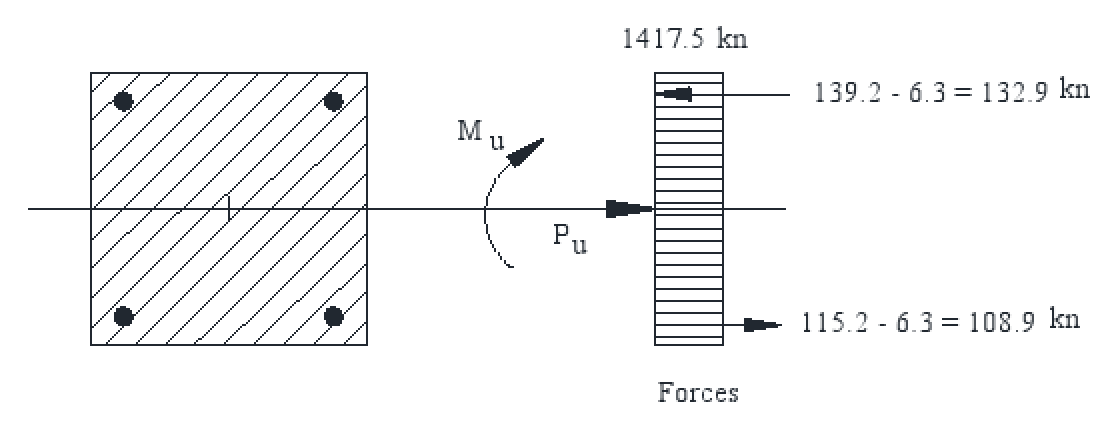
$$\frac{\varepsilon_s}{(500-260)} = \frac{\varepsilon_{cu}}{500} \rightarrow \varepsilon_s = 0.00144 > \varepsilon_y$$

وبذلك لا يصل حديد التسليح السفلي الي نقطة الخضوع

$f_s = 0.00144 \times 2 \times 10^5 = 288\ N/mm^2$

ولحساب القوي في حديد التسليح السفلي

$F_s = 288 \times 400 = 115.2$ kn



ومن الاتزان للقوي المحورية

$P_u = 132.9 + 108.9 + 1417.5 = 1659.3$ kn

وبأخذ العزوم للقوي حول محور القطاع

$M_u = 1417.5 \times 10^3 (150 - 150) + 132.9 \times 10^3 (150 - 40) - 108.9 \times 10^3 (260 - 150)$

$= 2640000$ N.mm = 2.64 m.kn

و هكذا تكون النقطة الثانية علي بياني التفاعل هي $(P_u , M_u) = (1659.3 , 2.64)$.

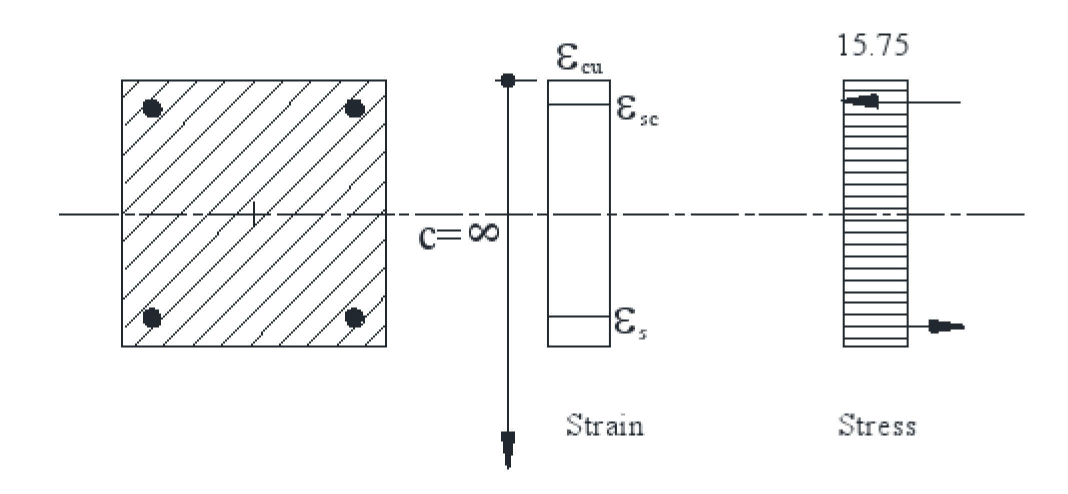
Point (3): Let $x = \infty$

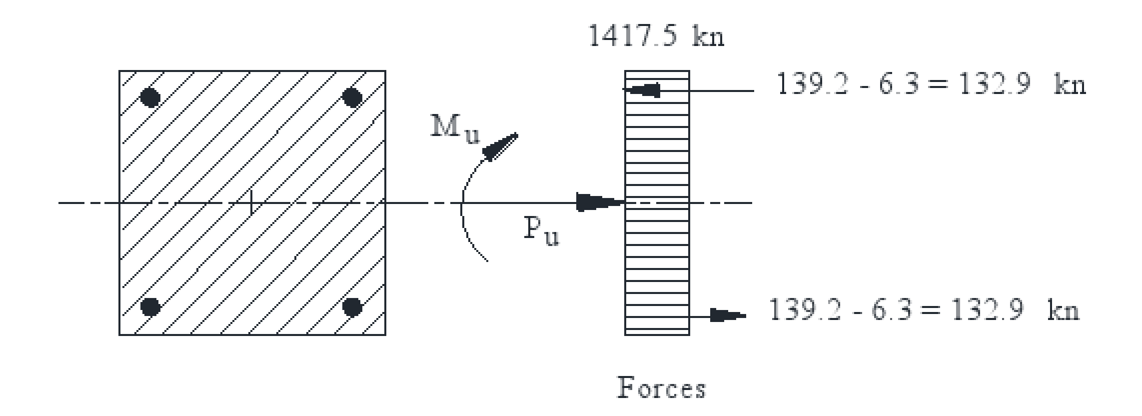
Force in concrete = $(15.75\ N/mm^2)\ (300 \times 300) = 1417.5$ kn

Force in displacement concrete = $15.75 \times 400 = 6.3$ kn

يلاحظ أن حديد التسليح السفلي والعلوي قد تعدي نقطة الخضوع.

Force in top / Bottom Steel = $0.87\ f_y\ A_s = 0.87 \times 400 \times 400 = 139.2$ kn





باعتبار اتزان القوي المحورية

$P_u = 132.9 + 139.2 + 1417.5 = 1683.3$ kn

وبأخذ العزوم للقوي حول محور القطاع

$M_u = 1417.5 \times 10^3\ (150 - 150) + 132.9 \times 10^3\ (150 - 40) - 132.9 \times 10^3\ (260 - 150) = 0$

وبذلك تكون النقطة الثالثة علي بياني التفاعل هي $(P_u , M_u) = (1683.3 , 0.0)$.

و هكذا يمكن حساب نقطة أخري حتي اكتمال بياني المنحني التفاعلي.

$$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$$

$f_y = 360 \ \mathbf{N/mm^2}$

$\alpha = \frac{As}{A's} = 1.0$

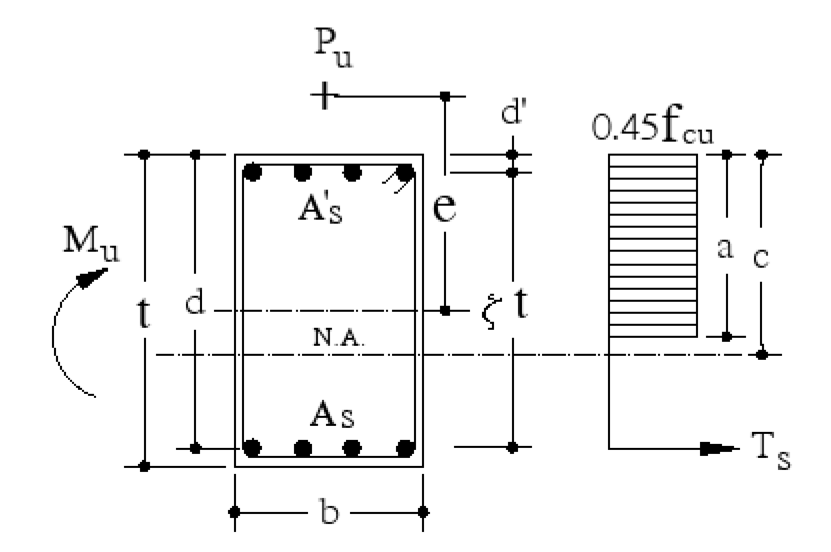
$\zeta = 0.9$

$\mu = 1\%$, $\mu = 2\%$, $\mu = 3\%$, $\mu = 4\%$, $\mu = 5\%$, $\mu = 6\%$, $\mu = 7\%$, $\mu = 8\%$

Vertical axis: 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2

Horizontal axis: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

$$K \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$$



$$\mu = \frac{As + A's}{b \cdot t}$$

$$As = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A's = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \dfrac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

1.2, 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.0

$f_y = 360$ N/mm^2

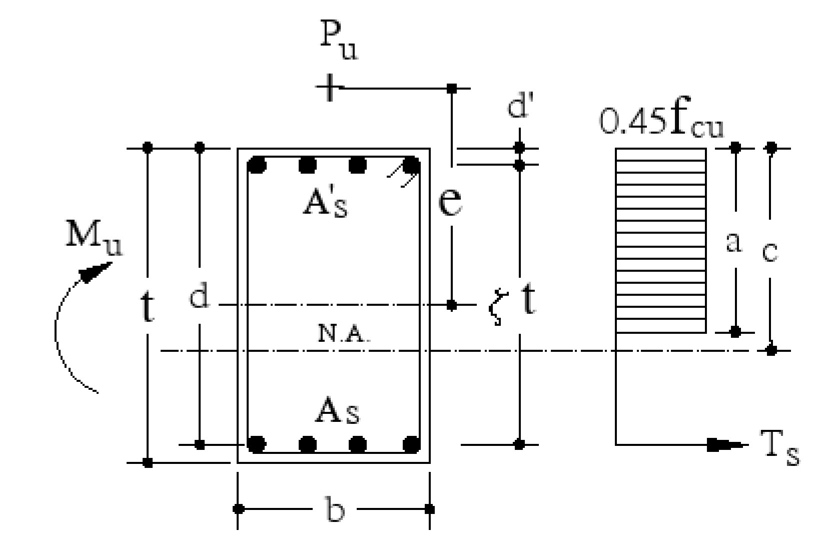
$\alpha = \dfrac{A_s}{A'_s} = 1.0$

$\zeta = 0.8$

$\mu = 8\%$, $\mu = 7\%$, $\mu = 6\%$, $\mu = 5\%$, $\mu = 4\%$, $\mu = 3\%$, $\mu = 2\%$, $\mu = 1\%$

0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

$K \dfrac{e}{t} = \dfrac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \, \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \, \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \dfrac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

$f_y = 360 \ N/mm^2$

$\alpha = \dfrac{As}{A's} = 1.0$

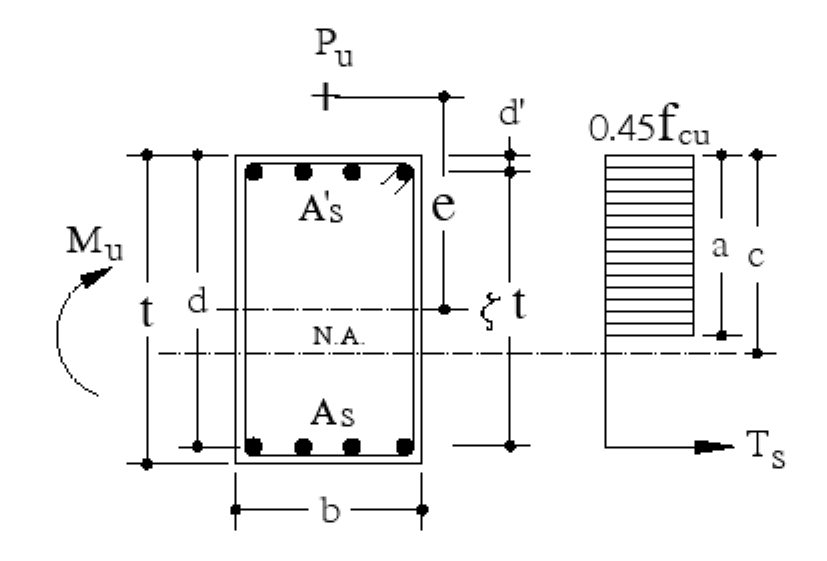
$\zeta = 0.7$

μ = 1 %, μ = 2 %, μ = 3 %, μ = 4 %, μ = 5 %, μ = 6 %, μ = 7 %, μ = 8 %

Vertical axis: 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2

Horizontal axis: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4

$K \dfrac{e}{t} = \dfrac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$$\mu = \frac{As + A's}{b \cdot t}$$

$$As = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A's = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

$f_y = 360\ N/mm^2$

$\alpha = \frac{A_s}{A'_s} = 0.8$

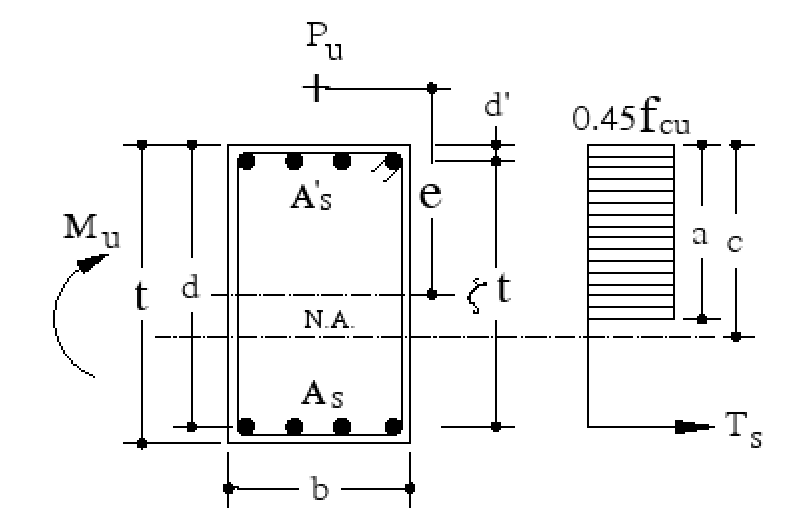
$\zeta = 0.9$

$\mu = 1\%$, $\mu = 2\%$, $\mu = 3\%$, $\mu = 4\%$, $\mu = 5\%$, $\mu = 6\%$, $\mu = 7\%$, $\mu = 8\%$

Vertical axis: 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2

Horizontal axis: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

$K \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b\ .\ t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t\ \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t\ \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

$f_y = 360\ \mathbf{N/mm^2}$

$\alpha = \frac{A_s}{A'_s} = 0.8$

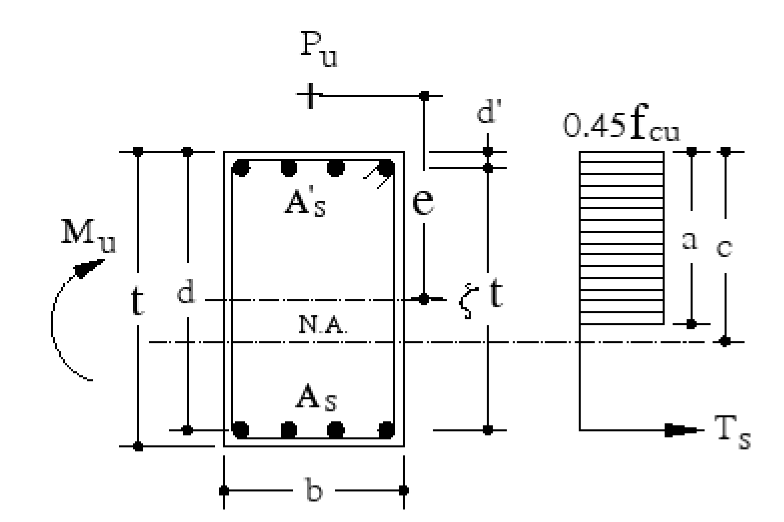
$\zeta = 0.8$

μ = 1 %, μ = 2 %, μ = 3 %, μ = 4 %, μ = 5 %, μ = 6 %, μ = 7 %, μ = 8 %

0.0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2

0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5

$K\frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t\ \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t\ \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

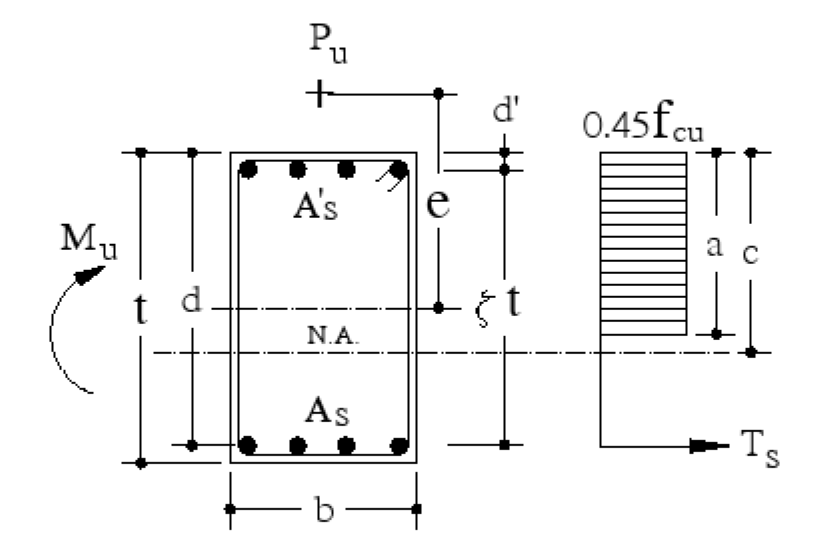
$f_y = 360 \ \mathbf{N/mm^2}$

$\alpha = \frac{A_s}{A'_s} = 0.8$

$\zeta = 0.7$

$\mu = 8\%$, $\mu = 7\%$, $\mu = 6\%$, $\mu = 5\%$, $\mu = 4\%$, $\mu = 3\%$, $\mu = 2\%$, $\mu = 1\%$

$K \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot t}$$

$$A_s = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{1}{1 + \alpha}$$

$$A'_s = \mu \cdot b \cdot t \ \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\zeta = \frac{d - d'}{t}$$

$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

$f_y = 360$ N/mm^2

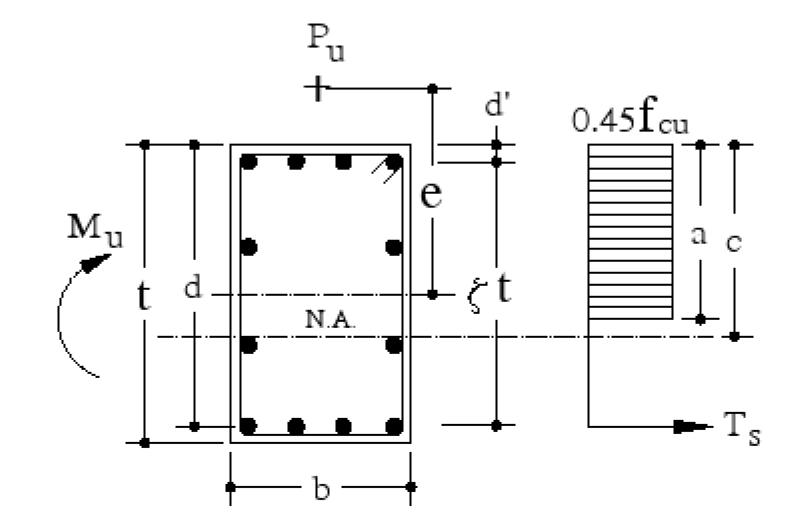
$\zeta = 0.9$

$\mu = 1\%$, $\mu = 2\%$, $\mu = 3\%$, $\mu = 4\%$, $\mu = 5\%$, $\mu = 6\%$, $\mu = 7\%$, $\mu = 8\%$

1.2, 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.0

0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5

$K \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$\mu = \frac{A_s}{b \cdot t}$

$A_s = \mu \cdot b \cdot t$

$\zeta = \frac{d - d'}{t}$

As is equally distributed on all sides

$K = \dfrac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

1.2, 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2, 0.0

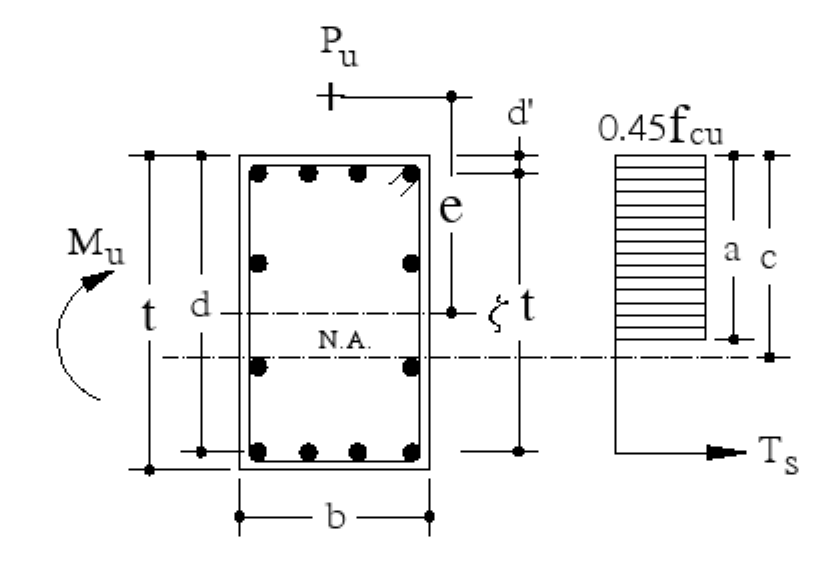
$f_y = 360$ **N/mm²**

$\zeta = 0.8$

$\mu = 8$ ‰, $\mu = 7$ ‰, $\mu = 6$ ‰, $\mu = 5$ ‰, $\mu = 4$ ‰, $\mu = 3$ ‰, $\mu = 2$ ‰, $\mu = 1$ ‰

0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40

$K \dfrac{e}{t} = \dfrac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$\mu = \dfrac{As}{b \cdot t}$

$As = \mu \cdot b \cdot t$

$\zeta = \dfrac{d - d'}{t}$

As is equally distributed on all sides

$K = \frac{P_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t}$

$f_y = 360$ N/mm^2

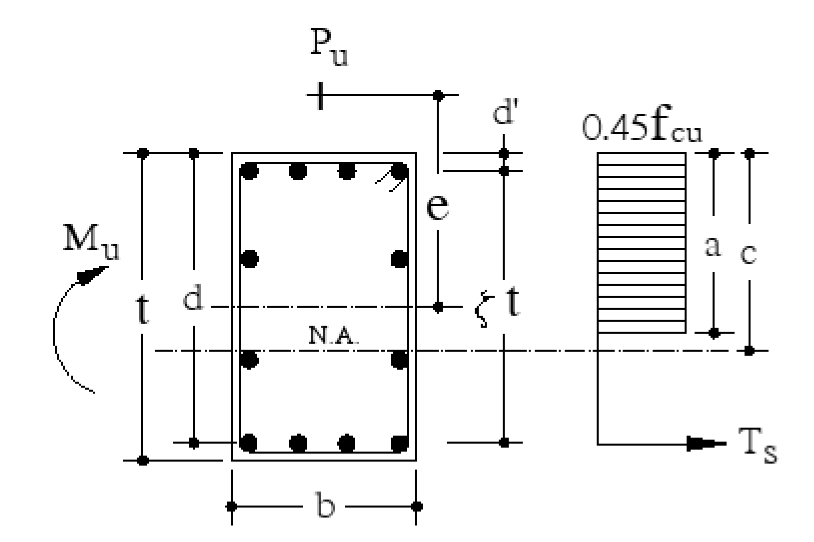
$\zeta = 0.7$

$\mu = 1\,‰$, $\mu = 2\,‰$, $\mu = 3\,‰$, $\mu = 4\,‰$, $\mu = 5\,‰$, $\mu = 6\,‰$, $\mu = 7\,‰$, $\mu = 8\,‰$

Vertical axis: 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2

Horizontal axis: 0.00, 0.05, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35

$K \frac{e}{t} = \frac{M_u}{f_{cu} \cdot b \cdot t^2}$



$\mu = \frac{A_s}{b \cdot t}$

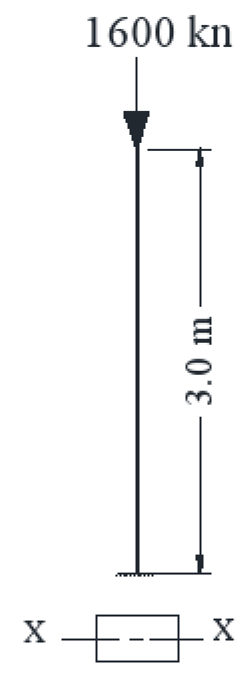
$A_s = \mu \cdot b \cdot t$

$\zeta = \frac{d - d'}{t}$

As is equally distributed on all sides

Chapter (10) – Problems

1- The reinforced concrete column shown is 3.0 m high and is free at top and fixed at bottom and subjected to an ultimate load of 1600 kn with an eccentricity of 120 mm in x-direction. Use the interaction diagram to design the column showing all necessary details. f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2.



2- Design a spiral R.C. column to resist an axial ultimate load of 130 tons, f_{cu}=25 N/mm^2, fy = 360 N/mm^2, fy (spiral) = 240 N/mm^2.

3- A reinforced concrete un-braced column 6.0 m high is partly fixed at both ends and is subjected to an ultimate load of 1200 kn and a bending moment of 240.0 m.kn. Use the interaction diagram to design the column. f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 400 N/mm^2.

4- A reinforced concrete circular column of 500 mm diameter is carrying a 2500 kn working load, Use the ultimate strength design method to :

a- Design the column as a tied column.

b- Design the column as a spiral column.

f_{cu} = 30 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2, and f_{ys} = 240 N/mm^2.

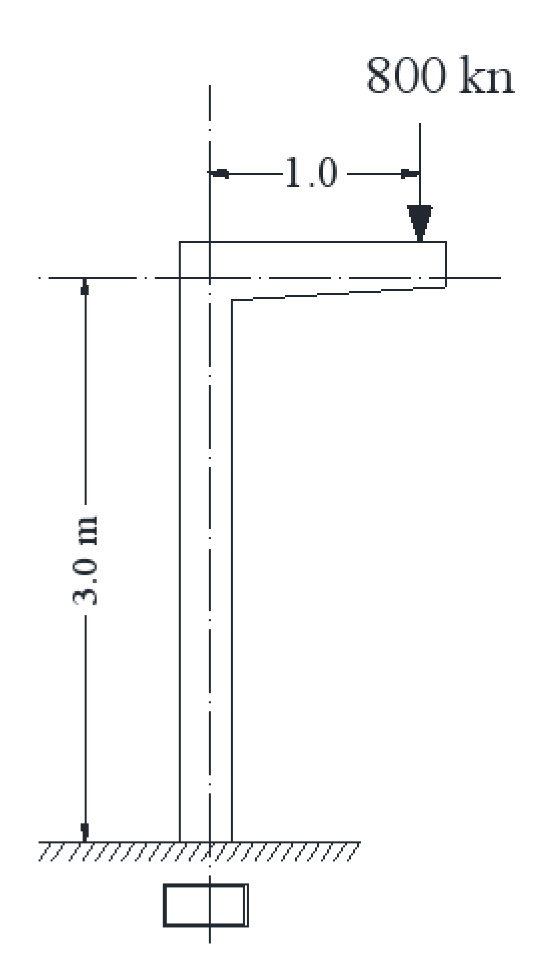
5- Determine the ultimate load that can be supported by a spiral column having a hexagonal shape of 400 mm side length and 6 Φ 20 main reinforcement. The spiral reinforcement is Ø8 every 60 mm. The material properties are: f_{cu} = 25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2.

6- Design a rectangular reinforced concrete unbraced column as shown in figure :

a- Choose the column section to satisfy the code requirements as short column.

b- Design the column subjected to an axial load and bending moment.

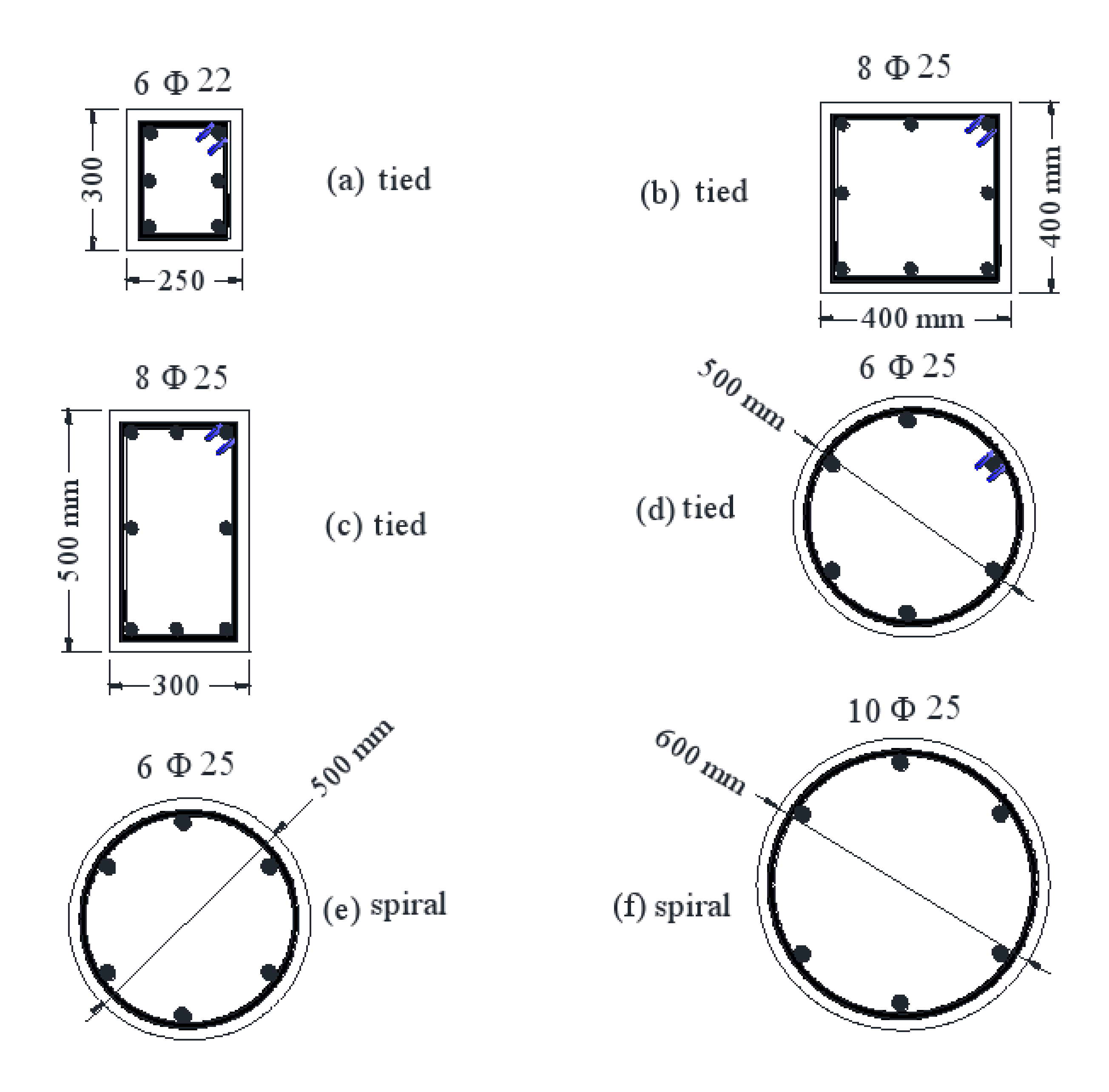
c- Draw the column details in section. f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.



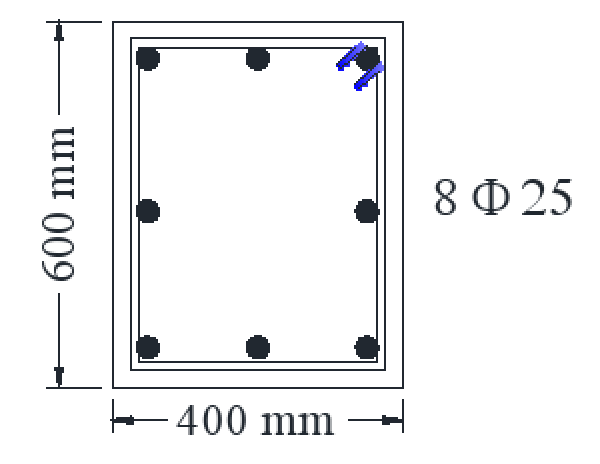
7- Design a rectangular reinforced concrete braced column of 300 mm width and is subjected to an ultimate axial load of 1200 kn and an ultimate bending moment about the strong axis of 180 m.kn. f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2 .

8-A reinforced concrete spiral column 3.0 m tall is fixed at one end and hinged at the other is subjected to ultimate load of 2400 kn. f_{cu} =25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2. f_{ys} = 360 N/mm^2. Design the column showing all necessary details.

9- Calculate the axial load strength P_u for columns having the cross-section. Assume minimum eccentricity for all cases.

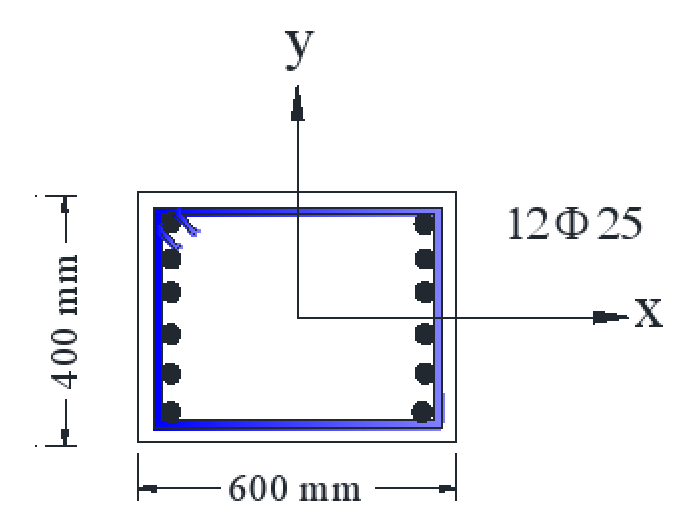


10- Construct the load moment interaction diagram for the cross-sections shown

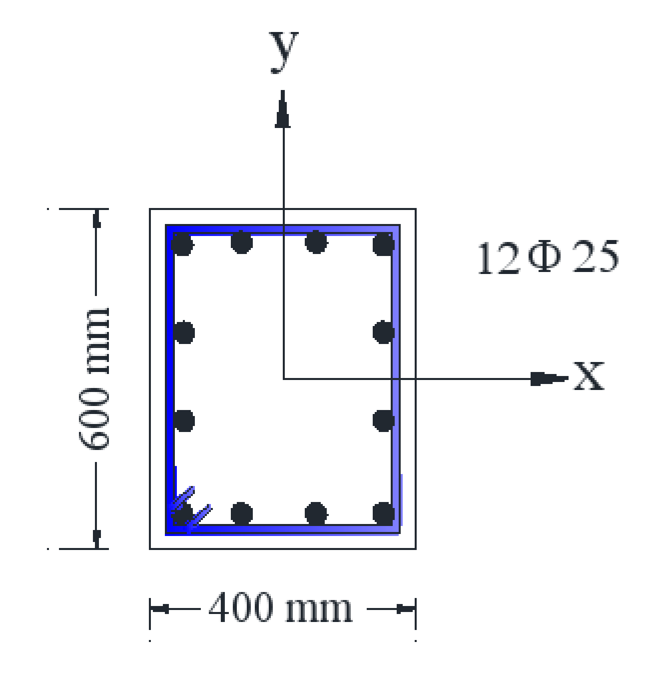


11- Using the interaction diagram, design a column with length = 700 mm., and b = 450mm , P_D = 1000 kn and P_L = 3200 kn and M_u = 900 m.kn. Determine the amount of reinforcement and type of ties and their spacing for f_y =400 N/mm^2 and f_c =35 N/mm^2.

12- The section of a short tied column is 600 x 400 mm. and is reinforced with 12 Φ 25 bars as shown. Determine the allowable ultimate load on the section P_u if its acts at e_x = 12 cm. Use f_c = 30 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2.



13- Determine the load capacity of the column reinforced with 12 Φ25 , if the eccentric loading is at e_y = 10 cm. and f_c = 300 kg/cm^2 and f_y= 3600 kg/cm^2 .

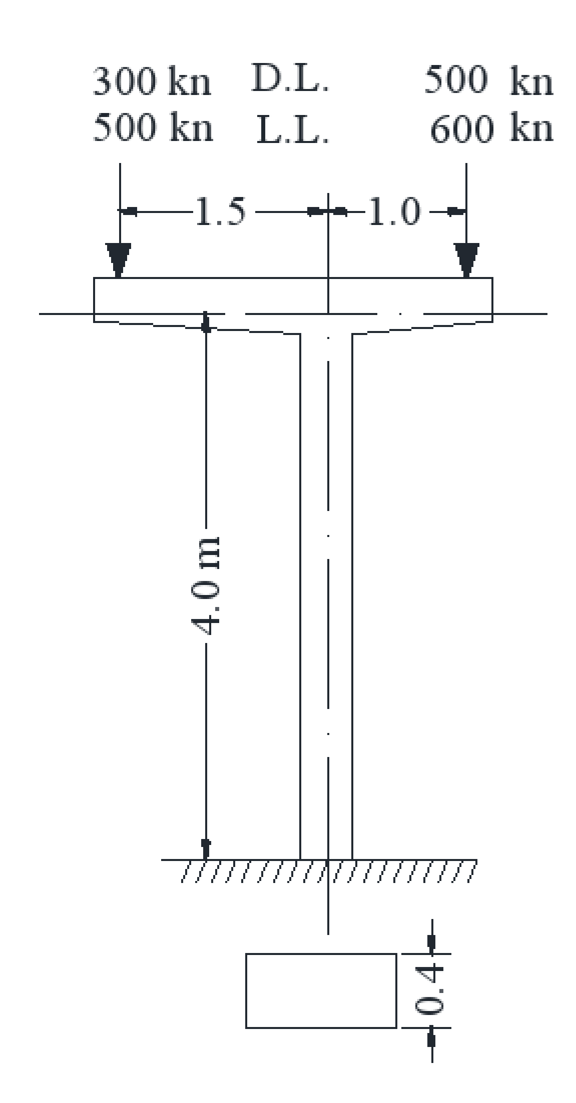


14- Design a rectangular reinforced concrete unbraced column as shown in figure, The column is 400 mm wide and is partly fixed at the top and fixed at the bottom and subjected to the shown loads:

a- Choose the load combination that gives maximum stresses.

b- Design the column subjected to an axial load and bending moment.

d- Draw the column details in section. $f_{cu} = 25$ N/mm^2 and $f_y = 360$ N/mm^2.



15-A reinforced concrete spiral column 4.0 m tall is fixed at bottom and partly fixed at top is subjected to ultimate load of 3000 kn. f_{cu} =25 N/mm^2, f_y = 360 N/mm^2. f_{ys} = 360 N/mm^2. Design the column showing all necessary details.

16- Design a rectangular reinforced concrete braced column of 350 mm width and is subjected to an ultimate axial load of 1500 kn and an ultimate bending moment about the strong axis of 280 m.kn. f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2 .

17- Define effective length, pedestal, column and wall.

18- Classify the columns based on types of reinforcement.

19- Classify the columns based on loadings.

20- Classify the columns based on slenderness ratios.

21- Explain braced and unbraced columns.

22- What are the minimum and maximum amounts of longitudinal reinforcement in a column?

23- What are the minimum numbers of longitudinal bars in rectangular and circular columns?

24- What is the maximum pitch of transverse reinforcement in a column?

25- What is the minimum diameter of lateral ties in a column?

26- Explain the assumptions of determining the strain distribution lines in a column subjected to axial force and biaxial bending.

27- State the minimum eccentricity of a rectangular column for designing.

28- Draw four typical strain profiles of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column causing collapse subjected to different pairs of Pu and Mu when the depths of the neutral axis are

(i) c less than the depth of column t.

(ii) c equal to the depth of column t.

(iii) $t < c < \infty$

(iv) $c = \infty$

Explain the behavior of column for each of the four strain profiles.

29- Name and explain the three modes of failures of short, rectangular and symmetrically reinforced concrete columns subjected to axial load P_u uniaxial moment M_u.

30- Draw a typical interaction diagram, and explain the three zones representing three modes of failure of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u.

31- Draw the compressive stress block of concrete of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load P_u and uniaxial moment M_u , when the neutral axis lies outside the section.

32- Derive expression of determining the stresses anywhere within the section of a column of problem 31.

33- Draw the compressive stress block of concrete of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load Pu and uniaxial moment Mu, when the neutral axis is within the section.

34- Explain the principle of determining the stresses (both tensile and compressive) of longitudinal steel of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load Pu and uniaxial moment Mu.

35- Write the governing equations of equilibrium of a short, rectangular and

symmetrically reinforced concrete column subjected to axial load Pu and uniaxial moment Mu.

36- Would you use the equations of equilibrium for the design of a short, rectangular and symmetrically reinforced concrete column for a given pair of Pu and Mu? Justify your answer.

37- Each of the following statements has four possible answers. Choose the correct answer

(a) The designed axial load of a short column has the theoretical carrying capacity before it collapses

(i) P = Po only as obtained from the interaction diagram on the vertical axis.

(ii) P = Designed axial load with the code stipulated minimum eccentricity only.

(iii) A pair of Pb and Mb only.

(iv) All of the above.

(b) A short column in compression failure due to an axial load Pu and uniaxial moment Mu may have

(i) $a = 0$ and $e = 0$

(ii) $a = \infty$ and $e = 0$

(iii) $a = 0$ and $e = \infty$

(iv) $a = \infty$ and $e = \infty$

(c) The maximum compressive strain of concrete in balanced failure of a short column subjected to P_b and M_b is

(i) 0.0030

(ii) 0.003 minus 0.75 times the tensile strain of steel

(iii) 0.002

(iv) None of the above

الباب الحادى عشر

تصميم الأساسات الخرسانية المسلحة

Design of R.C Foundations

11-1- تعريف:

الاساسات أو القواعد (footings) هي ذلك الجزء من المنشأ الذي ترتكز عليه أعمدة المنشأ أو حوائطة لينقل أحمالها بأمان الي التربة التي يقام عليها المنشأ ولتحقيق الأمان بالنسبة للمنشأ يجب أن تتحقق الشروط التالية

أ- يجب ألا تتعدي قيمة الاجهاد الناتج عن أحمال المنشأ عند مستوي القواعد يجب ألا تتعدي قيمة الاجهاد الذي تتحملة التربة . وذلك كي لا يحدث انهيار التربة وبالتالي انهيار المنشأ .

ب- يجب الا يحدث هبوط (Settlement) للتربة او دوران للقواعد (rotation) اكبر من القيم المسموح بها

ج- يجب الا يحدث انقلاب (overturning) أو انزلاق (sliding) للقواعد يؤدي إلي انهيار ها .

11-2- أنواع القواعد Types of Footings :

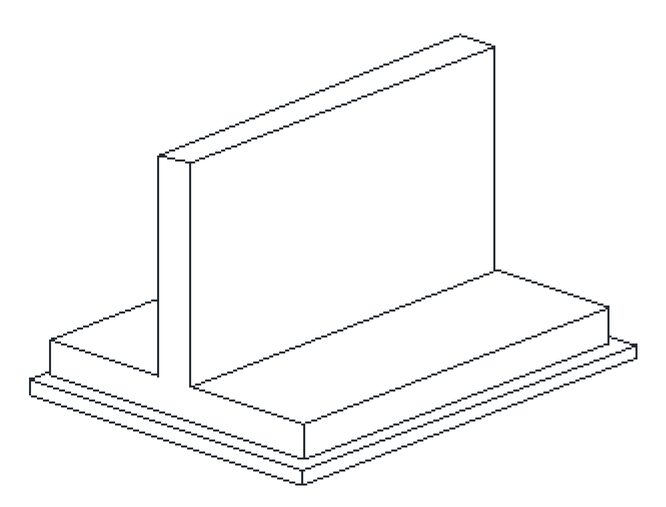
تنقسم القواعد إلي عدة أنواع حسب أحمال الأعمدة والمسافات بينها وكذلك حسب حالة التربة والإجهاد الذي تتحمله . وتنقسم الأساسات عموما إلي نوعين رئيسيين هما :

11-2-1- القواعد السطحية Shallow Foundation :

و هي القواعد القريبة من سطح الأرض أي أن عمق التأسيس يتراوح بين واحد متر أو أربعة أمتار وفي هذه الحالة تكون حالة التربة القريبة من سطح الأرض جيدة ويمكنها مقاومة الأحمال . و هذه القواعد بدور ها تنقسم الي عدة أقسام كما يلي :-

11-2-1-1- قواعد الحوائط Wall Footing :

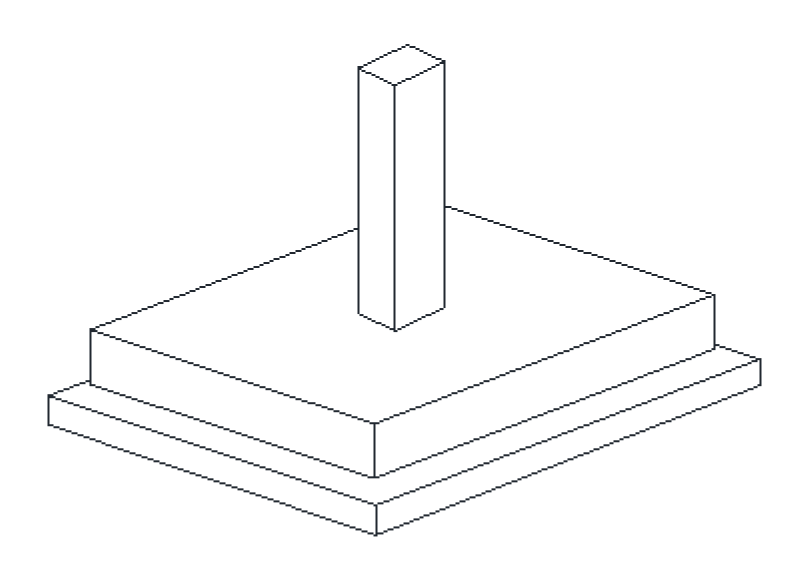
و هي عبارة عن شريحة من الخرسانة المسلحة الحاملة لحائط انشائي لنقل حملة بامان الي التربة كما هو موضح بالشكل (11-1) .



شكل (11-1) قاعدة حائط

-2-1-2- القواعد المنفصلة Column Footing :

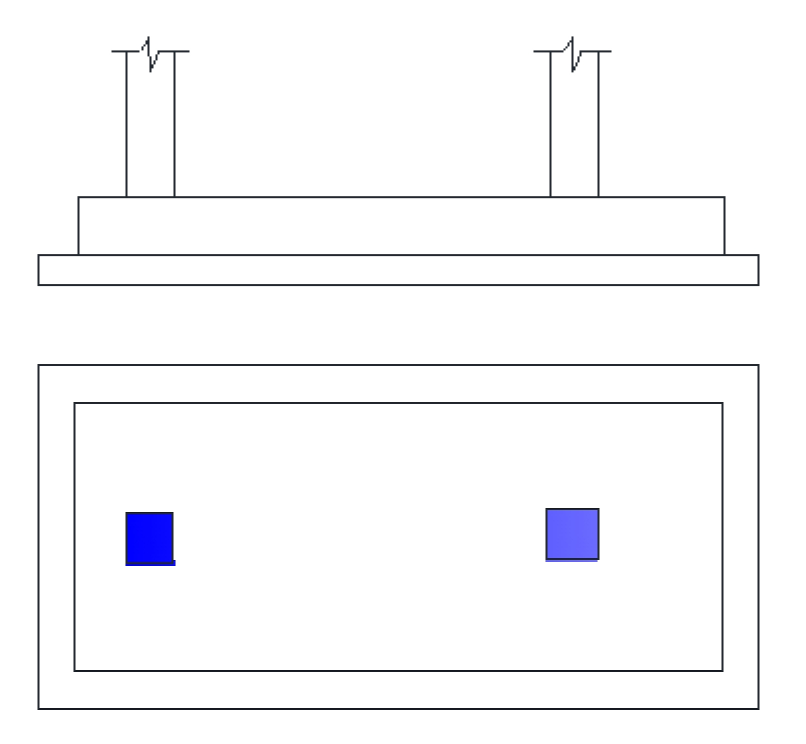
و هي قاعدة مستطيلة تحمل عددا واحدا في مركز ها لتنقل حملة بأمان إلي التربة وتستخدم عادة حينما تكون هناك مسافة كافية بين الأعمدة تمنع تدخل القواعد مع بعضها البعض . كما بالشكل 11- 2.



شكل رقم (11-2) قاعدة منفصلة

-3-1-2-11 القواعد المشتركة Combined Footing :

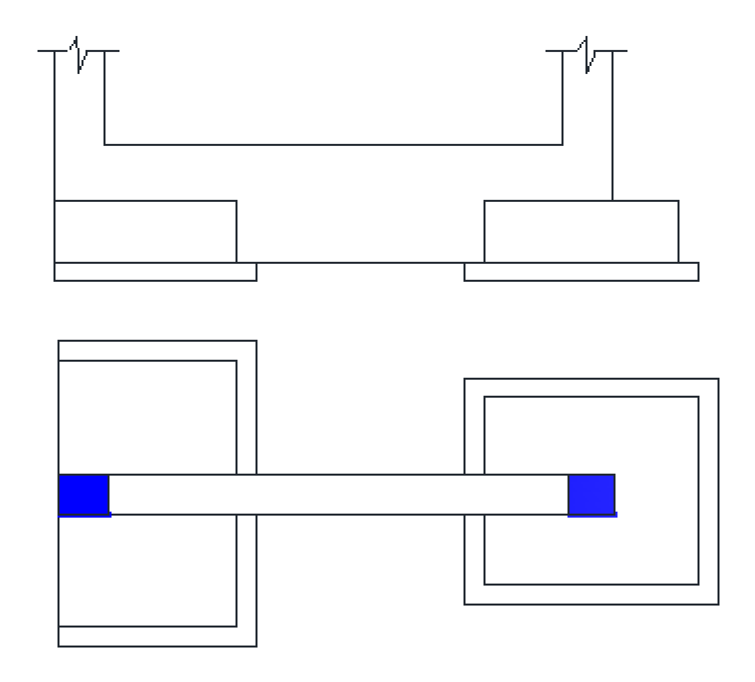
عادة تستخدم القواعد المشتركة عندما لاتكون هناك مسافة كاتبية بين المحورين بحيث يحدث تداخل بين قاعدتيهما المنفصلتين . وتاتخذ القواعد المشتركة اشكالا مختلفة كما موضح بالشكل 11-3.



شكل رقم (11-3) قاعدة مشتركة

11-2-1-4- القواعد ذات الشدادات أو القواعد الكابولية Strap Footings :

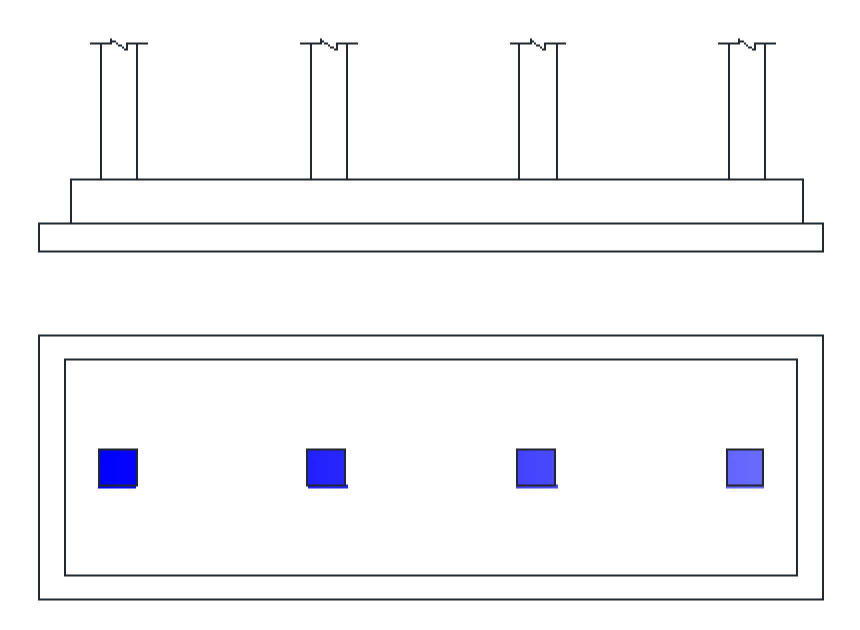
في حالة وجود عمود ملاصق لحدود الجار ، أو عدم وجود مساحة كافية من أحد الجوانب القاعدة بعد العمود؛ في هذه الحالة لا يمكن عمل قاعدة منفصلة لهذا العمود لان العمود سيكون مرتكزا علي حافة القاعدة مسببا تركز الاجهادات تحته مع إمكانية انقلاب القاعدة لعدم انتظام توزيع الاجهادات أسفلها في هذه الحالة يتم ربط قاعدة اذا العمود (عمود الجار) مع اقرب قاعدة عمودية علي حد الجار بشراء بحيث يقوم هذا الشداد بإعادة توزيع الاجهادات أسفل قاعدة الجار ومنعها من الانقلاب كما هو موضح بالشكل (11-4) .



شكل رقم (11-4) قاعدة ذات شداد

11-2-1-5- القواعد المستمرة Continuous Footings :

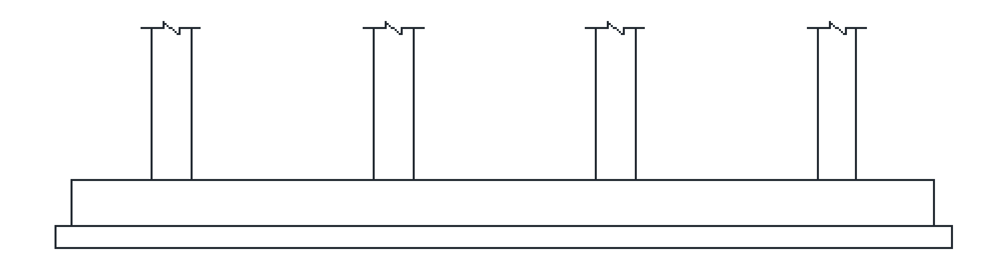
و هي القاعدة التي تحمل صفا من الأعمدة (ثلاثة فأكثر) ويكون عرضها ثابتا . ومثال لذلك قاعدة السور كما بالشكل (11-5) .

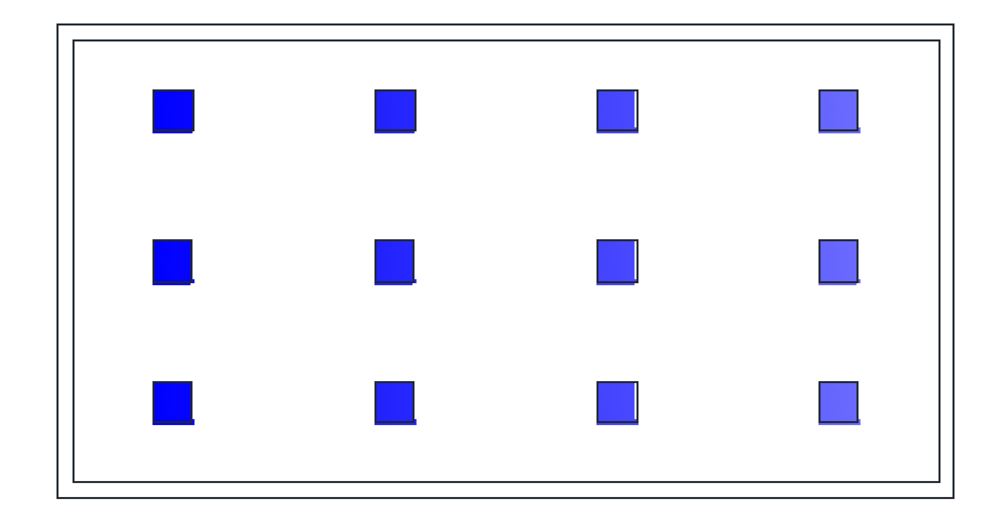


شكل رقم (11-5) قاعدة مستمرة

11-2-1-6- القواعد المستمرة فى الإتجاهين (اللبشة) Raft or Mat Foundation :

و هي عبارة عن قاعدة واحدة أسفل كامل مسطح المبني ويستخدم هذا النوع من القواعد عندما يكون إجهاد تحمل التربة ضعيفا أو عندما تكون أحمال الاعمدة كبيرة نسبيا ويسبب ذلك تداخل القواعد وكذلك عندما تتطلب طبيعة المنشأ تقليل الهبوط النسبي differential settlement بين القواعد المنفصلة ويوضح الشكل (11-6) قاعدة مستمرة في الاتجاهين (raft foundation) .

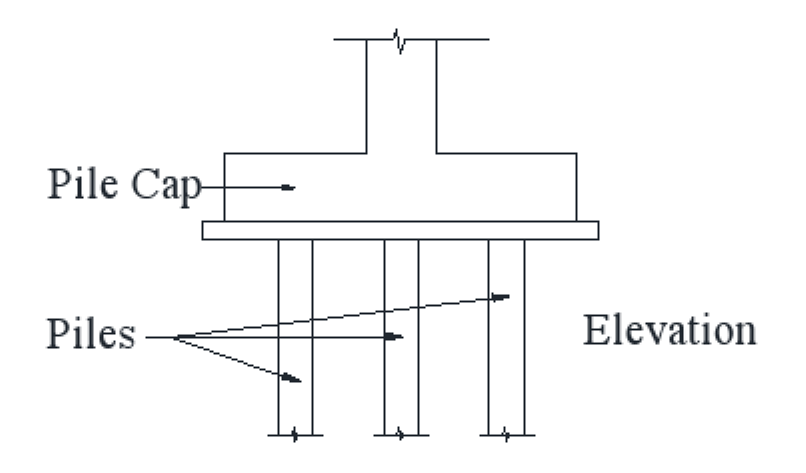


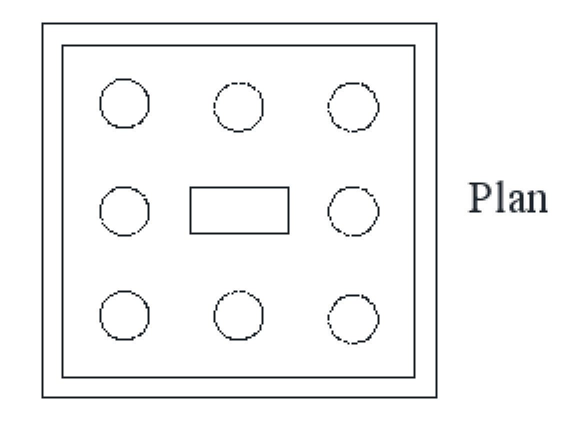


شكل رقم (11-7) قاعدة مستمرة فى الاتجاهين

11-2-1-7- القواعد العميقة Deep Foundation :

تستخدم القواعد العميقة في حالة وجود تربة ضعيفة قليلة التحمل في الامتار الاولي التي تلي سطح التربة وفي هذة الحالة يتم نقل حمل العمود الي التربة السليمة او التربة القوية والتى تكون علي بعد عشرة او عشرين او اكثر من عشرين متر من سطح الارض بواسطة خوازيق piles بحيث يرتكز العمود علي قاعدة (pile cap) ترتكز بدورها علي عدد من الخوازيق piles حسب تحمل الخازوق وفي بعض الاحيان تكون هذة القاعدة مستمرة في الاتجاهين (أي لبشة) ترتكز علي عدد من الخوازيق بحيث تنقل من الاعمدة بامان الي التربة السليمة في الاعماق . ويوضح الشكل (11-7) عمود يرتكز علي قاعدة ترتكز بدورها علي خوازيق (piles) .





شكل رقم (11-7) قاعدة على خوازيق

11-3- تصميم القواعد المنفصلة Design Considerations :

في هذا الجزء سوف يتم التركيز علي القواعد المنفصلة , وكما سبق فإن الوظيفة الأساسية للقواعد هي توصيل الحمل من العمود إلي التربة بدون انهيار في التربة أو كسر في القاعدة او هبوط غير متساوي بين القواعد المتجاورة مما يؤدي إلي كسر في كمرات الأدوار العلوية والكمرات الأرضية . ولتلافي انهيار التربة يجب أن يكون إجهاد حمل العمود عند سطح تلامس القاعدة مع التربة اقل من آو يساوي إجهاد تحمل التربة والذي يقوم بتحديده استشاري ميكانيكيا التربة والأساسات ويعطي توصيات بجهد تحمل التربة ومنسوب التأسيس ونوع القواعد وخلافة .

ولكي نمنع اى نوع من الانهيارات في القاعدة يجب استيفاء وحساب الاجهادات التالية بحيث تكون مساوية أو أقل من المسموح به حسب كود الخرسانة :

أ- اجهاد الاختراق القص punching shear أو إجهاد القص المزدوج two – way shear

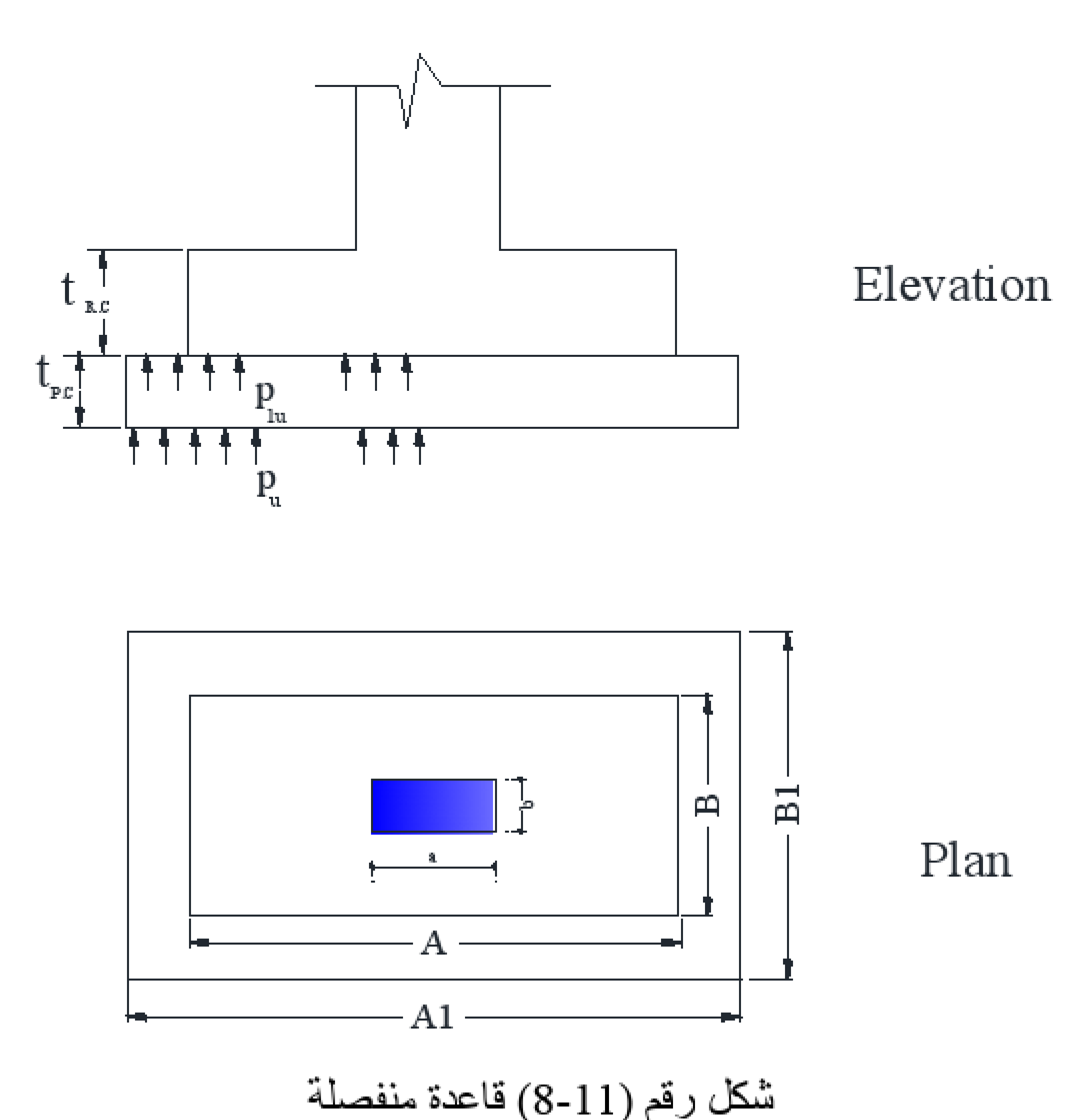
ب- إجهاد القص في اتجاه واحد one – way shear

ج- اجهاد العزوم flexural stress

د- طول التثبيت لحديد التسليح development length

4-11- تحديد أبعاد القاعدة Footing Size :

يتم تحديد ابعاد القاعدة الافقية حسب جهد التربة اما سمك القاعده فيتم تحديده من اجهادات التشرخ بالنسبة للقاعدة العادية ومن اجهادات القص المزدوج punching shear بالنسبة للقاعدة المسلحة وتتكون القاعدة المنفصلة من قاعدة من الخرسانة العادية ذات سمك حوالي 003 او 004 مم كما موضح بالشكل (8-11) تعلو ها قاعدة من الخرسانة المسلحة وتاخذ القاعدة شكل العمود فتكون مربعة في حالة العمود المربع وتكون مستطيلة في حالة



شكل رقم (8-11) قاعدة منفصلة

العمود المستطيل ولتلافي حساب العزوم في الاتجاهين يتم اخذ المسافة من حافة العمود حتي حافة القاعدة المسلحة متساوية في الاتجاهين أي ان :

$$\frac{A-a}{2}=\frac{B-b}{2}$$

كما أن رفرفة الخرسانة العادية عن القاعدة المسلحة تكون متساوية في الاتجاهين أي ان :

$$\frac{A_1-A}{2}=\frac{B_1-B}{2}$$

حيث ابعاد القاعدة المسلحة A×B وأبعاد القاعدة العادية $A_1 \times B_1$. ابعاد العمود a×b . كما هو موضح بالشكل (11-8) ويتم تحديد ابعاد القاعدة العادية ($A_{P.C}$) من المعادلة

$$A_{P.C} = \frac{P}{P_a} \qquad (11-1)$$

حيث P : الحمل الكلي للعمود = D + L

D : الحمل الثابت Dead Load

L : الحمل الحي Live Load

P_A : الإجهاد المسموح به للتربة Allowable Bearing Capacity Of Soil

$A_{P.C}$: مساحة القاعدة من الخرسانة العادية = $A_1 \times B_1$

$$A_{P.C} = A_1 \times B_1 \qquad (11-2)$$

$$A_1 - a = B_1 - b \qquad (11-3)$$

من المعادلتين السابقتين يمكن حساب B_1, A_1 . وبفرض سمك القاعدة العادية (t) 300 مم أو 400 مم يمكن تحديد ابعاد القاعدة المسلحة A×B .

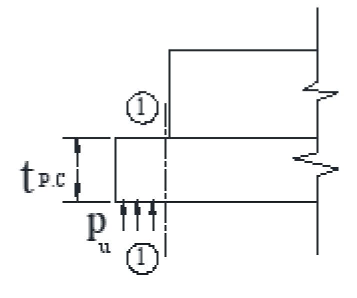
$$\left.\begin{aligned} A &= A_1 - 2t_1 \\ B &= B_1 - 2t_1 \end{aligned}\right) \qquad (11-4)$$

وبمعرفة أبعاد القاعدة المسلحة A×B يمكن تحديد إجهاد التماس بين الخرسانة المسلحة والخرسانة العادية (p_{1u})

$$p_{1u} = \frac{P}{A \times B} \qquad (11-5)$$

11-5- التصميم لمقاومة إجهاد التشرخ فى الخرسانة العادية Cracking Stress :

يتم حساب اجهاد الشد نتيجة العزوم الانحناء في الخرسانة العادية بإعتبار شريحة عرضها واحد متر ومقارنته بحد التشرخ f_{ctr} المسموح به في الخرسانة



شكل رقم (11-9) إجهاد التشرخ فى الخرسانة العادية

$$F_{ctr} = 0.6\sqrt{f_{cu}} \quad N/mm^2 \qquad \text{.......................................(11 – 6)}$$

$$M_{1-1} = p_a \times 1.0 \times t_{p.c} \times \frac{t_{p.c}}{2}$$

$$f_t = \frac{M_{1-1} \times y}{I} = \frac{M_{1-1} \times (\frac{t_1}{2})}{(1) \times \frac{t_1^{3}}{12}} = \frac{6M_{1-1}}{t_1^{2}}$$

ويجب التحقق من أن إجهاد الشد Ft لا تتعدي قيمة إجهاد الشد f_{ctr}

6-11- التصميم لمقاومة قص الاختراق (القص المزدوج) Two Way Shear Punching Shear or

بالنسبة للقص المزدوج أو قص الأختراق يجب ألا تزيد قيمة إجهاد القص الناتج عن حمل العمود عن القيمة التي تتحملها الخرسانة والتي حددها الكود q_{cup}

$$q_{cup} = 0.316 \times \sqrt{f_{cu}/\gamma_c} \quad N/mm^2 \qquad \text{.......................................(11 – 7)}$$

ويتم حسابه إجهاد قص الأختراق من الخطوات التالية :

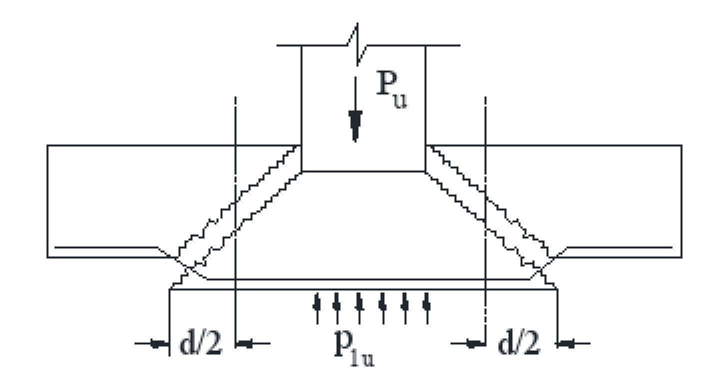
أ- نفرض قيمة سمك القاعدة المسلحة t_2 . ويتم تحديد العمق الفعال (d) .

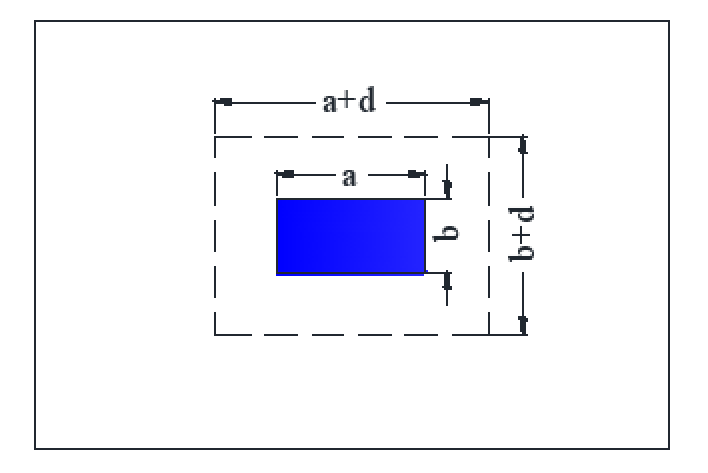
$$d = t_2 - 50 \quad mm \qquad \text{.......................................(11 – 8)}$$

ب- يتم حساب محيط المقطع الحرج المعرض لقص الأختراق (b_o) على بعد d/2 من وجة العمود كما هو موضح بالشكل (11 -10) .

$$b_o = 2(a+d) + 2(b+d) = 2(a+b+2d) \qquad \text{.......................................(11 – 9)}$$

ج- قوة القص القصوي التي تؤثر علي المساحة المحيطة تتكون حمل رأسى لأسفل مقداره P_u وضغط رأسى لأعلي مقداره p_{u1} مضروبا في معامل الحمل الاقصي و هو يساوي تقريبا 1.5 و هذا الضغط يؤثر علي المساحة الأفقية الموضحة بالشكل (11 – 10)





شكل رقم (11-10) إجهاد القص المزدوج فى القواعد العادية

$$V_u = P_u - 1.5 p_{u1} \qquad \ldots\ldots (11-10)$$

وفي بعض الأحيان يتم إهمال الضغط المؤثر لأعلي والإكتفاء بحمل العمود الأقصي ويتم حساب إجهاد قص الأختراق من المعادلة التالية

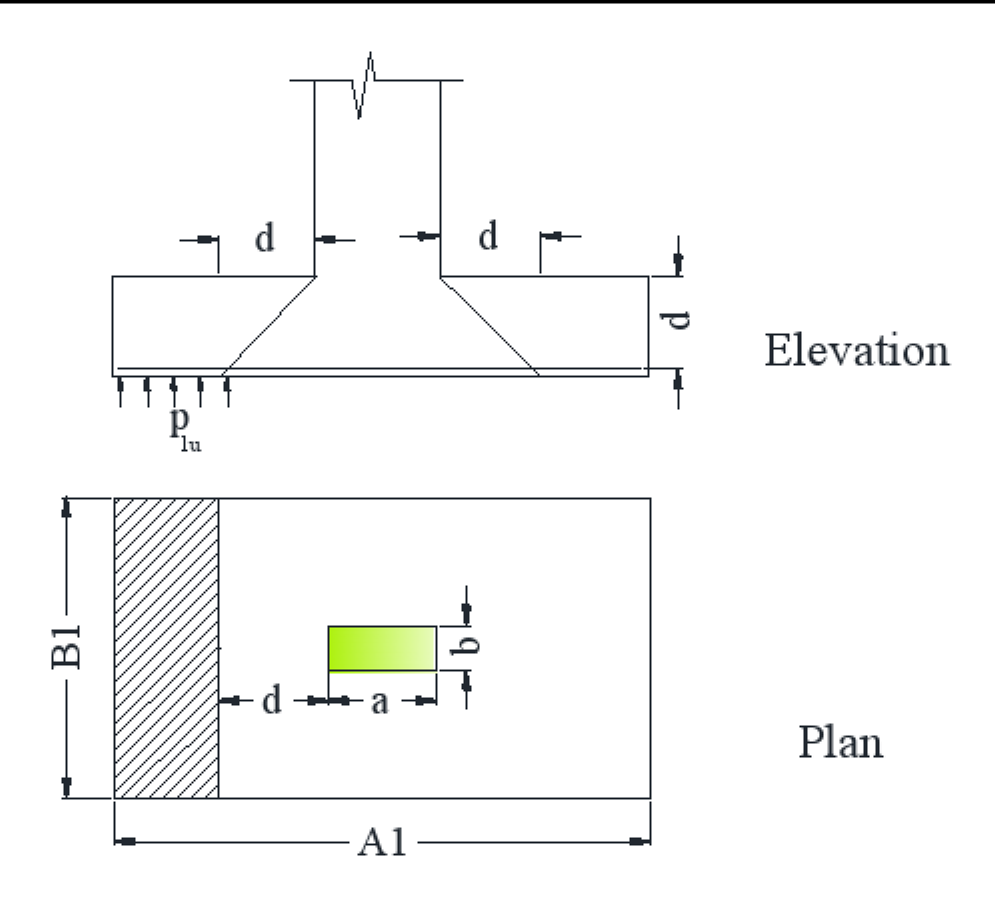
$$q_{up} = \frac{V_u}{b_o \times d} = \frac{P_u - 1.5 p_{a1}(a+d)(b+d)}{2(a+b+2d)d} \ldots\ldots (11-11)$$

$$q_{up} \le q_{cup} \ldots\ldots (11-12)$$

إذا لم تتحق المعادلة (11-12) يتم زيادة سمك القاعدة المسلحة اما إذا كانت قيمة إجهاد القص المزدوج الفعلي أقل بكثيرمن قيمة القص المزدوج المسموح بها ففي هذة الحالة يمكن تقليل سمك القاعدة المسلحة الي قيمة مناسبة.

11-7- التصميم لمقاومة القص المفرد Design For One-Way Shear :

في حالة القاعدة المعرضة لعزم إنحناء فإن المقطع الحرج لإجهاد القص المفرد يكون علي بعد (d) من وجهة العمود كما هو موضح بالشكل (11-11)



شكل رقم (11-11) إجهاد القص المفرد فى القواعد العادية

وبفرض شريحة عرضها الوحدة يتم حساب قوة القص المؤثرة علي المقطع الحرج من المعادلة

$$q_u = p_{1u} \times 1.0(\frac{A}{2} - \frac{a}{2} - d) \quad \ldots\ldots (11-13)$$

حيث p_{1u} تساوي p_{a1} مضروبة في معامل الحمل (تقريبا 1.5) ومن هذة المعادلة يتم حساب إجهاد القص المفرد من المعادلة

$$q_u = \frac{Q_u}{1000 \times d} \quad \ldots\ldots (11-14)$$

وبفرض شريحة واحد متر لابد من تحويلها الي سم بضربها × 100 . وبمقارنة إجهاد القص الفعلي بإجهاد القص المسموح به تتحقق من مقاومة القاعدة لإجهاد القص المفرد

$$q_u < q_{cu} \quad \ldots\ldots (11-15)$$

ومن الكود المصرى لتصميم المنشأت الخرسانية نجد أن قيمة الإجهاد القص المفرد المسموح بة كما يلى

$$q_{cu} = 0.13\sqrt{f_{cu}} \quad \ldots\ldots (11-16)$$

حيث fcu هي مقاومة الخرسانة المميزة لمكعب القياس بعد 28 يوم (و هي تساوي نصف قيمة القص المزدوج) .

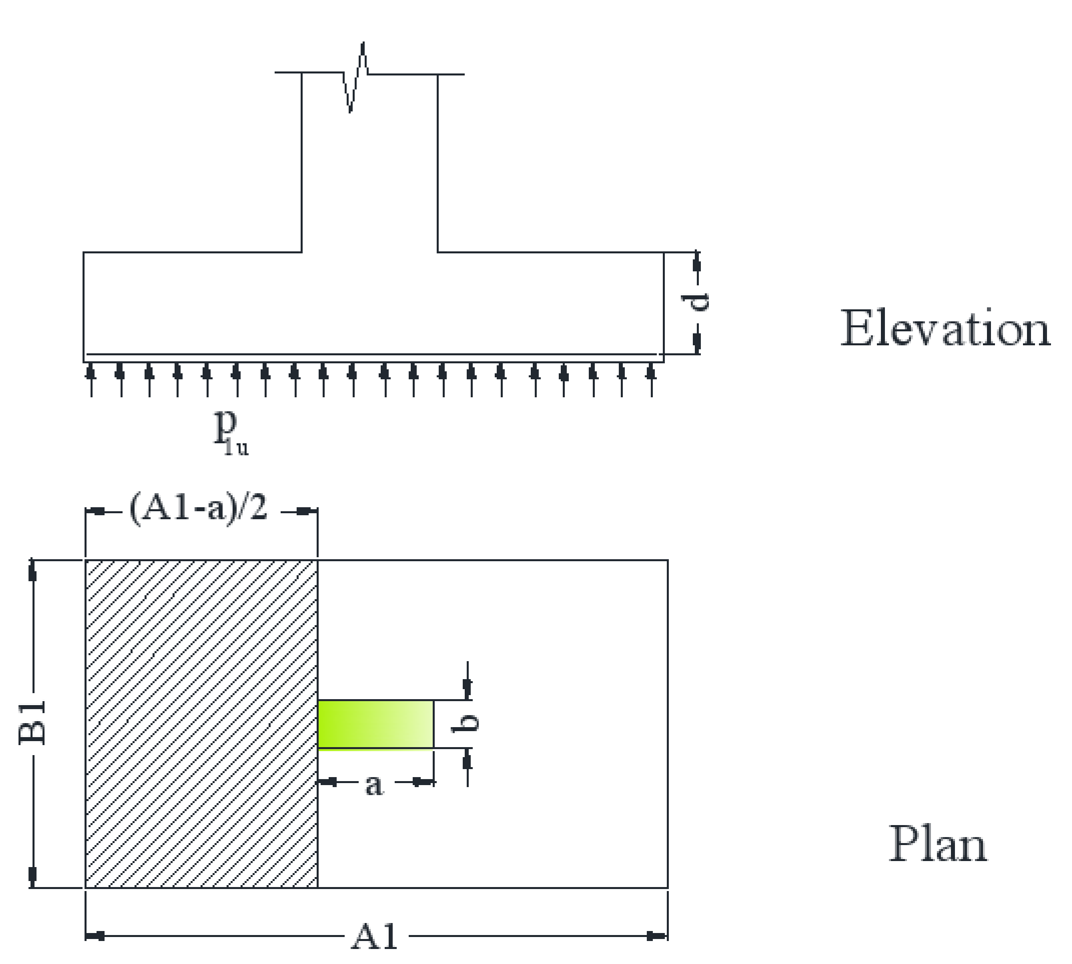
11-8- التصميم لمقاومة عزم الإنحناء Design For Flexure :

عند إختيار المسافة بين وجه العمود وحافة القاعدة المسلحة متساوية في الاتجاهين فإنة يمكن تصميم إتجاه واحد وإختبار الأخر مثله . لكن في الأحوال الأخري يجب تصميم القاعدة لمقاومة عزوم الانحناء في الإتجاهين . وأكبر قيمة لعزم الانحناء تكون عند وجه العمود كما هوموضح بالشكل (11-12) ويتم حساب عزم الانحناء الاقصى من المعادلة التالية

$$M_u = p_{1u}\left(\frac{A-a}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots (11-17)$$

وبمعلومية سمك القاعدة الفعال d و عرض الشريحة 1.0 متر يمكن حساب ku من المعادلة

$$Mu = K_u \cdot b \cdot d^2$$



شكل رقم (11-12) حساب عزوم الانحناء فى القواعد المنفصلة

و بمعلومية Ku يمكن الحصول على نسبة التسليح μ و بالتالى مساحة حديد التسليح لكل متر و يؤخذ التسليح فى الاتجاه الآخر مساويا للتسليح للاتجاه الاول فى حالة تساوى رفرفة القاعدة المسلحة من وجه العمود. و يلاحظ أن أقل نسبة تسليح البلاطات الخرسانية و القواعد تؤخذ مساوية للتسليح اللازم لمقاومة الانكماش (shrinkage) و الحرارة (temperature) و هذه النسبة تقل عن نسبة التسليح الدنيا للكمرات المسلحة. و يفضل تركيز حديد التسليح حول العمود بالنسبة للاتجاه الطويل فى طول مساوى لعرض القاعدة حسب الشكل (11-13) . و يتم

حساب نسبة حديد التسليح القصير المركز حول العمود الى حديد التسليح الكلى الموزع على الاتجاه الطويل من المعادلة

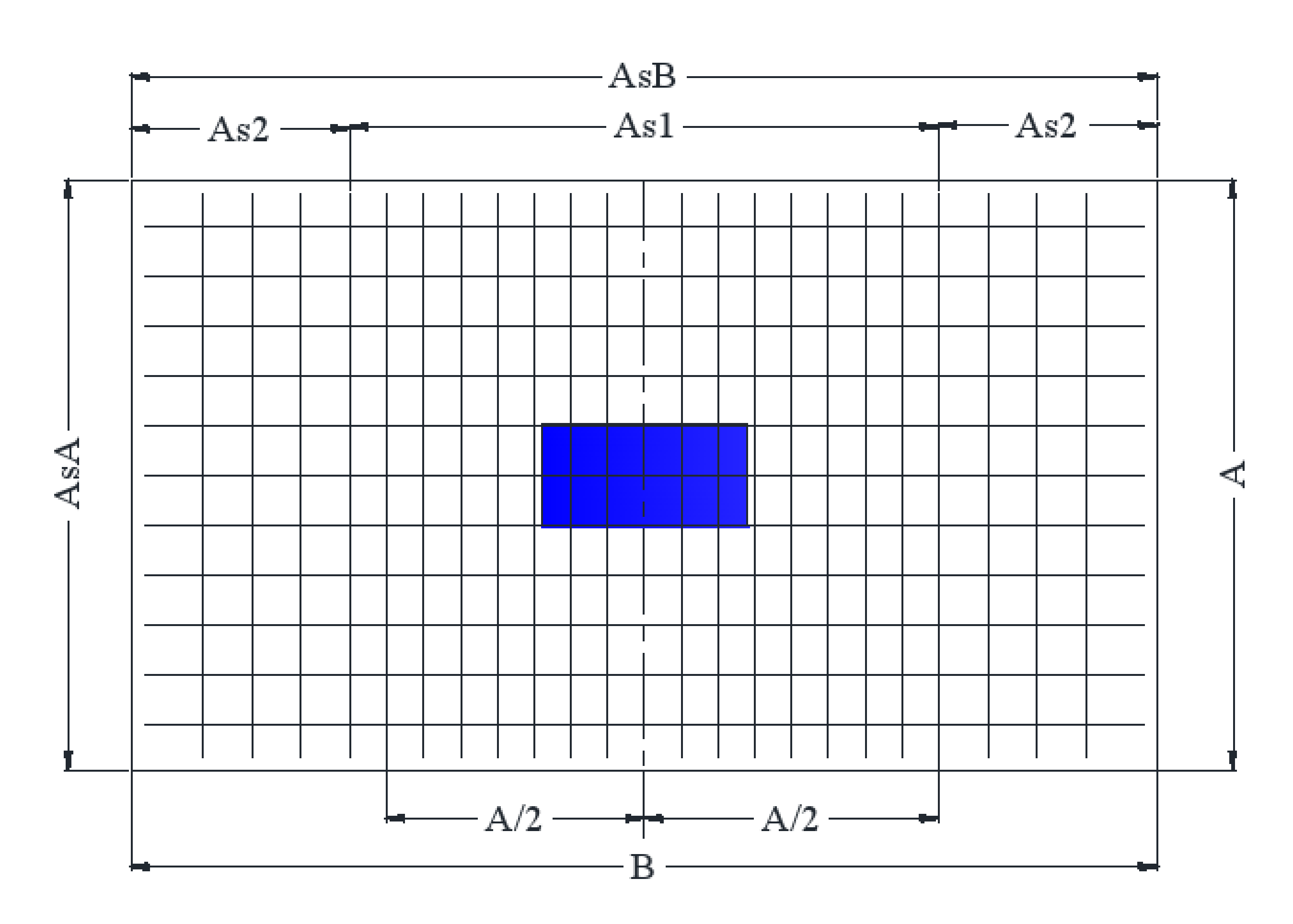
$$\frac{rfmt\ in\ band\ width}{total\ rfmt\ in\ short\ direction} = \frac{2}{\beta + 1} \quad \ldots\ldots\ldots (11-18)$$

حيث

$$\beta = \frac{long\ side\ of\ footing}{short\ side\ of\ footing}$$

11-8-1- أشاير تسليح العمود بالقاعدة المسلحة Dowels in footing :

يجب ان تقل مساحة أشاير العمود عن مساحة التسليح الكلى للعمود و أن تستمر هذه الأشاير داخل القاعدة المسلحة وربطها جيدا مع تسليح القاعدة وربطها من أعلى بكانات حتى تظل فى مكانها أثناء وبعد صب القاعدة

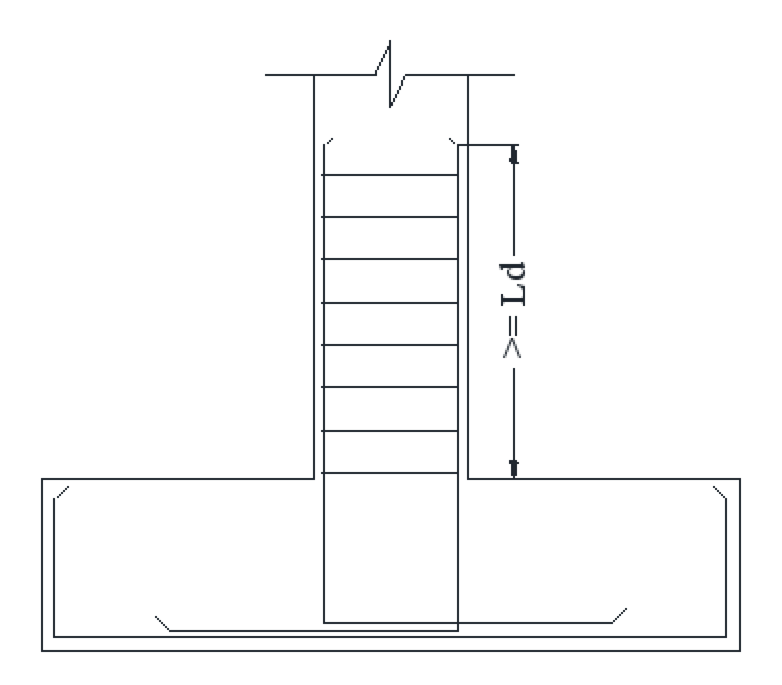


$As_1 = \gamma * AsB$ $\quad$ $As_2 = \frac{(1-\gamma)AsB}{2}$

$\beta = \frac{B}{A}$ $\quad$ $\gamma = \frac{2}{\beta + 1}$

شكل رقم (11-13) توزيع حديد التسليح فى القواعد المنفصلة

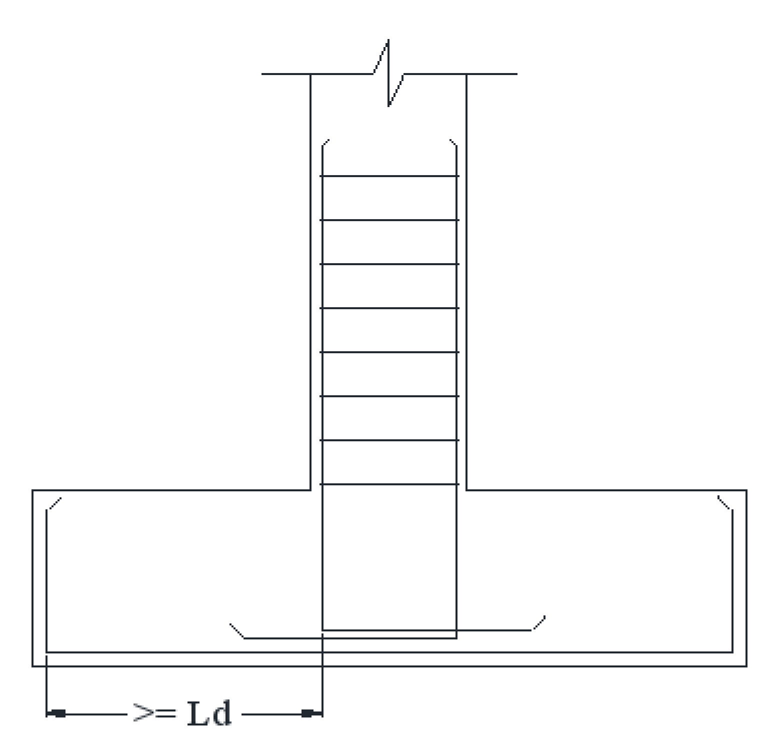
المسلحة كما هو موضح بالشكل (11-14) ولا يقل طول الأشاير بالعمود أعلى القاعدة المسلحة عن طول التماسك(Development length) حيث أن هذا الطول طول وصل الأشاير (splice) مع التسليح الرئيسى للعمود.



شكل رقم (11-14) أشاير العمود فى القواعد المنفصلة

11-8-2- طول التثبيت لحديد تسليح القاعدة Development Length :

يجب ألا يقل طول حديد التسليح للقاعدة من وجه العمود عن طول التثبيت فى الشد كما هو موضح بالشكل (11-15).



شكل رقم (11-15) طول التثبيت لحديد تسليح القواعد المنفصلة

Example (11-1)

Design an isolated footing to carry a column service load of 1000 kn. The column dimensions are 800 x 300 mm^2. The soil bearing capacity is 120 kn/m^2, f_{cu} = 25 N/mm^2, and fy = 360 N/mm^2.

Solution :

P = 1000 kn

$P_u = 120\ kn/m^2$

$$A_{p.c} = \frac{1000}{120} = 8.33\ m^2$$

$A*B = 8.33\ m^2$

A - 0.8 = B - 0.3

A = B + 0.5

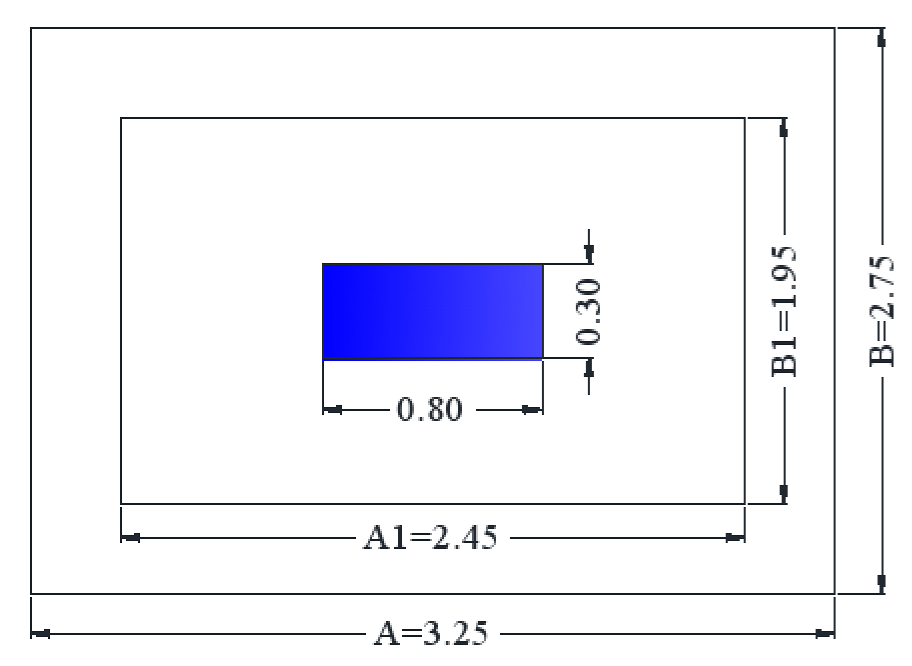
Choose $3.25 \times 2.75 = 8.9\ m^2$, $t_{P.C} = 400$ mm

$A1 = A - 2 * t_{P.C}$

A1 = 3.25-2*0.4 = 2.45 m

B1 = 2.75-2*0.4 = 1.95 m

$$P_{1u} = \frac{1.5 * P}{A_{R.c}} = \frac{1.5 * 1000}{1.95 \times 2.45} = 314\ kn/m^2$$



1- Two – way shear

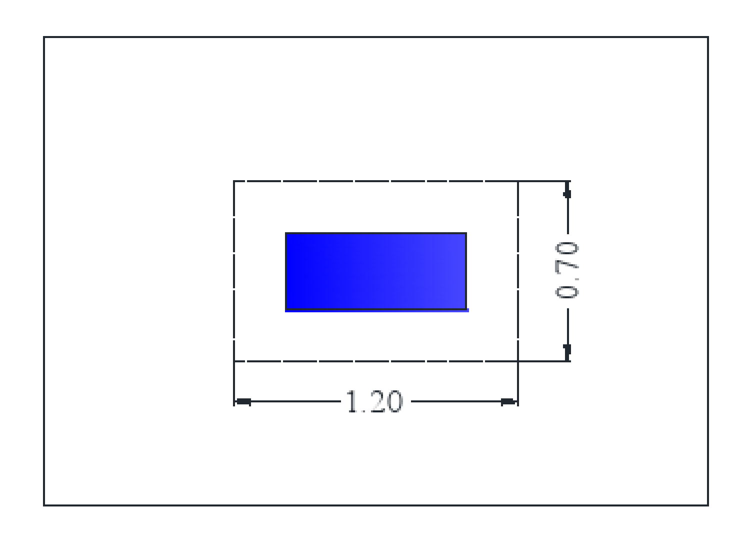
assume $t_{R.c} = 500$ mm , d = 430 mm

$$q_p = \frac{P_u - p_{1u} A_p}{b_0 \; d}$$

$$= \frac{1500 - 314 \times 0.7 \times 1.2}{2(0.7+1.2) \times 0.43} = 756.5 \text{ kn/m}^2 \qquad = 75.7 \text{ N/ mm}^2$$

$$q_{cup} = 0.316 \sqrt{25/1.5} = 1.29 \text{ N/mm}^2$$

$q_p < q_{cup}$ o.k

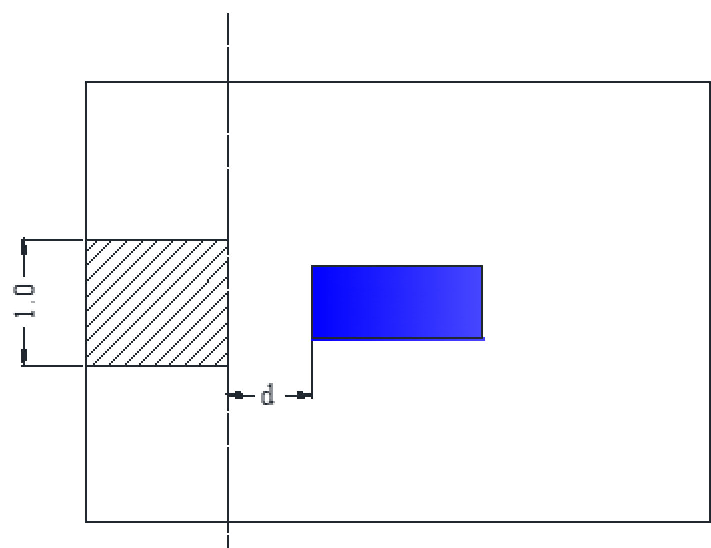


2- one way shear

$$Q = p_{1u} \times 1 \left(\frac{A1 - a}{2} - d\right) = 314(\frac{2.45 - 0.8}{2} - 0.4) = 133.5 \; kn$$

$$q_u = \frac{Q}{1000 d} = \frac{133.5 * 1000}{1000 \times 430} = 0.31 \text{ N/mm}^2$$

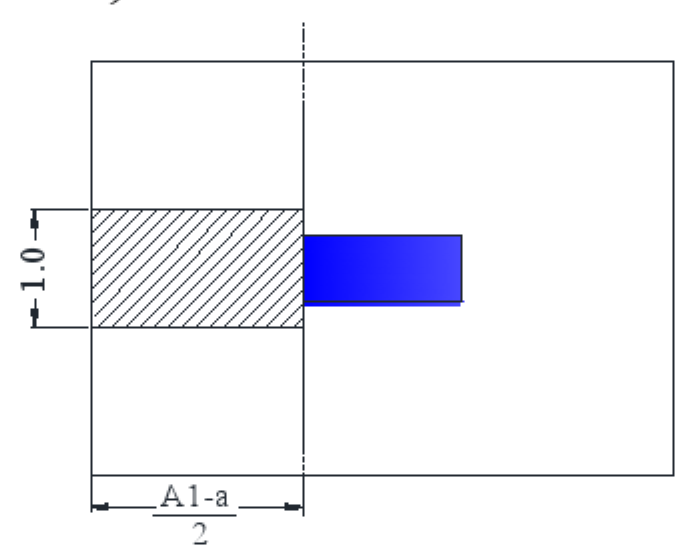
$q_{cu} = 0.4 \sqrt{f_{cu}} = 0.13 \sqrt{25} = 0.63$ N/mm² $> q_u$ o.k.



3-Bending Moment

$$M_{1\text{-}1} = p_{1u} \left(\frac{A1-a}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= 0.5 \times 314 \left(\frac{2.45 - 0.8}{2}\right)^2 = 106.85 \text{ m.kn}$$

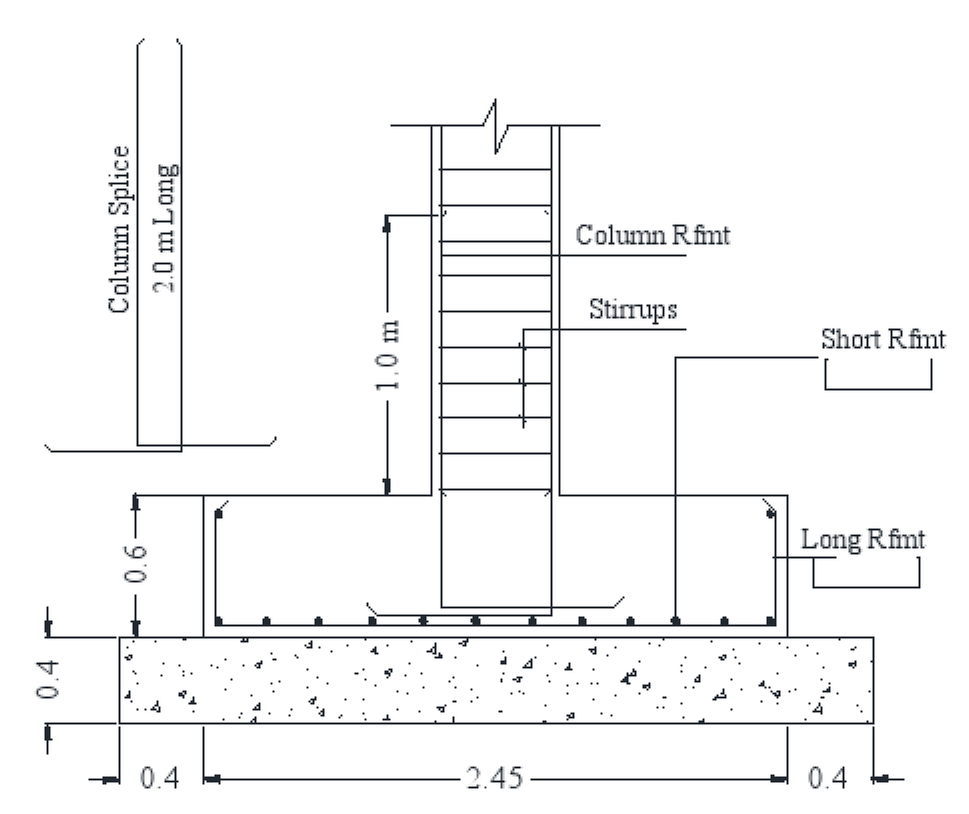


$M_u = K_u \, bd^2$

$106.85 \times 10^6 = K_u \,(1000)\,(430)^2$

$K_u = 0.57$ $\mu = 0.25$

$A_s = \frac{0.25}{100} \times 1000 \times 430 = 1075 \text{ mm}^2 = 6\ \varphi\ 16/\ m'$



Typical Section in Isolated Footing

Chapter (11) – Problems

1- An isolated footing supporting a 300 x 600 column is carrying a working load of 1200 kn. The soil bearing capacity is 120 kn/m^2 . Design the footing showing all necessary details. f_{cu} = 22.5 N/mm^2 , f_y = 240 N/mm^2.

2- Design a rectangular footing for column (400 mm x 600 mm) that carries a working load P_u = 1800 kn, the allowable bearing capacity=130 kn/m^2, f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2.

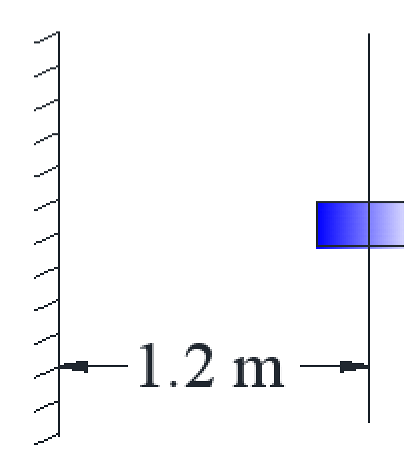
3- Design a square footing for column (500 x 500) mm^2 that carries an ultimate load P_u =2500 kn, the allowable bearing capacity=150 N/mm^2, f_{cu} = 25 N/mm^2 and f_y = 360 N/mm^2

4- It is required to design an isolated R.C. footing to carry a 400 x 700 column of 2400 kn ultimate load. The soil bearing capacity is 125 kn/m^2, fcu = 22.5 N/mm^2, fy = 360 N/mm^2. Draw all necessary details.

5- Design a reinforced concrete footing to support a 500 mm wide concrete wall carrying a dead load = 30 k/ft, including the weight of the wall, and a live load = 25 k/ft. The bottom of the footing is 2 m below final grade. Use f_c = 30 N/mm^2, fy = 360 N/mm^2 and allowable soil pressure = 220 kn/m^2.

6- A reinforced concrete column (300 mm x 700 mm) with its center line at 1.2 m from the borders of the property (as shown in figure), The ultimate load Pu =1500 kn, the allowable bearing capacity=150 kn/m^2, f_{cu} = 25 kn/m^2 and f_y = 360 N/mm^2

Design the isolated footing for the mentioned column showing all details.



7- What are the two essential requirements of the design of foundation?

8- Mention five points indicating the differences between the design of foundation and the design of other elements of superstructure.

9- Draw sketches of different shallow foundations.

10- Explain the difference between gross and net safe bearing capacities of soil. Which one is used for the design of foundation?

11- How would you determine the minimum depth of foundation?

12- What are the critical sections of determining the bending moment in isolated footing?

13- Explain the one-way and two-way shears of foundation slabs.

14- Draw the actual distributions of base pressures of soil below the footing in sandy and clayey soils. Draw the assumed distribution of base pressure below the footing.

15- Draw the distributions of pressure in a footing for concentric and eccentric loadings ($e < L/6$ and $e > L/6$).

16- How would you determine the pressure at any point (x,y) of a foundation which is unsymmetrical?

الباب الثاني عشر

طول التماسك لحديد التسليح مع الخرسانة
Anchorage and Development of Reinforcement

12-1- مقدمة

عند تعرض الكمرات الخرسانية إلي أحمال عرضية يتم مقاومة هذة الأحمال بالانحناء وتنتج تشكلات الانحناء المصحوبة باجهادات شد و ضغط في حديد التسليح و الخرسانة بالإضافة إلي اجهادات تماس بين حديد التسليح والخرسانة الملاصقة لها تسمي اجهادات التماسك bond stresses. و من المهم جدا و الضروري الحفاظ علي تماسك حديد التسليح مع الخرسانة كي يظل المقطع الخرساني المسلح يعمل كوحدة واحدة . لأنه في حالة زيادة أجهاد التماسك بيت الخرسانة وحديد التسليح عن حد معين فإنه يحدث إنهيار أو انفصال للخرسانة المحيطة بحديد التسليح خاصة عندما تكون المسافة بين حديد التسليح صغيرة أو عندما يكون حديد التسليح قريبا من السطح الخارجي للمقطع الخرساني . و بإنهيار الخرسانة المحيطة بحديد التسليح أو انفصال الخرسانة عن حديد التسليح ينزلق حديد التسليح أو يفلت من الخرسانة و يهبط الأجهاد في حديد التسليح الي الصفر و تنهار الكمرة الخرسانية لأنها تصبح من الخرسانة فقط وغير مقاومة للشد الناتج عن عزم الأنحناء ويحدث أنهيار فجائي بمجرد حدوث الشرخ الناتج عن الشد .

12-2- مقاومة التماسك Bond Stress

عند تعرض الكمرة الخرسانية الي أحمال عرضية تنتج عزوم إنحناء تختلف في قيمتها من مقطع إلي أخر . هذه العزوم تسبب اجهادات شد في حديد التسليح و هذة الاجهادات تختلف حسب قيمة عزم الإنحناء و بدراسة اتزان جزء من قضيب حديد التسليح بالشكل (12-1) نجد أن

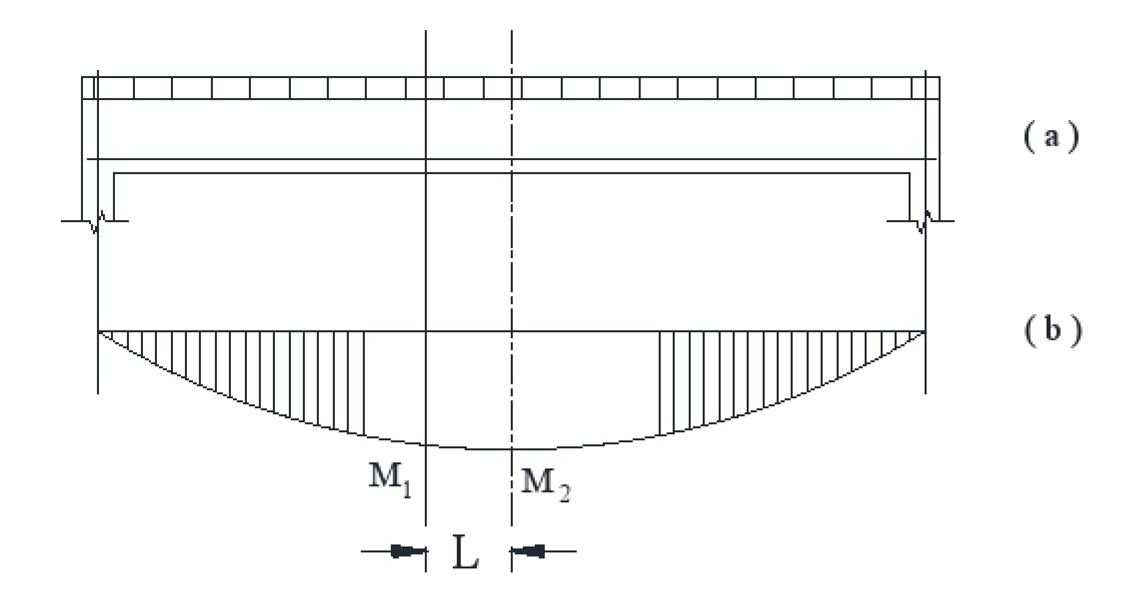
$$T_1 = f_{s1}A_b \qquad \ldots\ldots (12-1)$$

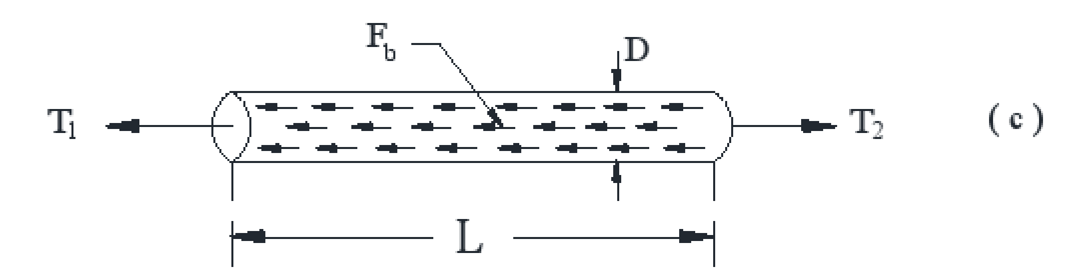
$$T_2 = f_{s2}A_b \qquad \ldots\ldots (12-2)$$

محصلة اجهادات التماسك علي سطح قضيب التسليح

$$F_b = (f_{bu})(\pi D)L \qquad \ldots\ldots (12-3)$$

حيث D القطر الاسمي لسيخ حديد التسليح





شكل (12-1) (a) الكمرة الخرسانية والأحمال ، (b) عزم الانحناء

(c) اجهادات التماسك علي سطح حديد التسليح

وبكتابة معادلة الاتزان

$$T_2 - T_1 = F_b \qquad \dots\dots (12-4)$$

$$\frac{\pi D^2}{4}(f_{s2} - f_{s1}) = \pi D L . f_b$$

$$f_b = \frac{(f_{s2} - f_{s1})D}{L} \qquad \dots\dots (12-5)$$

حيث f_b قيمة اجهاد التماسك بين سطح سيخ حديد التسليح و الخرسانية .

و هذه القيمة كما واضح تعتمد علي طول التماسك L و في الاجهاد عن حديد التسليح عند طرفي السيخ

12-3- طول التماسك Development Length

من المعادلة (5 – 12) يلاحظ أن هناك قيمة محددة لطول التماسك تلزم لحدوث اتزان لهذا الجزء من حديد التسليح

$$L = \frac{f_{s2} - f_{s1}}{f_b} D \qquad \dots\dots (12-6)$$

و لتحديد قيمة طول التماسك نعتبر القيم القصوي للمتغيرات في المعادلة (6 – 12) فقيمة $(f_{s2}-f_{s1})$ تصل إلي قيمتها القصوي عندما تكون

$f_{s1}=f_y$

$f_{s2}=0$

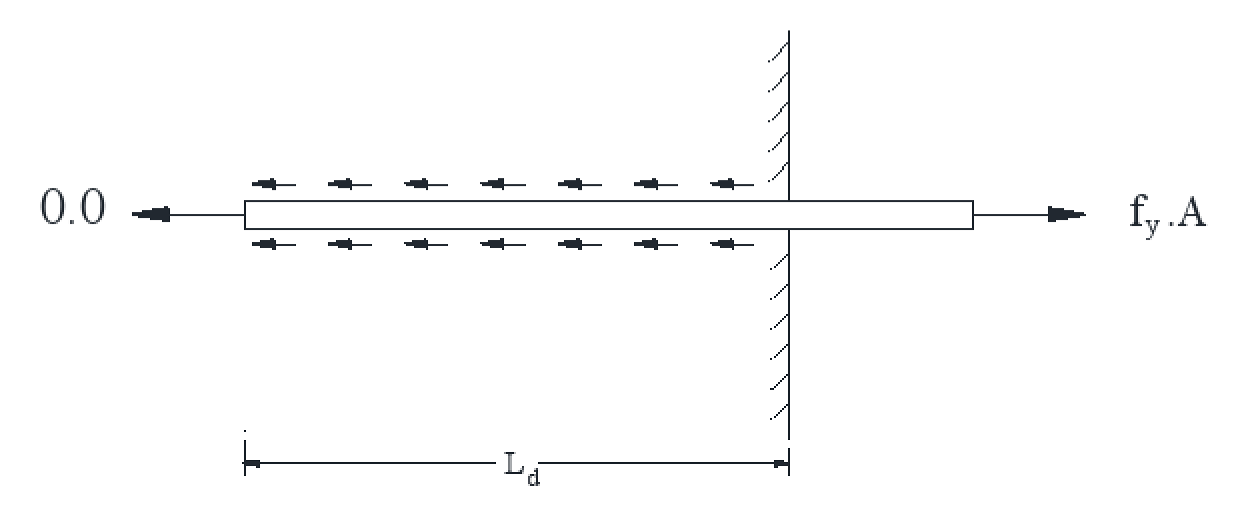
أما f_b تكون قيمتها أكبر ما يمكن أي اجهاد التماسك الأقصي f_{bu} و يحدد حسب رتبة الخرسانة من المعادلة التالية

$$f_{bu}=0.24\sqrt{f_{cu}} \qquad \ldots\ldots (12-7)$$

و بالتالي يتم حساب طول التماسك من المعادلة التالية

$$L_d=\frac{f_y.D}{4f_{bu}} \qquad \ldots\ldots (12-8)$$

و هذه المعادلة يمكن استنتاجها من الشكل التالي بدراسة اتزان سيخ حديد التسليح



شكل (2-12) اتزان سيخ مدفون في الخرسانة و معرض للشد

$$f_y\,\frac{\pi D^2}{4}=\pi D L_d\,.f_{bu}$$

$$L_d=\frac{f_y.D}{4f_{bu}}$$

وبالتالي يتم تعريف طول التماسك development length الفعال لحديد التسليح بأنه طول سيخ حديد التسليح المدفونة في الخرسانة و اللازم لتغيير الاجهاد عند طرفيه من صفر الي اجهاد الخضوع أو بتعبير آخر هو الطول الدفون من سيخ حديد التسليح في الخرسانة و اللازم للوصول بحديد التسليح الي مقاومته القصوي

(Embedment length to develop full strength of bar)

ويتم حساب طول التماسك عند القطاعات الحرجة التي يحدث عندها أقصي اجهاد أو ضغط و التي من المحتمل أن ينفصل منها حديد التسليح عن الخرسانة وذلك عند نهاية حديد التسليح أو عندما يتم تكسيحه وكذلك عند وصل حديد التسليح للربط بين سيخين . و يحدد الكود المصري المعادلة التالية لحساب طول التماسك L_d في حالة حديد التسليح المعرض لاجهاد شد أو ضغط (f_y / γ_s) :

$$L_d = \frac{\alpha . \beta . \eta (f_y / \gamma_s)}{4 f_{bu}} D \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12-9)$$

حيث

D : القطر الاسمي للسيخ

α : معامل التصحيح يتوقف علي شكل نهاية السيخ (القيمة العظمي = 1)

β : معامل تصحيح يتوقف علي نوعية سطح سيخ التسليح (القيمة العظمي 0.75 للأسياخ ذات النتوءات أي حديد التسليح عالي المقاومة)

η : معامل يتوقف علي مكان السيخ (القيمة العظمي = 1.3 للتسليح العلوي في الكمرات)

و في جميع الأحوال يجب ألا يقل طول التماسك عن 40 D أو 30 مم أيهما أكبر للأسياخ ذات النتوءات و للتسهيل فإنه بالنسبة لحديد التسليح عالي المقاومة ($f_y = 360 N/mm^2$) ذو النتوءات فإن نسبة طول التماسك العظمي إلي قطر السيخ في الشد تكون 65 بالنسبة للتسليح العلوي و تكون 50 بالنسبة للتسليح السفلي أما في الضغط فإنها تكون 40 للتسليح العلوي و 30 بالنسبة للتسليح السفلي .

جدول (12-1) نسبة طول التماسك إلي قطر السيخ

	شد	ضغط
علوي	65	40
سفلي	50	30

و هذه النسبة يمكن أن تقل إذا أخذ في الأعتبار شكل نهاية السيخ حيث يمكن تخفيض طول التماسك في الشد بنسبة 25% إذا تم عمل جنش (hook) في نهاية السيخ بغض النظر عن شكل هذا الجنش .

Example (12-1):

A simply supported beam, shown in figures, is reinforced with $4\phi20$ mm bars. The ends of these bars are straight and terminate 40 mm from the ends of the beam. Determine whether the reinforcement satisfies the code requirements for development length.

Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2

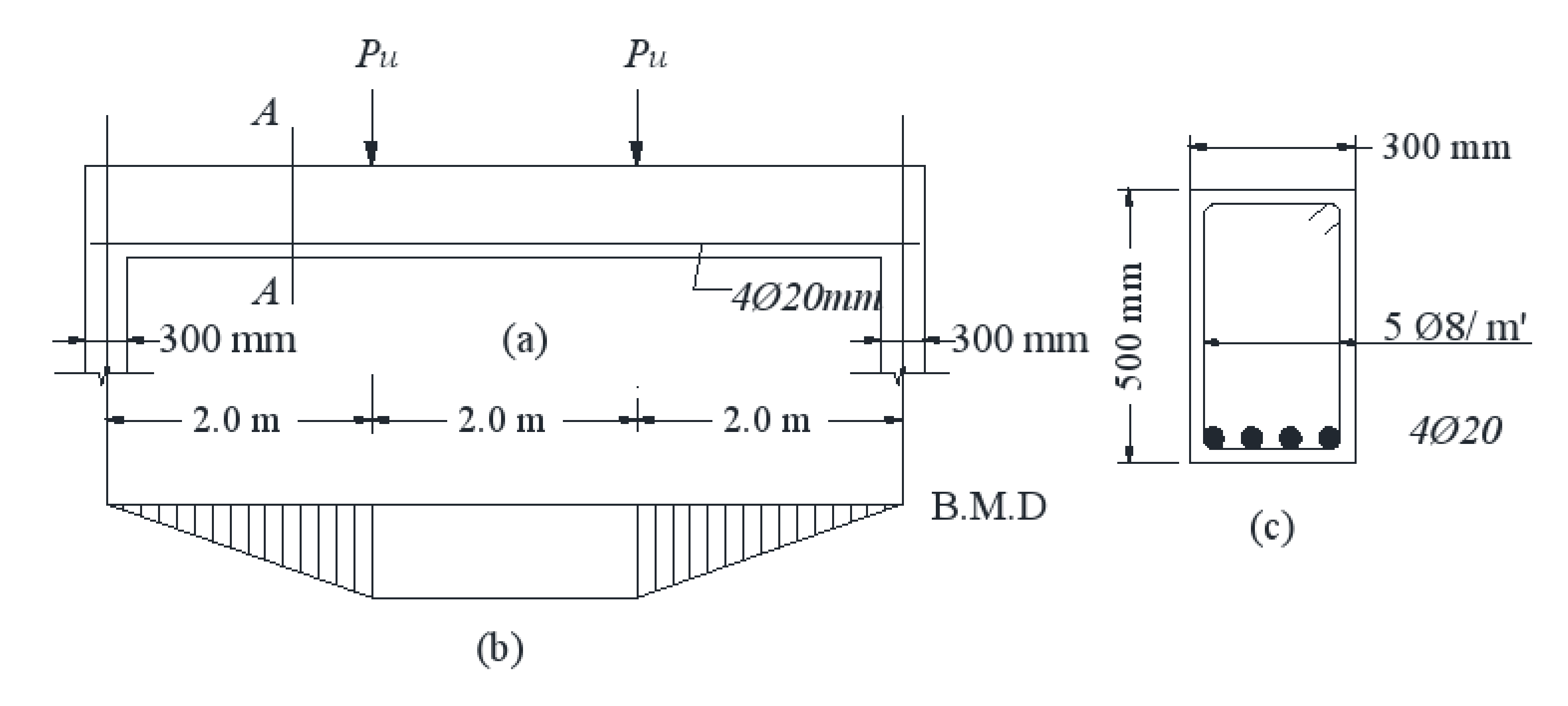


Figure12.4 : (a) Beam and loads ; (b) Bending Moment Diagram ; (c) Section A-A

Solution:

$$\alpha = 1.0 \quad , \beta = 1.0 \quad , \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \; N/mm^2$$

$$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta(f_y/\gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{0.75x\,360/1.15}{4x1.2} x20 = 978.2 \; mm$$

Available development length = 2000+150- 40 = 2110 mm > 978.2 mm

∴ The reinforcement satisfies the code requirements for development length

Example (12-2):

In the isolated footing shown in figure (12 – 4), it is required to check whether the flexural reinforcement satisfies the code anchorage requirement.

Use $f_{cu} = 25$ N/mm^2, and $f_y = 360$ N/mm^2

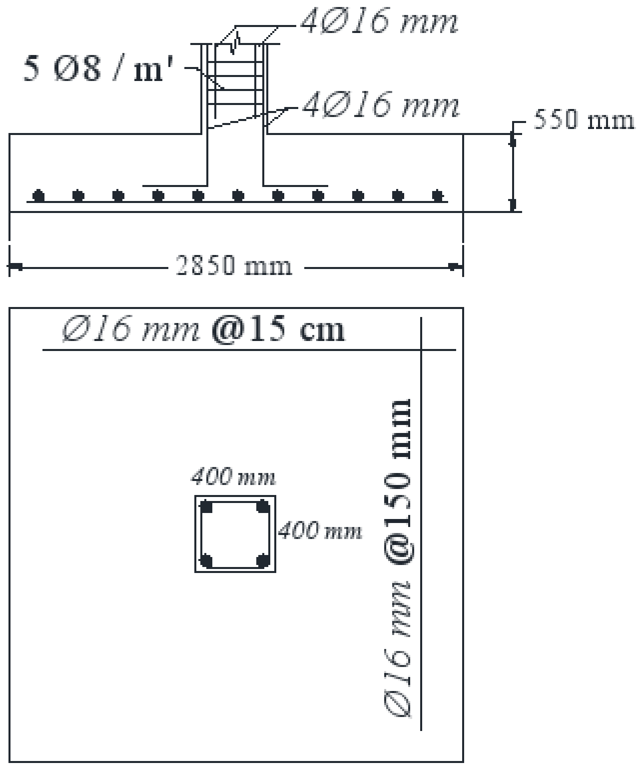


Figure (12-4) Isolated Footing

Solution:

For development of reinforcement in tension

$$\alpha = 1.0 \quad , \ \beta = 0.75 \quad , \ \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \ N/mm^2$$

$$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta(f_y/\gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{0.75x\,360/1.15}{4x1.2} x16 = 782.6 \ mm$$

$$\text{Available length} = \frac{2850 - 400}{2} - cover(75)$$

$$= 1150 \ mm > 782.6 \ mm \quad \text{O.K.}$$

Flexural reinforcement satisfies the code development requirement, without using hooks at bar ends.

12-3-1- طول التماسك في الشد في حالة ثني نهاية السيخ

Development of Standard Hooks in Tension

يتم ثني نهاية السيخ بقدار 90 درجة أو 180 درجة لزيادة تماسك حديد التسليح مع الخرسانة و لتقليل طول التماسك عن حالة عدم وجود جنش أي ثني نهاية السيخ . و كذلك في حالة عدم وجود طول كافي لتحقيق طول التماسك بدون ثني . و يتم حساب طول التماسك بأستخدام المعادلة (9 – 12) بالتعويض بقيمة $\alpha = 0.75$.

و يحسب طول التماسك L_d علي أنه المسافة من المقطع الحرج الذي به أكبر عزم انحناء أو نهاية سيخ آخر حتي بداية الجنش أو الثني مضافا إلي ذلك نصف قطر الثني و قطر السيخ كما هو موضح بالشكل (12 – 5) .

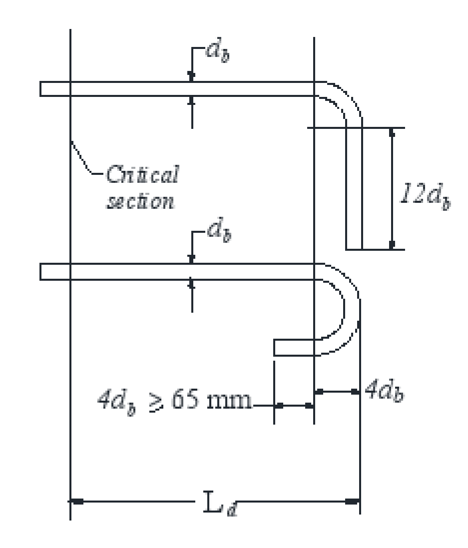


Figure 12-5Development of standard hooks

و عموما يمكن ثني السيخ 90 أو 180 درجة لكن 180 درجة أنسب للأعضاء الإنشائية غير العميقة بينما يستخدم الجنش 90 درجة عند استخدام التسليح الأفقي كتسليح رأسي في عضو إنشائي آخر .

Example (12-3):

In the beam shown in figure (12 – 6), the top reinforcement is designed for a flexural stress of f_y at the face of the column. Determine whether a standard 90 degree hook is required for anchorage.

Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2

Solution:

يتم حساب الطول أولا بدون استخدام جنش

For bars in tension $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.75$, $\eta = 1.30$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{25} = 1.2\ N/mm^2$$

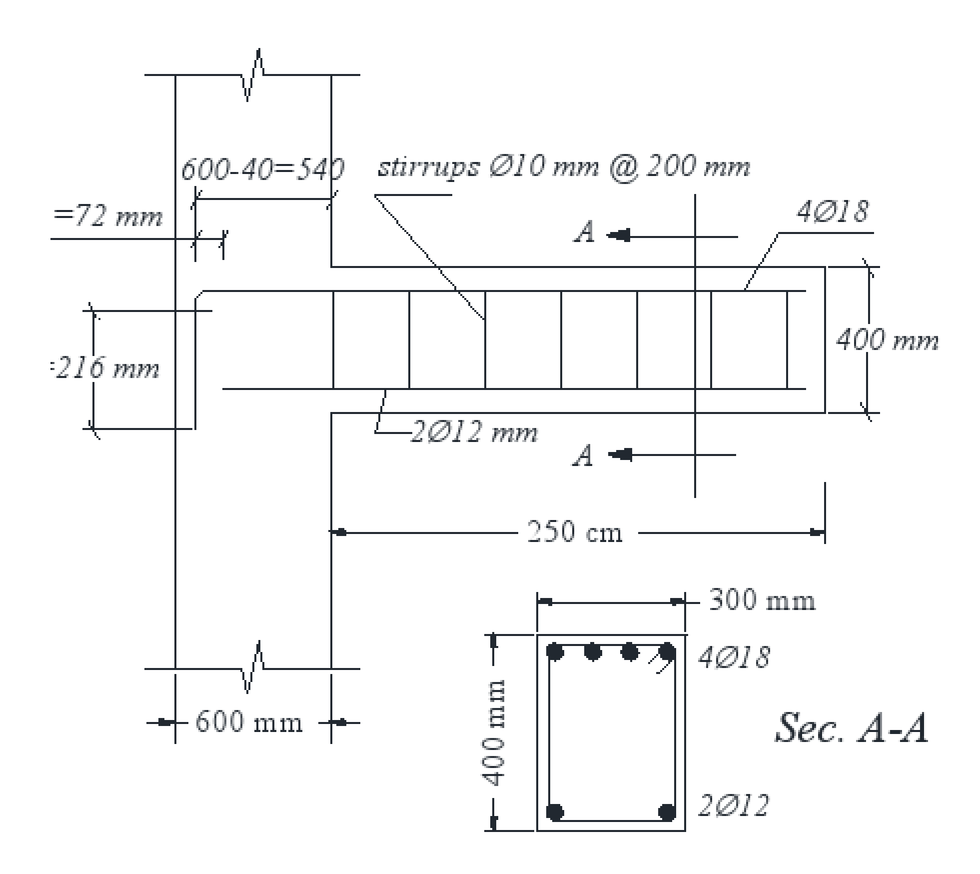


Figure (12-6) Beam and its cross section

$$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta(f_y/\gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$= \frac{1.0x0.75x1.30x360/1.15}{4x1.2} x18 = 1144.6 \ mm$$

Available length = 2500 - 40 = 2460 $mm > 1144.6 \ mm$

Therefore, a standard hook is not required at free end.

Available length = 600 - 40 = 560 $mm <$ **1144.6** mm. Hence a standard hook is required at column side

و بحساب طول التماسك في حالة وجود جنش

$$L_d = \frac{0.75x0.75x1.30x360/1.15}{4x1.2} x18 = 858.4 \ mm$$

The available development length of 560 mm at column side is not adequate for providing anchorage.

و في هذه الحالة يتم زيادة الطول الرأسي من السيخ (المثني لأسفل) بمقدار طول التماسك المطلوب . و يلاحظ

أن القيم المحسوبة لطول التماسك بالكود المصري تفوق مثيلتها في الكود الأمريكي (ACI). ففي المثال السابق نجد أن طول التماسك في الحالة الأولي حسب الكود المصري 1144.6 mm بينما مثيلتها في الكود الأمريكي 670 mm و في الحالة الثانية القيمة المطلوبة لطول التماسك حسب الكود المصري 858.4 mm بينما القيمة المحسوبة بالكود الأمريكي 358.6 mm .

12-3-2- طول التماسك في الضغط في حالة ثني نهاية السيخ

Development of Standard Hooks in Compression

يعتبر ثني السيخ غير مؤثر علي طول التماسك في حالة الضغط و لذلك ليست هناك ضرورة لعمل جنش بنهاية السيخ حالة تعرض لاجهادات ضغط .

12-4- الوصلات في حديد التسليح Splices of Reinforcement

يعتبر وصل حديد التسليح ضروريا إما لأن طول أسياخ في حديد التسليح المصنعةغير كافي أو لتسهيل العمل أثناء الانشاء لضمان استمرار حديد التسليح حسب متطلبات التصميم. و يمكن وصل حديد التسليح إما باستخدام اللحام (welding) أو باستخدام الوصلات الميكانيكية (mechanical connectors) أو ببساطة بعمل جزء مشترك بين الأسياخ لا يقل عن طول التماسك (lap splice) ويطلق عليها الوصلات بالتراكب. و هذه الوصلة تتكون عند حديد التسليح ليغطي مسافة مشتركة تسمح بنقل القوة في السيخ أن تنتقل إلي السيخ الآخر عن طريق التماسك (bond) مع الخرسانة.

و بالرغم من أن الوصلات بالتراكب (lap splice) تعتبر من أبسط و أرخص الطرق لوصل حديد التسليح لكن لها بعض المساوئ مثل ازدحام و كثرة حديد التسليح في مكان الوصلة و حدوث شروخ عرضية نتيجة لتركيز الاجهادات.

لذلك يوصي بعمل الوصلات عند المقاطع المعرضة لاجهادات قليلة نسبيا كما يجب عمل الوصلات متفرقة و ليست لكل الأسياخ عند نفس المقطع. اليخان اللذان يكونان وصلة بالتراكب يمكن أن يكونا متلامسان أو يبتعدان عن بعضهما كما هو موضح بالشكل (12 – 7).

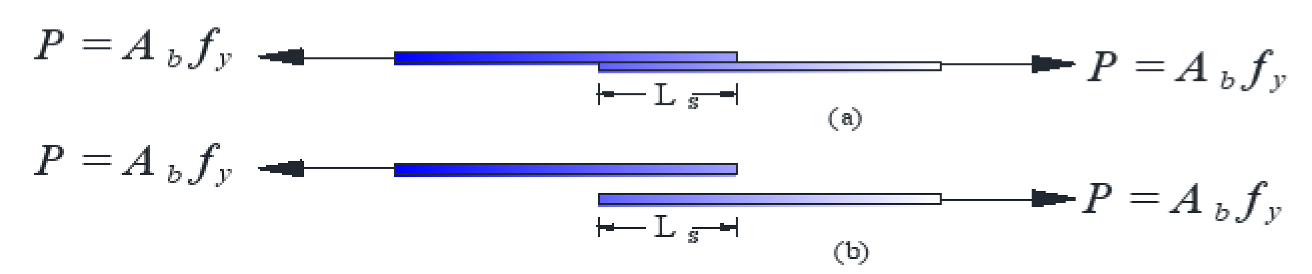
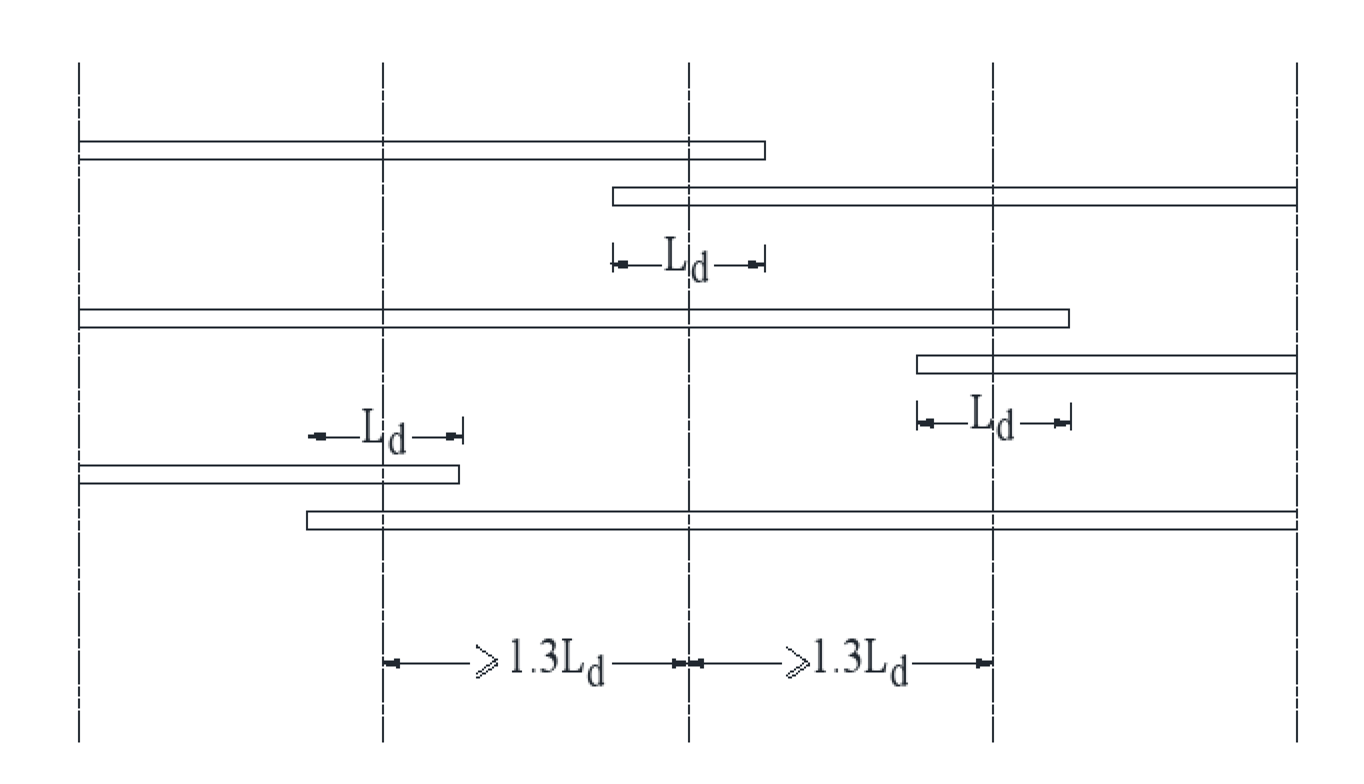


Figure (12-7) (a) Bars in direct contact; (b) Bars are spaced

التسليح العرضي (الكانات) في منطقة الوصل تمنع و تقلل من إمكانية حدوث الشروخ و بذلك تحسن من فاعلية الوصلة. و يلاحظ ما يلي عند عمل الوصلات :

أ - المسافة بين محوري أي سيخين في الوصلة بالتراكب لا تزيد عن خمس طول الوصلة أو 150 مم آيهما أقل

ب - عند وصل مجموعة أسياخ معرضة للشد نتيجة عزوم الانحناء يجب عمل الوصلات عند مقاطع متفرقة لا تقل المسافة بينهما عن $1.3L_d$ كما هو موضح بالشكل (12 – 8) .



شكل (12-8) أماكن الوصلات بالتراكب في كمرة معرضة للانحناء

حـ - لا يقل طول الوصلة عن طولالتماسك في الشد L_d. بشرط أن تكون مساحة التسليح في المقطع أكبر من أوتساوي ضعف التسليح المطلوب لهذا المقطع علي كامل طول الوصلة و علي ألا تزيد نسبة الأسياخ الموصولة عن 25% من التسليح الكلي لهذا المقطع . فيما عدا ذلك يؤخذ طول الوصلة $1.3L_d$.

د - عند وصل أسياخ مختلفة في القطر يحسب طول الوصلة علي أساس القطر الأكبر .

هـ - لا يسمح بعمل وصلات بالتراكب في العناصر المعرضة لقوة شد محوري بل تستخدم أي من الطرق الأخري.

و - يمكن وصل الأسياخ المعرضة للضغط عند مقطع واحد و يؤخذ طول الوصلة مساويا لطول التماسك في الضغط .

Example (12-4):

To facilitate construction of a retaining wall, the vertical reinforcement shown in figure (12 – 9) is to be spliced to dowels extending from foundation. If the flexural steel is stressed to its yield point at the bottom of the wall, determine the required splice length when all reinforcement bars are spliced at the same location.

Use f_{cu} = 25 N/mm^2, and f_y = 360 N/mm^2

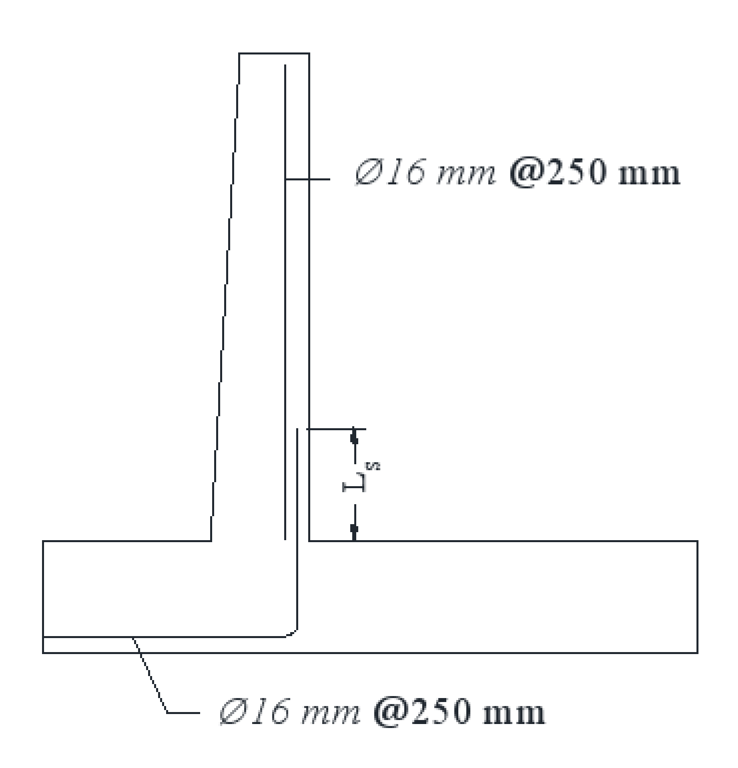


Figure (12-9) Retaining wall reinforcement

Solution :

Splice length = 1.3 L_d

$$= 1.3x\frac{1.0x0.75x1.0x360/1.15}{4x1.2}x16$$

$$= 1017.4\ mm$$

في الكود الأمريكي إذا تم حساب طول هذه الوصلة يكون الناتج 500 mm .

Example (12-5):

Design a compression lap splice for a tied column whose cross section is shown in figure (12-10), when:

a) Φ 16mm bars are used on both sides of the splice.

b) Φ 16mm bars are lap spliced with Φ 18mm bars.

f_{cu}= 30 N/mm^2 , f_y= 360 N/mm^2

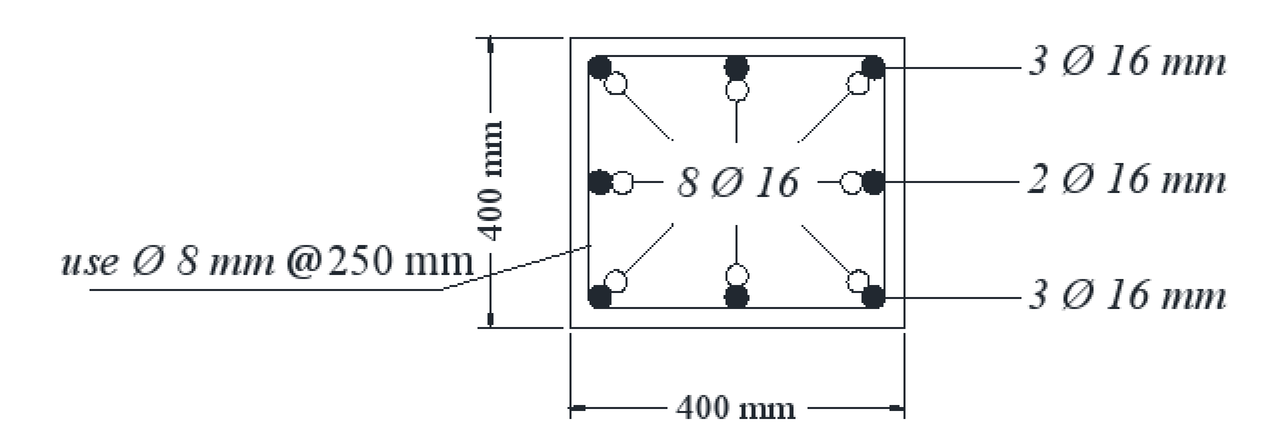


Figure (12-10) Column Section

solution:

a) For bars of similar diameter, lap splice in compression

$$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta.(f_y/\gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$\alpha = 1.0 \;,\; \beta = 0.45 \;,\; \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{f_{cu}} = 0.24\sqrt{30} = 1.314 \; N/mm^2$$

$$L_d = \frac{0.45x\,360/1.15}{4x1.314} x16 = 428.82 \; mm$$

$$lap \text{ splice} = 428.82 \; mm$$

$$lap \text{ splice} \geq 40\phi = 40x16 = 640 \; mm$$

b) For bars ϕ 16mm bars spliced with ϕ 18mm bars

$$lap \text{ splice} = 64x\frac{18}{16} = 72 \; mm$$

Example (12-6):

In the isolated footing shown in figure (12-4), 4Φ16 mm bars are required to transfer the axial compression force in a column into the footing. Determine the minimum extensions of the dowels into the footing.

f_{cu}= 25 N/mm^2 , f_y= 360 N/mm^2

***Solution**:*

$$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta.(f_y/\gamma_s)}{4 f_{bu}} D$$

$$\alpha = 1.0 \;,\; \beta = 0.45 \;,\; \eta = 1.0$$

$$f_{bu} = 0.24\sqrt{f_{cu}} = 0.24\sqrt{25} = 1.2 \; N/mm^2$$

$$L_d = \frac{0.45x\,360/1.15}{4x1.2} x16 = 460 \; mm$$

$$L_d \geq 40\phi \geq 40x16 = 640 \; mm$$

يلاحظ أن تحديد الطول الأدنى للتماسك بين حديد التسليح و الخرسانة بقيمة واحدة فى حالتى الشد و الضغط غير منطقى لأن المعامل β فى معادلة طول التماسك مختلف فى حالتى الشد و الضغط . و الأصح ألا يقل طول التماسك فى حالة الشد عن 40 مرة قطر السيخ لكن فى حالة الضغط لا يقل عن 30 مرة قطر السيخ فيكون طول التماسك فى المثال السابق هو 480 mm و ليس 640 mm .

دليل ذلك أن فى الكود الأمريكى لهذا المثال يكون طول التماسك حتى باستخدام حديد 420 هو 320 mm أى نصف القيمة فى حالة الكود المصرى .

و باستكمال المثال

Available length = 550–75-16-16=443 mm > 420 mm O.K.

لكن اذا استخدمنا شرط الكود Φ 40 يكون عمق القاعدة غير كاف لأنه فى هذه الحالة

44.3 < 64.0 N.G.

و المطلوب في هذه الحالة زيادة سمك القاعدة حوالي 200 مم لتكون 750 بدلا من 550 مم.

Splicing of 4 Φ 16 mm bars

For bars of similar diameter lap splice in compression

Lap length = L_d = 420 mm

12-5- اعتبارات عملية عند تنفيذ الوصلات Practical Consideration

يوضح الشكل (12-11) وصل حديد التسليح فى حالة الحوائط الخرسانية أو البلاطات الخرسانية بينما يوضح الشكل (12-12) مقطع عمود موضحا به وصل حديد التسليح و فى الشكل (12-13) نوعان من الوصلات حيث يتم ثنى أحد الاسياخ ليتراكب مع السيخ الأخر و فى هذه الحالة ينطبق محور كل سيخ على سيخ على الأخر و غالبا تستخدم هذه الوصلة فى حالة الأعمدة. أما الوصلة الثانية حيث يستمد كل سيخ مستقيما فيمكن استخدامها في الكمرات و كذلك يمكن استخدامها في الأعمدة عندما تتغير أبعاد العمود عند مستوي الدور.

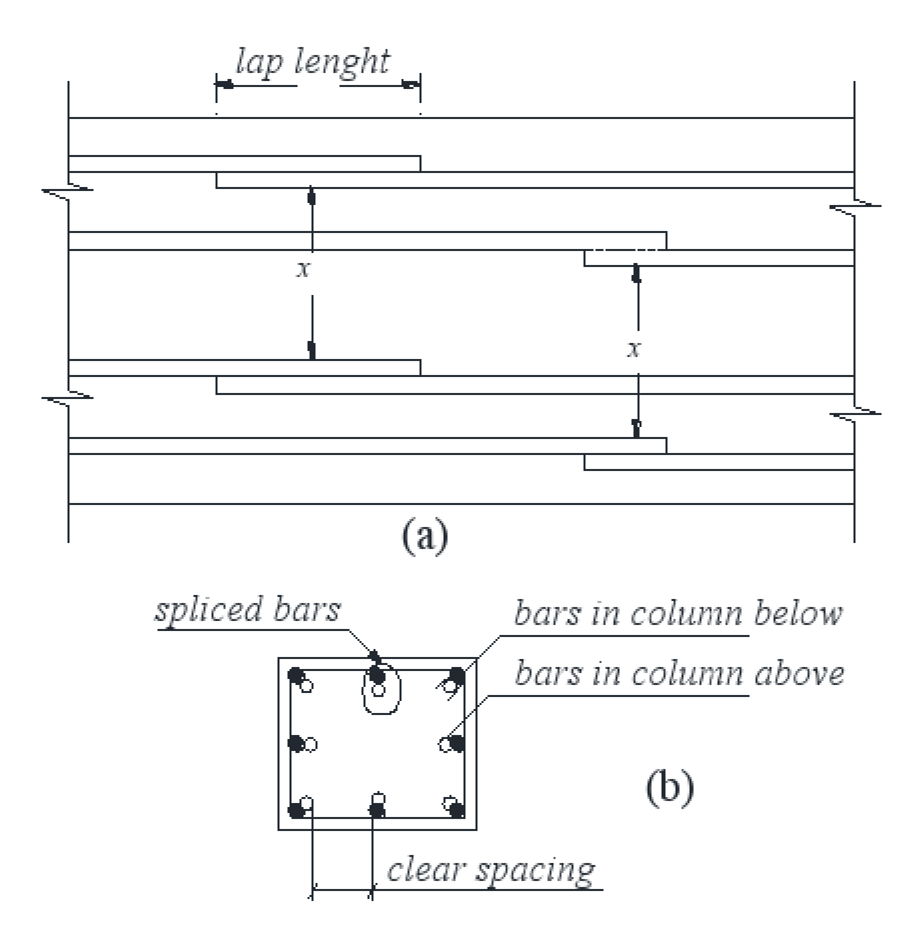


Figure (12.12) (a) Lap splice of slab and wall reinforcement ; (b) lap splices of column and beam reinforcement

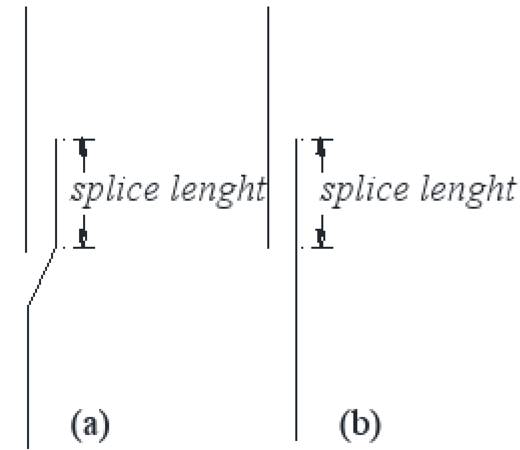


Figure (12.13) (a) Center lines of the bars coincides ; (b) bars are spliced out of line

12-6- قطع الأسياخ لتحقيق طول التماسك في تسليح الكمرات

Bar Cutoffs and Development of Flexural Reinforcement

نظرا لأن عزم الانحناء في الكمرات لا يكون ثابتا علي طول الكمرة فإنه يمكن قطع أو قص بعض الأسياخ التي لا حاجة إليها لمقاومة عزم الانحناء حيث تتكفل بقية الأسياخ بذلك. في حالة كمرة مستمرة ذات مقطع ثابت، إذا استمر حديد التسليح المطلوب لمقاومة أكبر عزم انحناء سواء موجب أو سالب، إذا استمر هذا التسليح علي كامل طول الكمرة يكون تصميمها أكثر من اللازم (over design) أي غير أقتصادية في معظم مقاطعهاز لذلك يفضل انهاء جزء من حديد التسليح عندما يقل عزم الانحناء بقيمة مناسبة. و بذلك يتم تخفيض تكلفة العنصر الأنشائي بتقليل حديد التسليح في الأجزاء التي يقل فيها عزم الانحناء عن العزم الأقصي. بالإضافة إليأن تقليل التسليح يساعد علي دمك الخرسانة و صبها بسهولة لتملأ كافة الفراغات بالشدة الخشبية.

12-6-1- المقاطع الأساسية في الكمرات لحساب طول التماسك لحديد التسليح

Critical Sections in Flexural Members

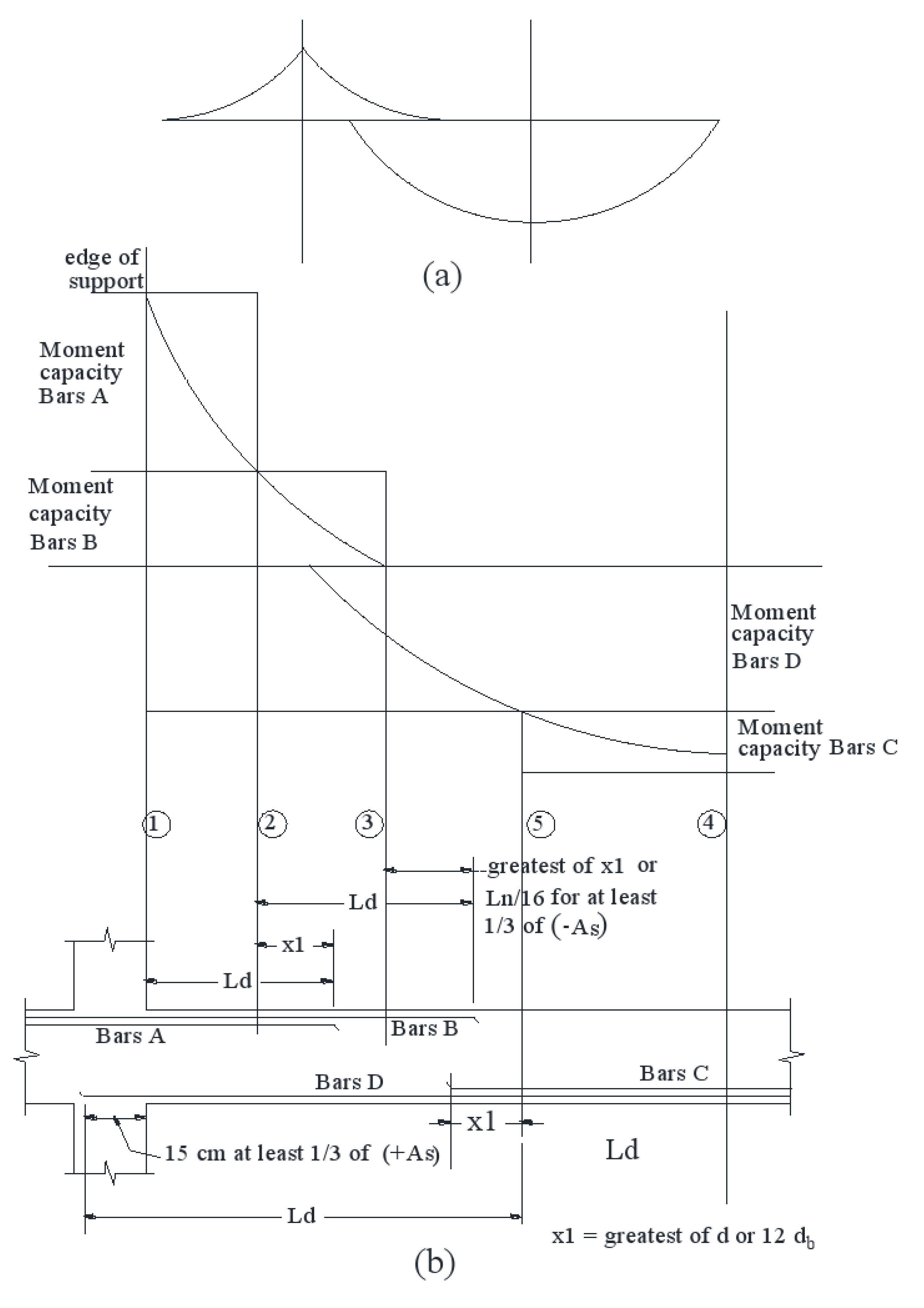
يجب حساب طول التماسك و طول أسياخ حديد التسليح عند مقاطع أساسية بالنسبة للكمرات حتي يتم التأكد من فاعلية حديد التسليح في مقاومة عزوم الانحناء، و هذه المقاطع هي كما يلي:

1) عند المقاطع ذات أكبر عزم انحناء أي المعرضة لأكبر اجهاد.
2) عند توقف بعض أسياخ حديد التسليح أو تكسيحها و استمرار البعض الآخر.
3) عندما تتغير أشارة عزم الانحناء أي عند نقط الأنقلاب بالنسبة لبياني عزم الانحناء

باعتبار كمرة مستمرة كالموضحة بالشكل (12-12-a) و بدراسة الجزء المحصور بين المقطعين (1) ، (4) نجد أن المقاطع التي يجب دراستها بالنسبة للعزم السالب هي كما يلي:

<u>**مقطع (1):**</u> حيث أكبر عزم انحناء سالب و بالتالي يكون أكبر اجهاد بهذا المقطع و من هذا المقطع يتم حساب أقل طول لمجموعة الأسياخ (A) فهي لابد أن توفي شرطين. الأول هو طول التماسك من وجه الركيزة (L_d). وهذه المجموعة تغطي جزءا من عزم الانحناء السالب حتي مقطع (2) ولذلك لابد أن تمتد بعد مقطع (2) بمقدار x_1 وهي القيمة الأكبر من العمق الفعال لكمرة d أو 12 مرة ضعف قطر حديد التسليح. وبذلك يتم حساب L_d من وجه الركيزة و x_1 من المقطع (2) و يؤخذ الأكبر منهما.

<u>**مقطع (2):**</u> و عند هذا المقطع تم إيقاف مجموعة التسليح (A) و استمرت المجموعة (B) ولابد لمجموعة التسليح (B) تحقيق شرطان أولهما ألا يقل طول الأسياخ من المقطع (2) حتي نهاية الأسياخ عن طول التماسك L_d ثانيها ألا تقل المسافة بين المقطع (3) (نهاية أو نقطة أنقلاب العزم السالب) حتي نهاية الأسياخ (B) عن العمق الفعال للكمرة أو طول الكمرة الفعال مقسوما علي 16 أو 12 ضعف سيخ حديد التسليح أيهم أكبرعلي ألا تقل مساحة المجموعة (B) عن 1/3 حديد التسليح الكلي السالب.



شكل رقم (12-14) المقاطع الأساسية في الكمرات لحساب طول التماسك لحديد التسليح

أما بالنسبة لعزم الانحناء الموجب:

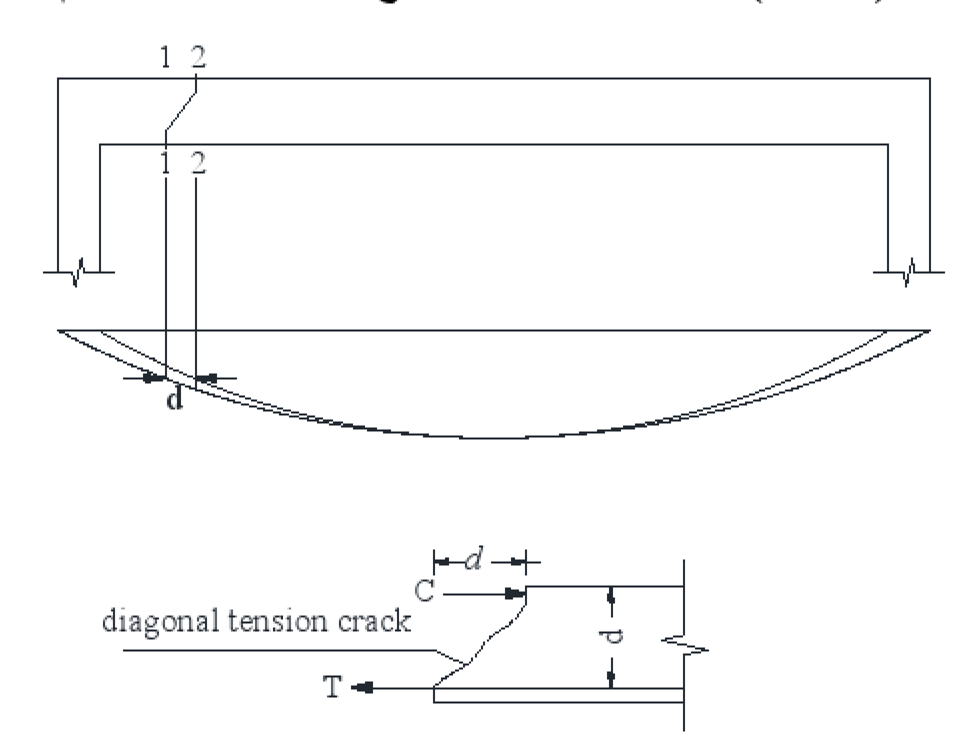
مقطع (4): حيث أكبر عزم انحناء موجب يتم حساب أقل طول لمجموعة الأسياخ (C) حيث يجب أن تكون المسافة بين المقطع (4) و نهاية الأسياخ (C) أكبر من أو تساوي طول التماسك L_d و في نفس الوقت لايقل طول الأسياخ (C) من المقطع (5) و نهاية الأسياخ عن العمق الفعال للكمرة أو 12 ضعف قطر حديد التسليح أيهما أكبر.

حيث المقطع (5) أكبر قيمة لعزم الانحناء تقاومها مجموعة الأسياخ (D).

مقطع (5): حيث تم إيقاف بعض أسياخ حديد التسليح و التي لابد و أن تمتد لمسافة x_1 بعد هذا المقطع و هذه المسافة لا تقل عن العمق الفعال للكمرة أو 12 مرة ضعف قطر حديد التسليح. أما بقية الأسياخ (المجموعة D) فيجب أن تستمر لمسافة لا تقل عن طول التماسك بدءا من المقطع (5). وفي الكمرات البسيطة لابد أن يمتد 1/3 حديد التسليح الكلي السفلي لمسافة لا تقل عن 15 سم من وجه الركيزة كما هو موضح بالشكل (12-14-b). و يرجع السبب في عدم إيقاف حديد التسليح عند قيمة أقصي عزم انحناء و استمراره لمسافة x_1 بعد المقطع المطلوب له نظريا إلي الأسباب التالية:

أ – عزم الانحناء الفعلي ربما يختلف عن عزم الانحناء الذي تم التصميم علي أساسه نتيجة لعدم الدقة الكافية في حساب مكان أو قيمة الأحمال أو عدم دقة التحليل الأنشائي.

ب – بعدحدوث الشروخ نتيجة للشد القطري diagonal tension تكون قوة الشد في حديد التسليح عند موضع الشرخ نتيجة لقيمة عزم انحناء عند موضع لا يمر رأسيا بمكان التقاء الشرخ بحديد التسليح كما هو موضح بالشكل (12-15) حيث أن الشد عند المقطع 1-1يكون نتيجة لعزم الانحناء عند المقطع 2-2



شكل رقم (12-15) ترحيل عزم الانحناء لزيادة طول التثبيت نتيجة للشد القطرى

ج – عندما يتم قطع أو إيقاف مجموعة من الأسياخ يحدث انتقال فجائي لاجهادات من هذه الأسياخ للأسياخ المستمرة. و بزيادة طول الأسياخ المتوقفة يقل تركيز هذه الاجهادات الحادثة بالأسياخ المستمرة.

12-7- متطلبات الكود عند قطع حديد التسليح في الكمرات Code Requirements

ينص الكود المصري لمتطلبات تصميم و وتنفيذ المنشآت الخرسانية المسلحة علي ما يلي:

أ – عندتوقف أسياخ التسليح الطولي المعرضة للشد أو الضغط يجب أن تمتد الأسياخ لمسافة لا تقل عن (L_d+0.3d) مقاسة من القطاع الحرج ، ويعرف القطاع الحرج بأنه :

- القطاع الذى يحدث عنده أكبر عزم انحناء.
- القطاع الذى تتوقف عنده أسياخ تسليح مجاورة ولا تصبح فعالة فى مقاومة عزم الانحناء.

ويشترط ألا يقل طول الرباط (و هو المسافة بين نهاية الأسياخ و القطاع الذي تكون عنده هذه الأسياخ غير مطلوبة لمقاومة عزوم الانحناء) عن d أو (0.3d+10Φ) أيهما أكبر مقاسة من توزيع العزم الفعلية.

ب – يجب عدم توقف أسياخ التسليح في منطقة الشد، وفي حالة توقفها عند قطاع معرض للشد يجب تحقيق أحد الشروط الآتية:

- أن يكون اجهاد القص الأقصي عند هذا القطاع أقل من أو يساوي ثلثي مقاومة القص القصوي للقطاع شاملة تسليح القص

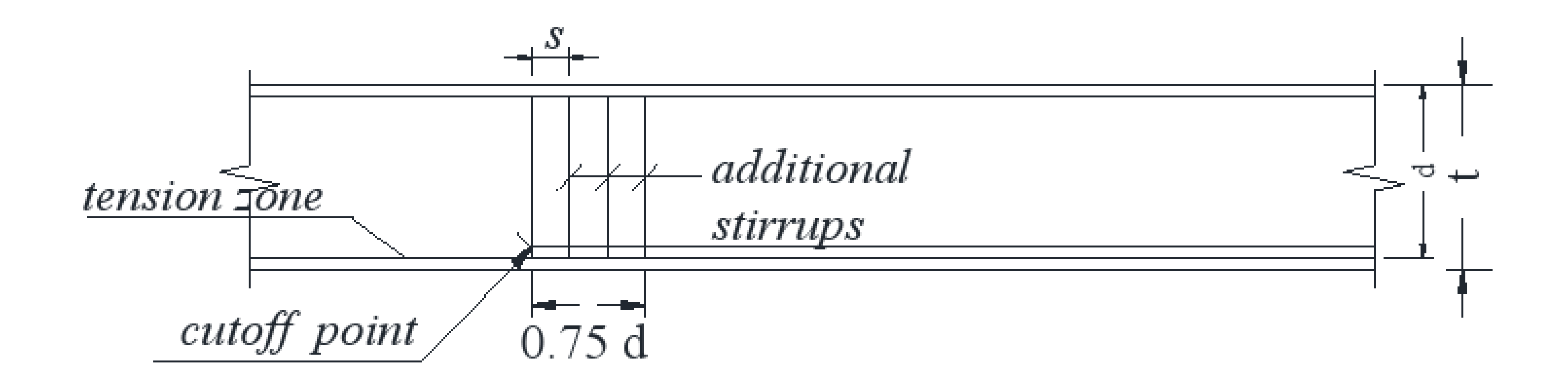
$$q_u \leq \frac{2}{3}(0.5q_{cu} + q_{su})$$

- مساحة الكانات عند القطاع الذي توقفت عنده أسياخ التسليح أكبر من مساحة الكانات اللازمة لمقاومة القص و الالتواء عند هذا المقطع بقيمة لا تقل عن $A_{st} = \frac{4bs}{f_y}$ حيث f_y بوحدات كجم/سم^2 بحيث توزيع الكانات الأضافية علي مسافة تساوي ثلاثة أرباع عمق الكمرة من نقطة توقف الأسياخ و حتي نهايتها في اتجاه السيخ المتوقف شكل (12-16) علي ألا تزيد المسافة بين هذه الكانات علي (d/8β) حيث

s : المسافة بين الكانات.

β : النسبة بين مساحة صلب التسليح المتوقف إلي المساحة الكلية لصلب تسليح القطاع.

و الشرط الأول تم وضعه للتأكد من صغر قيمة اجهاد القص و بالتالي يكون احتمال الشروخ القطرية diagonal tension أقل احتمالاز أما الشرط الثاني فهو للتأكد من احتواء الشروخ القطرية إذا حدثت باستخدام كانات متقاربة.



s ≯ d/8β

شكل (12-16) زيادة الكانات عند موضع توقف الأسياخ

ج – يجب أن يمتد 1/3 حديد التسليح الموجب علي نفس الوجه من الكمرة لمسافة لا تقل عن 150 مم بعد محور الركيزة.

د – يجب أن يمتد 1/3حديد التسليح السالب بعد نقطة الانقلاب أي نقطة انتهاء العزم السالب لمسافة لا تقل عن الأكبر من القيم الثلاثة التالية:

d , 0.3d+10Φ , 0.3d+L/20

حيث d : العمق الفعال للكمرة.

Φ : قطر حديد التسليح.

L : البحر الصافي للكمرة.

Example (12-7):

In the simply supported beam subjected to factored loads shown in figure (12-17), 4Φ22 bars are to be cutoff between the supports. Determine bar cutoff location and development requirements of the rest of the reinforcement bars.

Use f_{cu}= 25 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2 and width of support is equal to 0.3m

Solution:

For section A-A

$d = 700 - 40 - 8 - 22 - 25/2 = 617.5\,mm$

For section B-B

$d = 700 - 40 - 8 - 22/2 = 641\,mm$

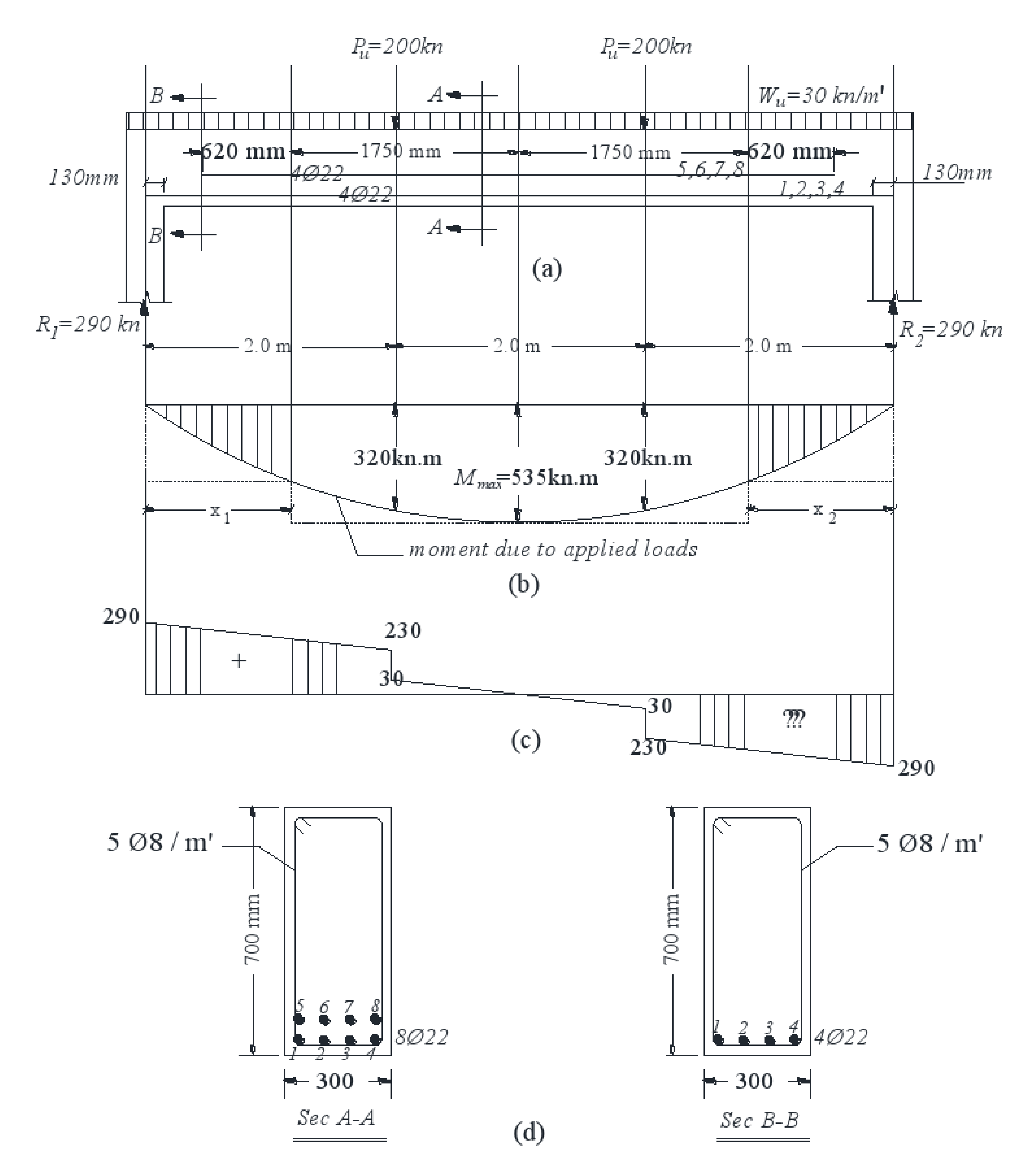


Figure 12.17 : (a) Beam and loads; (b) location of theoretical cutoff points; (c) shearing force diagram; (d) cross sections

Moment Capacity for section B-B reinforcement with 4Φ 22

$$A_s = 4x380 = 1520\ \text{mm}^2$$

$$\mu = \frac{A_s}{bd} = \frac{1520}{300x641} = 0.79\%$$

from tables $K_u = 2.4$

$$M_u = K_u bd^2 = 2.4(300)(641)^2 = 295.83\ \text{m.kn}$$

بفرض أن نهاية الأسياخ الغير مستمرة 4Φ22 علي بعد x من محور الركيزة و يتم حسابها بمساواة عزم الانحناء عند المسافة x مع عزم مقاومة المقطع.

$$295.83 = 290x - \frac{30x^2}{2}$$

$$15x^2 - 290x + 295.83 = 0.0$$

$$x = 1.08\ m$$

Egyptian Code requirements:

1. Bars must be extended at least a distance equal to larger of the effective depth d= 617.5 mm and 0.3d+10ϕ = 0.3x617.5+10x22 = 405 mm, Thus extension on both sides of the centerline of the beam is taken 620 mm.

   Length of cutoff = 2(1.08+0.62) = 3.40 m

2. Distance from point of maximum stress to the end of cutoff bars on each side should be equal or larger than development length of bar in tension (L_d+0.3d)

   $$L_d = \frac{\alpha.\beta.\eta.(f_y/\gamma_s)}{4f_{bu}}\phi$$

   $$\alpha = 1.0\ ,\ \beta = 0.75,\ \eta = 1.0$$

   $$f_{bu} = 0.24\sqrt{f_{cu}} = 0.77\sqrt{25} = 1.2\ N/mm^2$$

   $$L_d = \frac{1.0x0.75x1.0x\,360/1.15}{4x1.2}x22 = 1076.1\ mm$$

   $$L_d + 0.3d = 1076.1 + 0.3x617.5 = 1261.35\ mm$$

   $$Available\ \text{develpoment lenght} = \frac{3400}{2} = 1700\ \text{mm} \succ 1261.35\ \text{mm}$$

3. At least one-third of the positive moment reinforcement is extended 150 mm into the support:
   One-half of the total positive moment reinforcement is to be extended 150 mm into the supports. Thus minimum length of these bars = 6000+150+150= 6300 mm.

8-12 - توصيات بأماكن ايقاف و ثني حديد التسليح للكمرات و البلاطات

Standard Bend and Cutoff Points

هناك أماكن تقريبية لإيقاف أو قص حديد التسليح أو ثنيه لأعلي في حالة تكسيح حديد التسليح لمقاومة اجهادات القص و تنطبق هذه التوصيات علي الكمرات و البلاطات عندما تتوافر الشروط التالية:

أ – لا يتم إيقاف أو تكسيح أكثر من نصف حديد التسليح.

ب – الكمرة تتكون من باكيتان أو أكثر (two spans).

حـ – الباكيات (spans) تقريبا متساوية ولا يزيد الفرق بين باكيتان متساويتان عن 20%.

د – الأحمال موزعة بأنتظام.

هـ - الحمل الحي لا يزيد علي ضعف الحمل الثابت. ويوضح الشكل التالي أماكن إيقاف أو تكسيح حديد التسليح

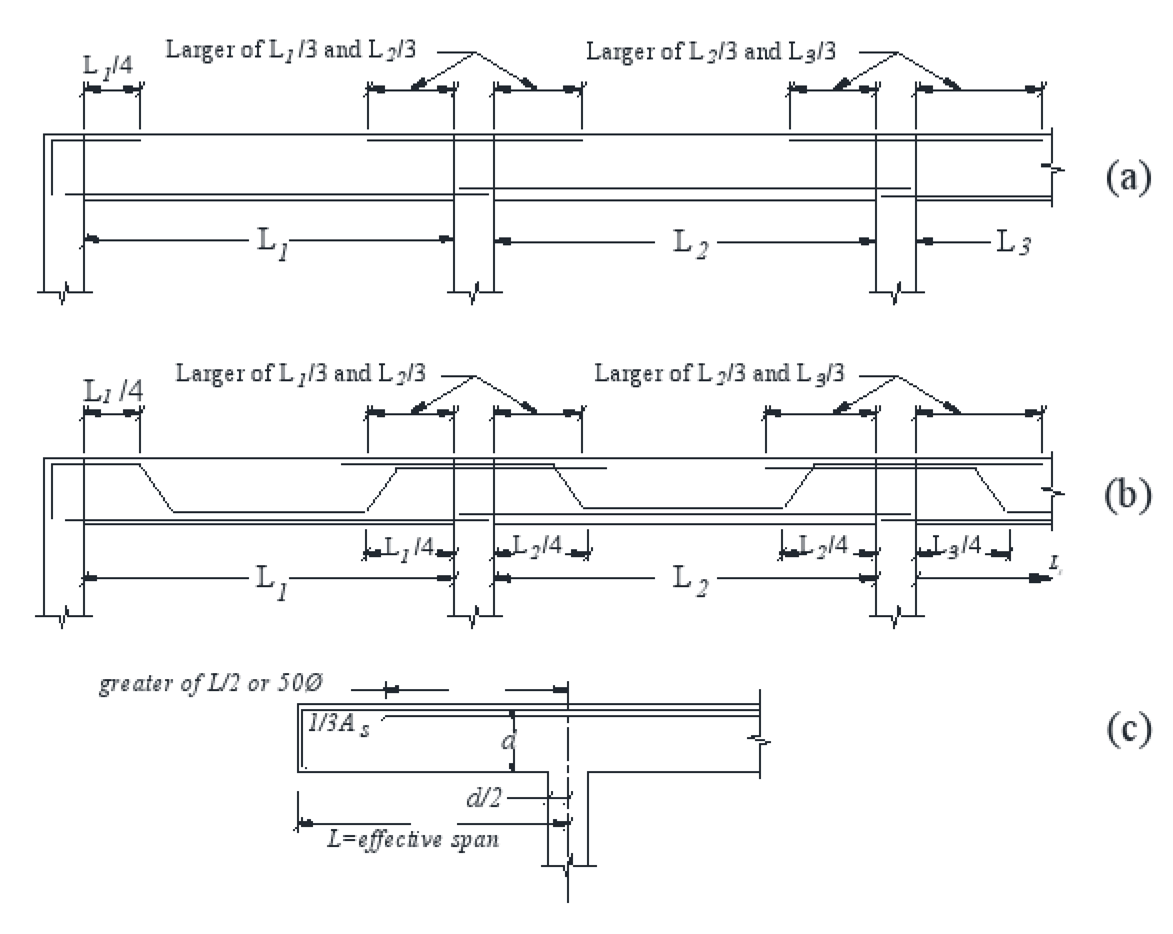


Figure (12-18) (a) cut-off bars; (b) bent-up bars; (c) cantilever Beam

Chapter (12) – Problems

1- Design the reinforcement for the beam shown in Figure P12.1, using cutoff bars. Use f_{cu}= 35 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2

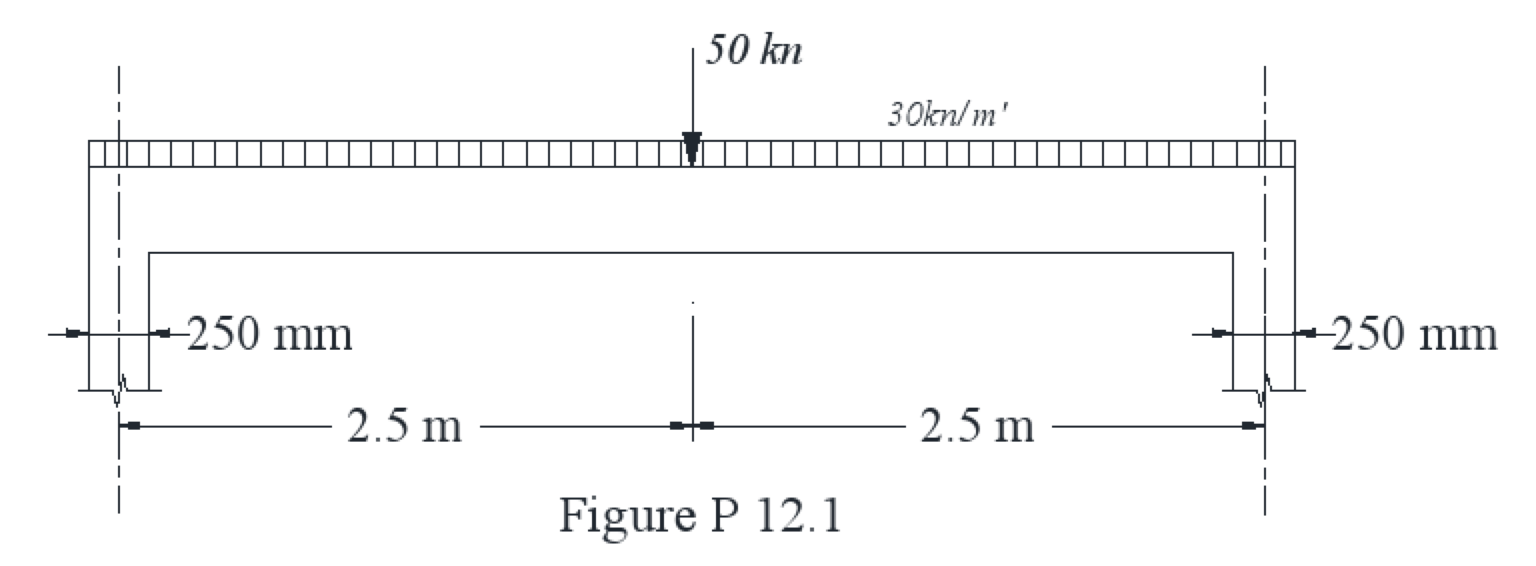


Figure P 12.1

2- **Design** the top reinforcement for the cantilever resisting the factored load shown in figure P12.2, to satisfy bar anchorage requirements.

Use f_{cu}= 28 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2

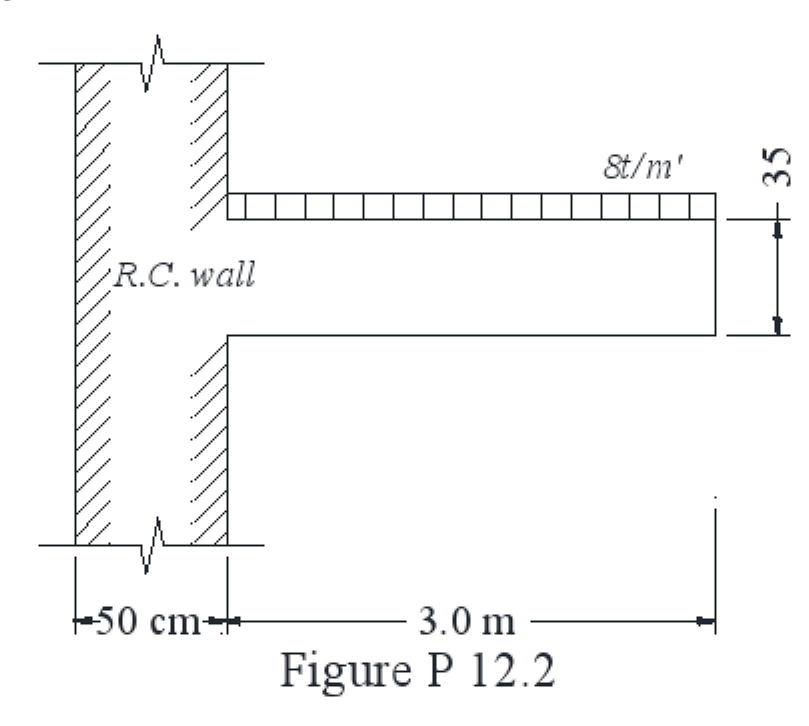


Figure P 12.2

3- For the cantilever shown in Figure P12.3, develop the top reinforcement to satisfy code anchorage requirement.

Use f_{cu}= 28 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2

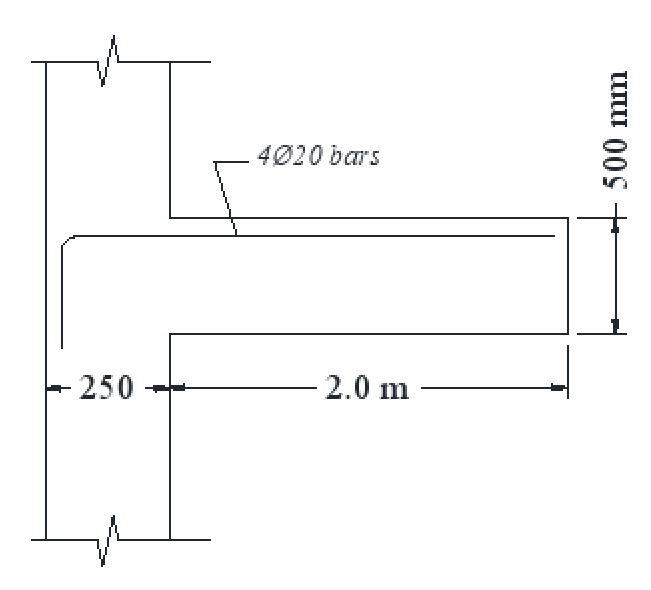


Figure P 12.3

4- For the beam shown in Figure P12.4, determine bar lengths L_1, L_2 and L_3, to satisfy code anchorage requirements.

Use f_{cu}= 30 N/mm^2, f_y= 400 N/mm^2

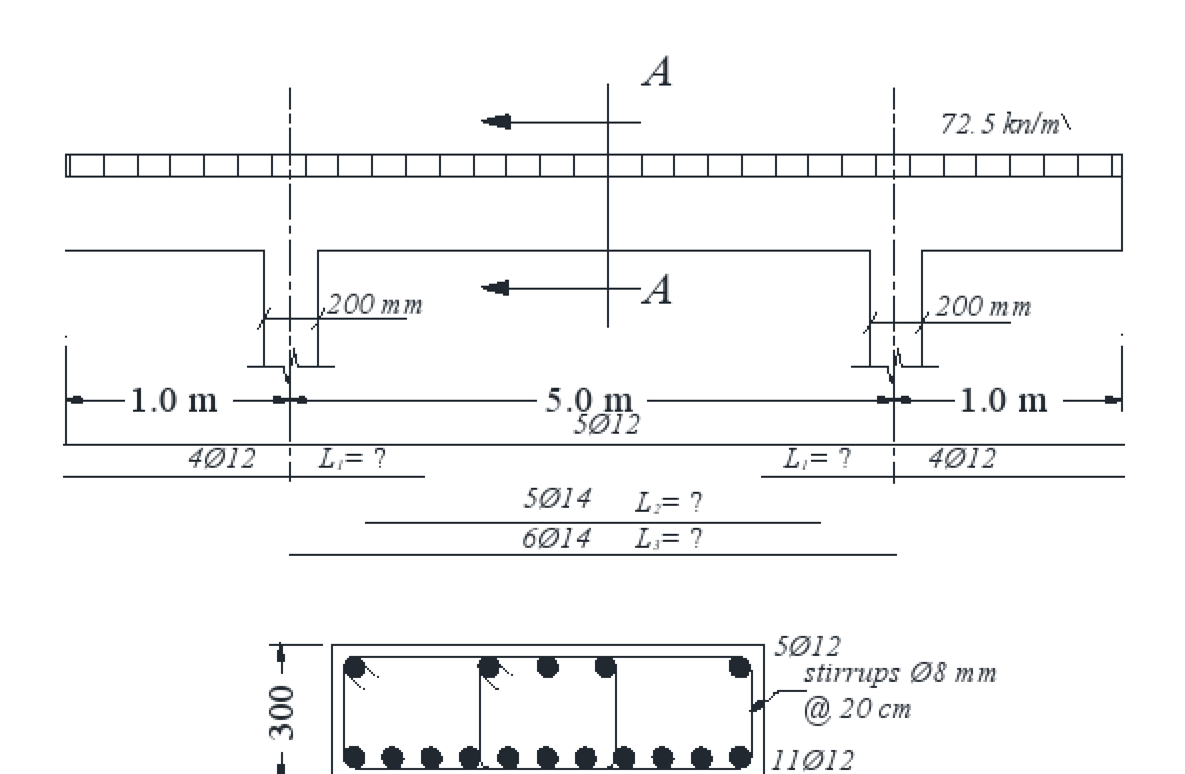


Figure P 12.4

5- For the beam shown in Figure P 12.5, determine bar cutoff locations to satisfy code anchorage requirements. Use f_{cu}= 30 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2

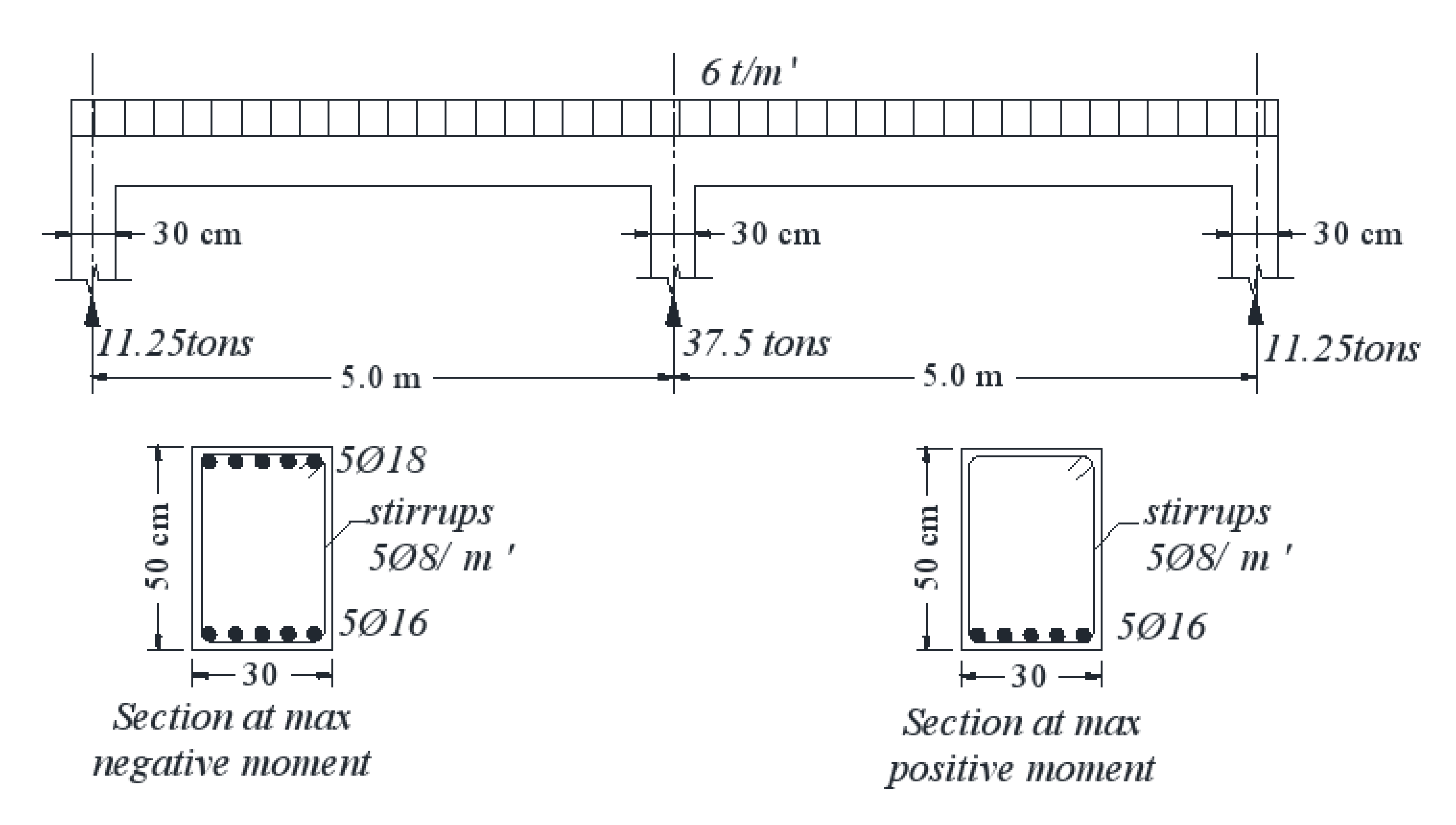


Figure P 12.5

6- For the beam carrying the factored load shown in Figure P12.6, determine bar bend locations to satisfy code anchorage requirements, assuming that half the bottom reinforcement to be bent up.

Use f_{cu}= 25 N/mm^2, f_y= 360 N/mm^2

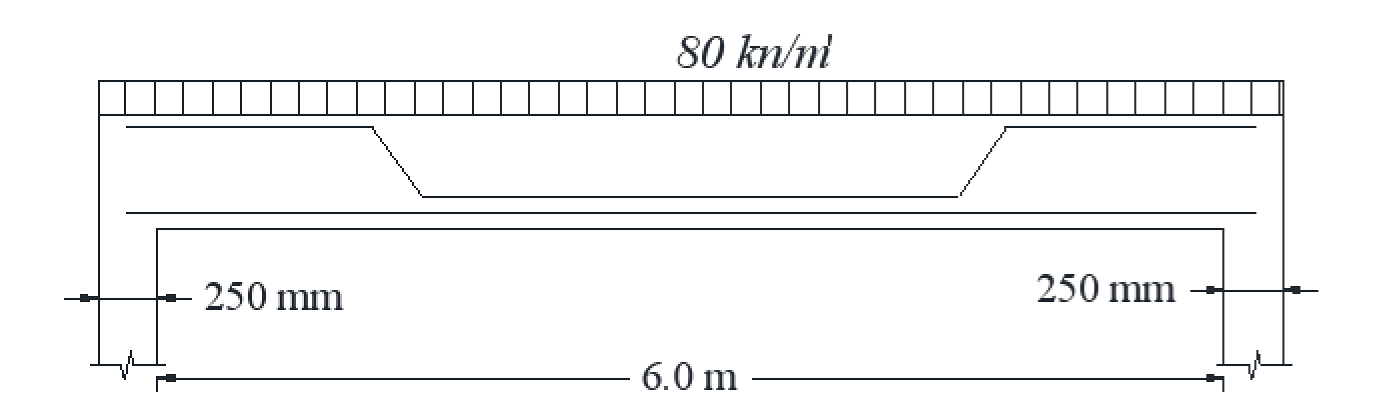
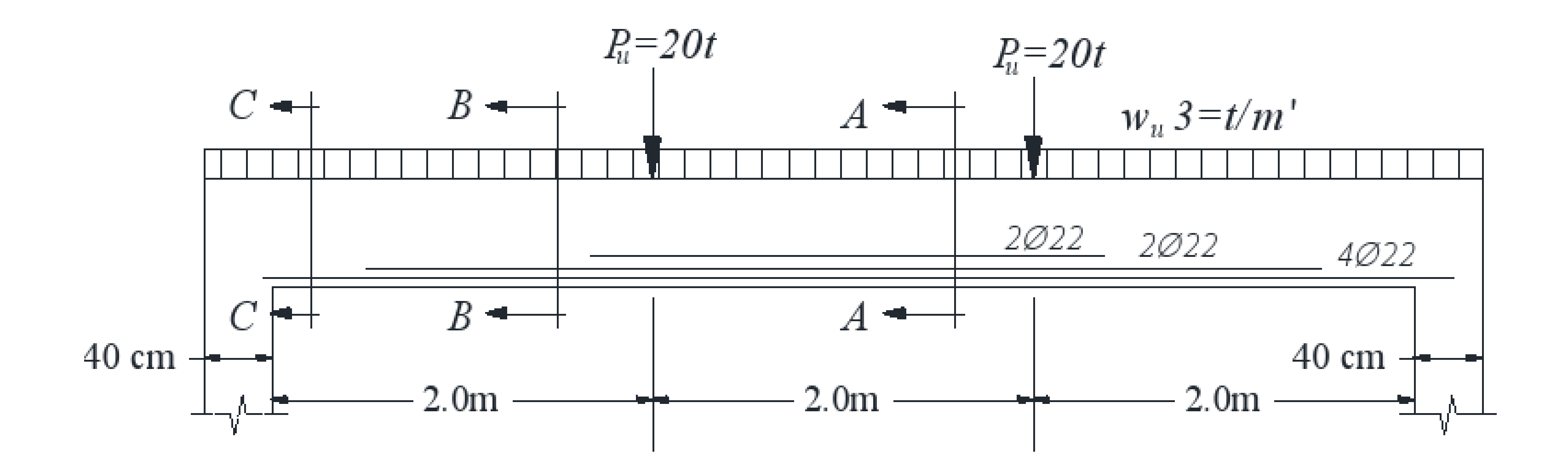


Figure P 12.6

7- For the beam carrying the factored loads shown in Figure P12.7, determine bar cutoff locations to satisfy code anchorage requirement.

Use f_{cu}= 30 N/mm^2, f_y= 400 N/mm^2.



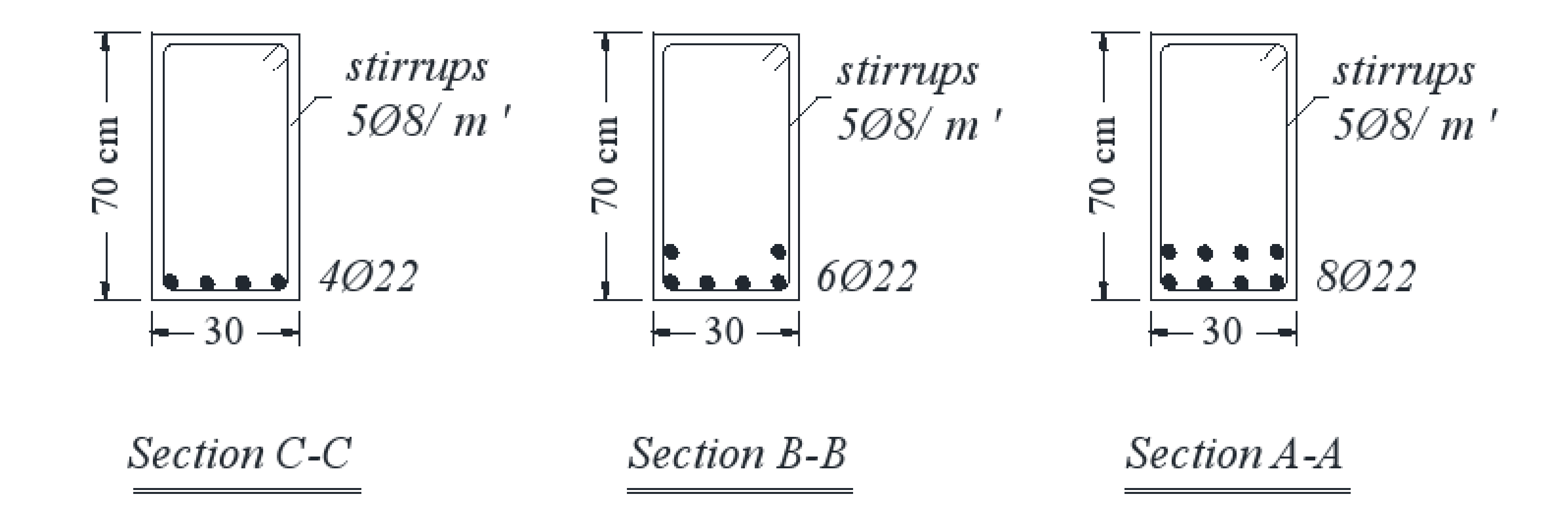


Figure P 12.7

8- Explain the importance of the bond and why is it essential to provide between steel and concrete in beams?

9- Define the design bond stress f_{bu}.

10- State the percentage increase/decrease of design bond stress of deformed bars in tension and compression with reference to the respective values of plain bars.

11- Derive the expression of determining the development length of a single bar in tension. State the changes, if any, for the compression bars.

12- State the additional measure to be taken when the reinforcing bars change the direction.

13- State the salient points of splicing and welding of reinforcing bars.

References

1. Design of concrete structure, 13th Edition, by Arther H.Nilsion, David Drawin and Charles W. Dolan, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, New Delhi, 2004.

2. Reinforced Concrete Designer Handbook, 10th Edition, by C.E.Reynolds and J.C.Steedman, E & FN SPON, London, 1997.

3. Egyptian code for design and construction of concrete structure, Code No.203-2007.

4. Reinforced Concrete A Fundamental Approach, Edward G. Nawy, 5th edition, 2003 Prentice Hall.

5. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 4th Edition, James G.MacGregor, James K. Weight, Prentice Hall, 2005.

6. Design of concrete structure, 13th Edition, by Arther H.Nilsion, David Drawin and Charles W. Dolan, McGraw-Hill, 2003.

7. Reinforced Concrete A Fundamental Approach, 5th edition, Edward G. Nawy, Prentice Hall, 2005.

8. Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318-American Concrete Institute, 2005.

تم بحمد الله

رقم الإيداع 2011-19748

الترقيم الدولى I.S.B.N. 978977-716-364-4